



## **Diferentes representações na solução de uma tarefa de contagem**

Natália Alcazar de **Matos**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Brasil

[nalcazarm@gmail.com](mailto:nalcazarm@gmail.com)

Mariana **Moran**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Brasil

[mbarroso@uem.br](mailto:mbarroso@uem.br)

Valdirene Maria dos **Santos**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Brasil

[valdirene\\_santos2@hotmail.com](mailto:valdirene_santos2@hotmail.com)

### **Resumo**

Ao se deparar com um problema de geometria com o apoio de uma figura, o aluno precisa criar em sua mente estratégias que o auxiliem em sua solução, o que lhe permite recorrer à diversas representações semióticas como ferramentas de visualização. Este trabalho investigou, a partir da visualização figural, as representações semióticas que alunos do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, utilizam para resolver um problema de contagem. A metodologia adotada é de natureza qualitativa, com análise dos dados descritiva e interpretativa. A tarefa foi aplicada a 70 alunos, em duplas, num contexto de sala de aula de matemática. Para a análise dos dados, utilizamos os registros de representação semiótica de Duval e a concepção do termo "visualização" adotada por Isabel Vale, com base em alguns pesquisadores da área. Nos resultados observamos que a língua materna foi a representação mais utilizada e a algébrica, a menos utilizada.

*Palavras-chave:* Representações Semióticas, Visualização, Figura, Ensino Fundamental.

### **Introdução**

Num cotidiano de sala de aula de matemática, a visualização de objetos geométricos e dos resultados matemáticos que existem, é uma necessidade para que se possa compreender os problemas propostos e utilizá-los nos diversos ramos das ciências e evidentemente da própria matemática. Segundo Vale (2014, p. 121), atualmente já não é mais suficiente que os

alunos se restrinjam apenas a resolver problemas rotineiros realizando cálculos e memorizando fatos ou procedimentos. É preciso ser capaz de reconhecer e definir problemas, gerar vários caminhos para chegar a uma solução, identificar os mais eficientes ou elegantes e comunicar os resultados. Estas capacidades podem ser cultivadas e desenvolvidas, desde que se proporcionadas oportunidades de aprendizagem apropriadas para despertar o potencial criativo, inovador e crítico. Destaca-se aqui, então, o potencial das tarefas como um segmento da sala de aula, cujo objetivo é despertar a atividade dos alunos de modo a promover um ambiente que proporcione tais oportunidades.

De acordo com Stein e Smith (2009), uma tarefa é definida como “um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (p.22). Podendo ser abertas ou fechadas, tratar de problemas, exercícios, execução de procedimentos ou aplicabilidade de conceitos. Dentre os vários elementos discutidos entre os pesquisadores como fatores que influenciam a aprendizagem de matemática, tem-se que as tarefas têm ganhado espaço significativo, recebendo atenção de vários países que buscam promover o desenvolvimento da educação matemática, conforme apontam Cyrino e Jesus (2014). Apesar disso, são recentes os estudos a respeito deste tema no Brasil. Também Vale (2014), afirma que as tarefas influenciam a forma como os alunos aprendem, principalmente se forem relacionadas com a resolução e a formulação de problemas que podem levar a compreensão de conceitos e ao mesmo tempo incentivar o desenvolvimento de dimensões do pensamento criativo e ressalta: “a aprendizagem depende fortemente do professor e das tarefas que este propõe” (p. 122).

Com base em Ponte (2014), destacamos que na resolução de uma tarefa é de fundamental importância o modo como os alunos interpretam as representações indicadas nos enunciados e como criam e interpretam as suas próprias representações. Em particular, no âmbito da geometria, o forte apelo visual dos problemas oportuniza que o aluno recorra à diversas representações semióticas como ferramentas de visualização para sua solução, uma vez que: “Visualização é a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com o objetivo de desenvolver ideias anteriormente desconhecidas e entendimentos avançados” (Arcavi, 1999, p. 26).

Assim, corroborando também com Duval (1999), temos que o visualizar pode permitir que os alunos desenvolvam flexibilidade para percorrer entre as diferentes representações semióticas, pois a “visualização refere-se a uma atividade cognitiva que é intrinsecamente semiótica” (p. 9).

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval deu início à Teoria dos Registros de Representação Semiótica em 1986 quando se deu conta de que na matemática trabalhamos somente com as representações de seus objetos e não com os objetos propriamente ditos (Freitas & Rezende, 2013). Dessa forma, pensando em impedir que os alunos confundam o objeto matemático com a sua representação, Duval enfatiza a importância de se trabalhar com representações variadas que não limitem a capacidade de compreensão e aprendizagem mesmo sem a existência física desses objetos.

Em se tratando da geometria, Duval (2012) esclarece que ao se visualizar um desenho de um objeto geométrico, se este for tridimensional a sua representação será bidimensional e deste modo, perceber as características particulares desse objeto, como regularidades, paralelismos, ortogonalidades etc., não é uma tarefa muito simples. Por isso, o pesquisador defende a necessidade do conhecimento de várias representações de um mesmo objeto para que suas propriedades e características sejam exploradas auxiliando, assim, na compreensão e

na construção do conhecimento matemático. Como registros de representação, Duval (2011) elenca: registro figural (RF) – “as representações produzidas para que possamos ‘ver’ (p. 84), sendo as figuras em geometria, as mais naturais; registro simbólico – pode ser visto na forma de representações numéricas (RN) e algébricas (RA); registro da linguagem materna (RLM) – “constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento” (p. 83) e pode ser considerado como um enunciado de um teorema, a descrição de algumas propriedades, a explicação para a solução de uma tarefa etc; e o registro gráfico (RG) – que consiste na construção de gráficos cartesianos, seja com instrumentos de desenho ou por meio de *softwares*.

