



Habilidade de visualização: um comparativo por meio da resolução de tarefas, com foco na rotação

Raquel Polizeli **Corradi**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Brasil
raquelpolizeli@utfpr.edu.br

Valdeni Soliani **Franco**
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Brasil
vsfranco@uem.br

Vinícius Murilo **Fratucci**
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Brasil
murilofratucci@hotmail.com

Yesica Milena **Garzón** Pacheco
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Brasil
yesicamilenagarzonpacheco@gmail.com

Resumo

Nesse artigo busca-se identificar, por meio da resolução de tarefa, a mobilização da habilidade de visualização rotação mental, observando se há diferenças entre as unidades de análise estudadas. É um trabalho de cunho qualitativo, pautado no paradigma interpretativo, que segue a modalidade estudo de casos múltiplos, cujas unidades de análise são um grupo formado por acadêmicos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade do norte do Paraná e outro com integrantes que já cursaram as disciplinas de geometria do curso. A análise dos dados segue os pressupostos da Análise de Conteúdo. Concluiu-se haver uma diferença significativa entre os grupos. Aqueles que já cursaram as disciplinas de Geometria tiveram um melhor desempenho se comparado aos ingressantes. Isso leva-nos a inferir, nesse caso, que cursar as disciplinas de Geometria pode ter contribuído para compreensão de conceitos de Geometria envolvidos na tarefa e o desenvolvimento da habilidade de visualização pesquisada.

Palavras chave: educação matemática, ensino de geometria, habilidades de visualização, raciocínio espacial, superfície de rotação.

Habilidades de Visualização: uma introdução

Essa pesquisa é parte dos estudos desenvolvidos no grupo de pesquisa Grupo de Pesquisa em Ensino de Geometria – GPEG, em que um dos assuntos de interesse no momento é a visualização em Geometria. Pesquisas ligadas à educação matemática têm enfatizado a importância da visualização e do raciocínio visual para o ensino e a aprendizagem matemática, em particular da Geometria, como é retratado pelos autores Flores et al (2012, p. 33). Também para Santos (2014) a visualização pode dar concretude na aquisição do conhecimento matemático por meio da analogia, pois o pensamento é capaz de construir por meio dela diferentes interpretações de um conceito matemático.

A leitura, inicialmente de Presmeg (1986, 2006) e Godino (2011) aguçaram a curiosidade sobre o assunto no grupo, que vem estudando outros autores como Gutiérrez (1992, 1992b, 1996), Fernández (2011, 2014), Kawamoto (2016), entre outros.

Gutiérrez (1996) redefine e amplia o conceito de visualização em matemática, considera-a como um tipo de atividade do raciocínio, capaz de integrar quatro elementos principais que são as imagens mentais, as representações externas, os processos de visualização e as habilidades de visualização. Ele considera imagens visuais (físicas ou mentais) como objetos que são criados, usados e transformados na atividade de visualização espacial. Afirma que dependendo das características do problema de matemática a ser resolvido e das imagens criadas, os alunos devem poder escolher entre várias habilidades visuais (HV). As principais habilidades listadas pelo autor são:

- "Percepção figura-fundo" ou Percepção de figura e contexto (PFC): a capacidade de identificar uma figura específica isolando-o de um fundo complexo.
- "Constância perceptiva" (CP): a capacidade de reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou em uma imagem mental) são independentes de tamanho, cor, textura ou posição, e permanecer inconfundível quando um objeto ou imagem é percebido em diferentes orientações.
- "Rotação mental" (RM): capacidade de produzir imagens mentais dinâmicas e de visualizar uma configuração em movimento.
- "Percepção de posições espaciais" (PPE): A capacidade de relacionar um objeto, imagem ou imagem mental para si mesmo.
- "Percepção de relações espaciais" (PRE): a capacidade de relacionar vários objetos, imagens, e/ou imagens mentais para o outro, ou simultaneamente para si mesmo.
- "Discriminação visual" (DV): a capacidade de comparar vários objetos, imagens, e/ou imagens mentais para identificar semelhanças e diferenças entre eles.

Fernández (2011, 2014), pauta-se também nos estudos de Gutiérrez e centra-se no estudo da visualização e no raciocínio espacial em futuros professores, graduandos em licenciatura da Universidade de Santiago de Compostela (Espanha). Já Kawamoto (2016), em seu estudo, teve por objetivo verificar se alunos de 3ª série do Ensino Médio mostram ter desenvolvido habilidades de visualização em Geometria Espacial e se, quando questionados ou não, preocupam-se em justificar o raciocínio feito. Por não encontrar outras pesquisas realizadas com foco no ensino superior no Brasil, essas leituras levaram aos questionamentos: Como estão os alunos, ingressantes e egressos do curso de Matemática, em relação às habilidades de

visualização em Geometria? Há indícios de diferenças na mobilização de habilidades de visualização na resolução de tarefas de geometria, entre os ingressantes em um curso de formação inicial em Matemática e aqueles que já fizeram as disciplinas de geometria desse curso?

Desta forma o objetivo deste artigo é, por meio da resolução de uma tarefa, identificar a mobilização de habilidades de visualização, em particular a rotação, na resolução da tarefa proposta, observando a existência ou não de diferenças entre os dois casos que serão estudados, em que os participantes estão ou estiveram ligados a uma determinada universidade ao norte do estado do Paraná.

Desenvolvimento da pesquisa

Esta é uma pesquisa qualitativa, que segue o paradigma interpretativo, realizada na modalidade estudo de casos múltiplos. Como procedimento de coleta de informações aplicou-se uma tarefa baseada em questões presentes nos trabalhos de Kawamoto (2016) e Fernández (2011).

Uma das unidades de análise deste estudo de casos é constituído por 27 acadêmicos de uma das três turmas do curso de Matemática de uma Universidade ao norte do Paraná, que ingressaram no ano de 2018 (estes participantes estão denotados por I1, I2, ..., I27) e a outra é constituída por 15 acadêmicos que estão nos anos finais do curso e que já terminaram as disciplinas de Geometrias, bem como egressos que terminaram o curso de Matemática, referido acima, no ano de 2017 (estes participantes estão denotados por J1, J2, ..., J15).

O uso do estudo de casos justifica-se por, como Yin (2005, p. 32), entendermos que “o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real”. E que o propósito de um estudo de caso é reunir informações detalhadas e sistemáticas sobre um fenômeno (PATTON, 2002). Seguindo as especificações de Yin (2005) viu-se pelo objetivo dessa pesquisa que essa se encaixa nos preceitos do estudo de casos múltiplos, visto que nossa motivação é identificar as habilidades visuais dos acadêmicos ingressantes e daqueles que já cursaram as disciplinas de geometria da grade de Matemática, como eles as utilizam nas justificativas das resoluções das tarefas, comparando os dois grupos.

Os dados foram obtidos por meio da aplicação de uma tarefa e categorizados segundo a Análise de Conteúdos, por entendermos do mesmo modo como Câmara (2013), que segundo a perspectiva de Bardin, essa é uma técnica metodológica aplicável em discursos diversos e a todas as formas de comunicação, seja qual for à natureza do seu suporte. Nele o analista precisa entender o sentido da comunicação, como se fosse o receptor normal, porém, e principalmente, precisa desviar o olhar, buscando outra significação, outra mensagem, passível de se enxergar por meio ou ao lado da primeira. Essa metodologia, segundo Bardin (2011), é composta por três fases básicas a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados. Sendo a primeira fase a etapa de organização, a segunda é marcada pela escolha das unidades de codificação, adotando-se os procedimentos de codificação, classificação e categorização, por fim, a terceira fase do processo, é a fase analítica, envolve o tratamento dos resultados, englobando a inferência e interpretação.

E que há muitas variações na maneira de conduzir as três fases da análise propostas por Bardin e que a forma de tratar as unidades também se diferencia, alguns procuram desenvolver a

análise da estrutura lógica do texto ou de suas partes, e outros, ainda, centram sua atenção em temáticas determinadas.

A seguir apresentaremos a tarefa considerada para obtenção dos dados, seguida das análises e resultados obtidos.

Resultados

A seguinte tarefa foi aplicada nessa investigação:

Desenhe, aproximadamente, quais corpos obteremos girando as seguintes figuras em relação aos eixos indicados.

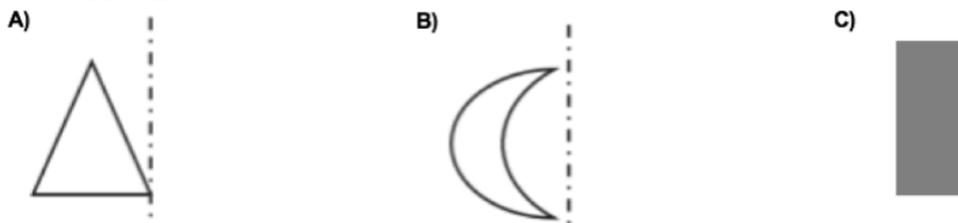


Figura 01: Imagens da tarefa aplicada.

Fonte: Os autores.

A seguir estão os objetivos estabelecidos visando nortear a categorização para análise.

Objetivos:

1. Categorizar as resoluções nas possíveis configurações cognitivas:
 - a. Compreendeu que era uma superfície e acertou:
 - i. as três superfícies, ou
 - ii. duas, ou apenas
 - iii. uma superfície;
 - b. Não compreendeu que era uma superfície e fez:
 - i. reflexão (considerando o eixo de rotação como eixo de simetria), ou
 - ii. rotação no plano (desconsiderando o eixo de rotação dado), ou
 - iii. não fez nem rotação nem reflexão.
2. Verificar se os participantes mobilizam habilidades de visualização (HV), em especial a rotação mental (RM): se por meio da representação figural ou descrição em língua natural, dá indícios que produz imagens mentais dinâmicas e se é capaz de visualizar uma configuração em movimento.

Nas tabelas 1 e 2 a seguir, apresenta-se uma categorização pautada nos objetivos 1 e 2 (O1 e O2) em que estão sinalizados com X os itens os quais concluiu-se terem sido alcançados pelos participantes. Entende-se também que marcado X no objetivo O-a-iii, o participante mobiliza a HV de RM, ou seja, alcançou o O2. No caso de terem sido marcados O-a-i ou O-a-ii entende-se que há indícios de mobilização da RM. Sendo a Turma J, o grupo composto pelos participantes que já cursaram as disciplinas de geometria e a Turma I os alunos ingressantes.

Tabela 1

Dados da análise da Tarefa – Turma J

| | O1-a | | | O1-b | | | |
|----------|------|------|-------|------|------|-------|-----|
| Sujeitos | a-i | a-ii | a-iii | b-i | b-ii | b-iii | OBS |

| | | |
|-----|---|--|
| J1 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Apresenta RM. |
| J2 | X | |
| J3 | X | |
| J4 | X | Apresenta RM. |
| J5 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Erra o desenho no item A. Há indícios de RM. |
| J6 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Escreve para especificar detalhes da superfície. Há indícios de RM. |
| J7 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Apresenta RM. |
| J8 | X | Erra o desenho nos itens A e B. Há indícios de RM. |
| J9 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Erra o desenho nos itens A e B. Apresenta RM |
| J10 | X | Não faz a superfície B corretamente, falta a circunferência que daria o efeito tridimensional, mas em A e C há indícios de RM. |
| J11 | X | Apresenta RM. Será mostrado a seguir como pensou J11. |
| J12 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Escreve para especificar detalhes da superfície. Apresenta RM. |
| J13 | X | Apresenta RM. |
| J14 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Erra o desenho no item A. Há indícios de RM. |
| J15 | X | Faz o desenho fora da reta suporte no item B. Apresenta RM. |

Fonte: os autores, 2018.

Pode-se observar na tabela 1 que aproximadamente 87% dos participantes da turma J conseguiram visualizar a superfície de revolução em pelo menos um dos 3 itens da tarefa, ou seja mobilizaram a RM. Desses 53% responderam o esperado na tarefa e apenas 13%, aproximadamente, não identificaram a resposta como superfície e entenderam o eixo de rotação como um eixo de simetria, apresentando como resposta uma figura plana simétrica à inicial.

Um exemplo de solução desta turma, está na figura a seguir.

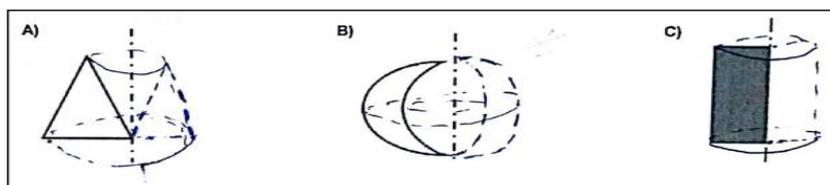


Figura 02: Exemplo de resposta do participante J11, da turma J, que apresenta RM.

Fonte: autores, 2018.

Tabela 2

Dados da análise da Tarefa – Turma I

| Sujeito | O1-a | | | O1-b | | | OBS |
|---------|------|------|-------|------|------|-------|---|
| | a-i | a-ii | a-iii | b-i | b-ii | b-iii | |
| I1 | X | | | | | | Porém desenha e apaga as figuras simétricas nos itens A e B. Há indícios de RM |
| I2 | | | | X | | | |
| I3 | X | | | | | | Porém não desenha, mas descreve verbalmente a superfície. Há indícios de RM |
| I4 | | | | X | | | |
| I5 | | | | | X | | Faz rotação similar a simetria central, em relação ao ponto “sul” da figura em relação ao eixo de rotação e translada as figuras. |
| I6 | | | | X | | | |
| I7 | | | | | X | | Aplica giro de 180° em torno do eixo, e um giro de 90° no plano. |
| I8 | | | | X | | | |
| I9 | | | | X | | | |
| I10 | | | | X | | | |
| I11 | | | | | | X | Será descrito a construção de I11 na sequência. |
| I12 | | X | | | | | Porém não desenha, mas descreve verbalmente a superfície. Apresenta RM. |
| I13 | | | | X | | | |
| I14 | | | | X | | | |
| I15 | | | | X | | | |
| I16 | | | | | X | | Aplica um giro de 90° no plano, com centro de rotação bem definido. |
| I17 | | | | X | | | Faz reflexão nos 3 itens, porém no item A faz como uma representação plana frontal. |
| I18 | | | | | | X | |
| I19 | | | | | X | | Faz rotação de 180°, com centro de rotação bem definido. |
| I20 | | | | | X | | Em B e C, faz rotação de 90°, com centro de rotação bem definido. Em A faz uma rotação de 180° e uma translação. |
| I21 | | | | X | | | |
| I22 | | | | X | | | |
| I23 | | | | X | | | |
| I24 | | | | X | | | Considera o simétrico nos itens B e C. Em A temos b-iii. |
| I25 | | X | | | | | Não desenha, mas descreve verbalmente a superfície. No item A, desenha a vista superior. Apresenta RM. |
| I26 | | | | X | | | |
| I27 | | X | | | | | Apresenta RM |

Fonte: os autores. 2018.

Na tabela 2, pode-se observar que aproximadamente 81% dos participantes da turma I não identificaram a resposta como superfície, desses aproximadamente 55% entenderam o eixo de

rotação como um eixo de simetria, 18% fizeram uma rotação no plano e cerca de 7% não fez rotação ou reflexão. Apenas cerca de 11% responderam o esperado, 4% conseguiram apresentar a superfície em 2 itens e outros 4% apresentaram a superfície em um dos itens. Vale destacar que I11, utilizando uma descrição por meio da língua natural, mostra que entende o que significa rotação em torno de um eixo, mas não vê a construção de uma superfície tridimensional, mas sim visualiza o movimento da superfície plana com um único ponto de vista, descrevendo cada momento o que acontece, por exemplo, dizendo que “quanto mais próximo de 90° , a figura se aproxima de uma ‘reta’”. Fica claro que este participante quer dizer que quando a figura plana faz uma rotação de 90° , parecerá para ele (como um observador em um ponto de vista fixo) um segmento de reta, descrevendo assim, o que ele verá em cada momento. Isto indica que ele mobiliza a RM, porém não compreende o que significa a superfície. Desse modo, considerando I11, há indícios de que cerca de 23% dos integrantes da turma I mobilizaram a RM.

A figura a seguir destaca a resposta de I11.

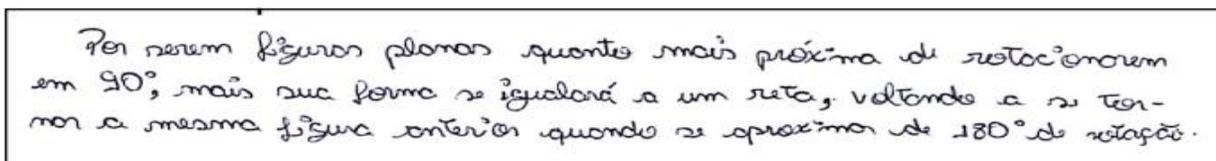


Figura 03: Exemplo de resposta de um participante da turma I.

Nota: Apesar da resposta não ser a desejada, este participante mostra RM. Fonte: autores.2018.

Discussões

Pela análise realizada infere-se que a maior parte dos integrantes da turma J mobiliza a habilidade de visualização de rotação mental, sendo apenas cerca de 13% aqueles que não apresentam indícios de mobilização desta. Nota-se que esses participantes apresentam uma boa compreensão dos conceitos de Geometria envolvidos na tarefa. No caso dos participantes da turma I, pode-se inferir que 81% não demonstram a mobilização da RM, e apenas 23% aproximadamente aparentam fazer a mobilização. Acredita-se que podem haver falhas na compreensão dos conceitos de Geometria envolvidos na tarefa. Conclui-se, considerando a turma I de ingressantes e a turma J daqueles que já terminaram as disciplinas de Geometrias, que nesse caso há uma diferença significativa entre ambos. Os integrantes da turma J tiveram um melhor desempenho se comparado ao da turma I, o que leva a inferir que o fato de já haver cursado as disciplinas de Geometria do curso de Matemática contribuiu para uma melhor compreensão de conceitos de Geometria e também, pode ter contribuído para o desenvolvimento da habilidade de visualização de rotação mental.

Considerações Finais

Infere-se com esse estudo, que para as unidades de análise investigadas aqui, há uma diferença significativa entre o grupo dos ingressantes e o daqueles que já cursaram as disciplinas de Geometria do curso de Matemática. Os que já cursaram as disciplinas de Geometria, nesse estudo, tiveram um melhor desempenho se comparado ao grupo dos ingressantes, o que leva a crer que o fato de já haverem cursado as disciplinas de Geometria pode ter contribuído para uma melhor compreensão de conceitos de Geometria envolvidos na tarefa e para o desenvolvimento da habilidade de visualização de rotação mental.

A análise do desempenho da turma I nos leva também a refletir se a falta de conhecimento teórico de Geometria requerido na tarefa prejudica nas resoluções, e até mesmo na mobilização e no desenvolvimento das habilidades de visualização.

Pretende-se dar continuidade a essa pesquisa buscando aprimorar os instrumentos de coleta de dados e de análise, com um grupo menor de colaboradores. Pretende-se elaborar mais tarefas direcionadas a analisar a mobilização de outras habilidades de visualização, não só a rotação mental, visando uma maior precisão na verificação de quais habilidades são mobilizadas pelos ingressantes e pelos pesquisados que já cursaram as disciplinas de Geometria do curso de Matemática.

Referências e bibliografia

- Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70.
- Câmara, R. H. (2013). Análise de conteúdo: da teoria à prática em pesquisas sociais aplicadas às organizações. *Gerais: Revista Interinstitucional de Psicologia*, 179-191.
- Fernández, M. T. (2011). Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial. 465 f. Santiago de Compostela, Espanha: Universidad de Santiago de Compostela.
- Fernández, M. T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la Enseñanza de la geometría. *IX Festival Internacional de Matemática* (pp. 21-33). Quepos, Punteranas, Costa Rica: Universidad de Santiago de Compostela. Acesso em 13 de 03 de 2018, disponível em <http://revistas.tec.ac.cr/index.php/memorias/article/view/2505/2293>
- Flores, C. R., Wagner, D. R., & Burato, I. C. (2012). Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. *Educ. Matem. Pesq*, 14, 31-45.
- Godino, J. D., Gonzato, M., & Blanco, M. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.
- Godino, J. D., Gonzato, M., Cajaraville, J. A., & yFernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 2, 109-130.
- Grande, J. D. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 14-20.
- Gutiérrez, A., Guillén, G., Cárceres, M., & Jaime, A. (1992). *La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G.B.* Valencia, Espanha: Institución Valenciana de Estudios e Investigación “Alfonso el Magnánimo”.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-19). Valencia: Universidad de Valencia.
- Kawamoto, M. (2016). Habilidades de visualização em Geometria espacial: um diagnóstico com alunos de 3º ano do Ensino Médio. 180. São Paulo.
- Patton, M. G. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods* (3 ed.). CA: Sage: Thousand Oaks.
- Presmeg, N. C. (1986). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics* 6, 42-46.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. *Emergency from psychology*.
- Santos, A. H. (2014). Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 97 f. Curitiba, Paraná, Brasil:

Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) Universidade Federal do Paraná.

Yin, R. K. (2005). *Estudo de caso: planejamento e métodos* (3 ed.). Porto Alegre: Bookman.