Para este trabalho, exploramos somente os três primeiros registros, haja vista que estes apareceram naturalmente dentre as soluções dos alunos participantes para as tarefas propostas. Mais ainda, identificamos traços da flexibilidade entre as representações contidas nesses registros já que alguns alunos apresentaram mais de uma representação para a solução da tarefa de contagem proposta.

É possível que com esses registros sejam efetuadas transformações de representações semióticas que exijam um certo desempenho cognitivo do indivíduo. Para este trabalho, falaremos especificamente do tratamento. O tratamento é uma transformação que ocorre internamente ao registro, ou seja, uma mudança realizada sem sair do registro inicial (Duval, 2009). Por exemplo, no caso das figuras tem-se a possibilidade de explorá-las heurísticamente por meio de uma reconfiguração de suas subfiguras. Dessa forma, o tratamento pode ser efetuada em ambientes figurativos de modo a encontrar a solução para a tarefa que se está sendo proposta.

De acordo com Vale (2012), o trabalho com tarefas de contagens em ambientes figurativos constitui uma boa estratégia para desenvolver nos alunos capacidades de ver (identificação, decomposição, rearranjo, disposição) e contribuem para uma melhor flexibilidade de visualização e pensamento. Desta forma, a autora afirma que é crucial para os alunos verem as relações entre os termos sucessivos, permitindo-lhes traduzir os padrões visuais identificados através de expressões numéricas como primeiro passo para chegar à generalização – o cerne do pensamento algébrico.

Deste modo, este trabalho executado pelo GPEG – Grupo de Pesquisa em Ensino de Geometria, tem como objetivo investigar, a partir da visualização figural, quais as representações semióticas que alunos do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Maringá, utilizam para resolver uma tarefa de contagem.

### **Materiais e métodos**

A metodologia adotada para esta pesquisa é de natureza qualitativa, sob o paradigma interpretativo, pois propõe-se refletir sobre o que há de característico e particular nas situações analisadas. Segundo Denzin e Lincoln (2011), “os pesquisadores qualitativos estudam coisas dentro de seus contextos naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas lhes atribuem”(p.3). A análise de dados foi realizada de forma descritiva e interpretativa, sob a luz dos referenciais citados anteriormente, dentre os quais destacamos Duval e sua teoria a respeito das representações semióticas.

A tarefa aqui analisada foi aplicada no ambiente de sala de aula de uma escola estadual de Maringá, no estado do Paraná, Brasil. Os participantes foram 70 alunos, do 7º e 8º ano, que foram organizados em duplas. A tarefa foi aplicada pela própria professora da turma, que a longo prazo desenvolve um trabalho por meio de tarefas. Foi disponibilizado aos alunos papel

#### *Diferentes representações na solução de uma tarefa de contagem 4*

quadriculado para que registrassem suas resoluções e a tarefa foi impressa e entregue as duplas como na imagem abaixo.

A menina do mar organizou as conchas que apanhou ontem na praia do modo que a figura mostra. Descubra um processo rápido de as contar?



*Figural.* Tarefa de contagem proposta aos estudantes.

Esta tarefa é proposta por Vale (2012), neste trabalho a autora tem como objetivo entender de que maneira uma experiência didática baseada em padrões figurativos é um contexto adequado para obter expressão de generalização e pode contribuir para promover a aprendizagem matemática, em particular o pensamento algébrico ao nível do ensino básico por alunos e (futuros) professores. Para isso, recolheu as resoluções realizadas em turmas do 3º e 4º ano.

Após analisar o trabalho desta autora consideramos esta tarefa como adequada para a obtenção dos nossos dados de modo que estes nos permitissem alcançar o objetivo de investigar quais as representações semióticas que alunos do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental utilizam para resolver uma tarefa de contagem, a partir da visualização figural.

Os dados foram coletados por meio do registro escrito feito pelos alunos nas folhas de papel quadriculado e de entrevista realizada com a professora da turma.

#### **Resultados**

A tarefa aqui analisada é intitulada “Conchinhas” e após ser entregue foi solicitado aos alunos que descobrissem um processo rápido para a contagem das conchas, sem que essa contagem fosse feita uma a uma. Como esperado, diferentes representações semióticas foram utilizadas pelos alunos.

Para a análise e classificação das respostas, consideramos que os estudantes utilizaram uma representação figural para solucionar a tarefa, quando estes realizaram um tratamento da figura dada ou reproduziram outra figura com o objetivo de obter uma solução para a tarefa. Como representação numérica, enquadrámos as soluções que se apoiaram em cálculos estritamente numéricos e àqueles que recorreram a formalização matemática por meio de letras ou quantificadores matemáticos, classificamos, como representação algébrica. Por fim, as respostas descritas pela linguagem natural, ou seja, as descrições que consistiam em explicações da solução para a tarefa, categorizamos como representações na linguagem natural.

A figura a seguir indica as representações utilizadas pelos alunos e as suas frequências:

## Diferentes representações na solução de uma tarefa de contagem 5

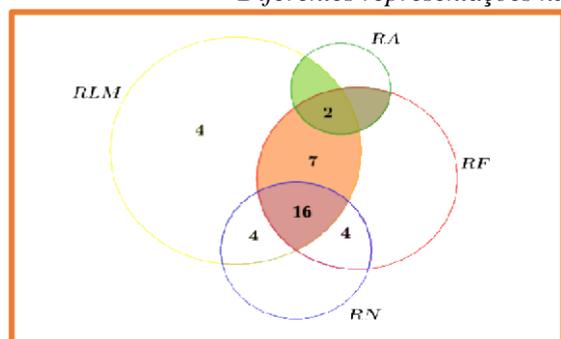


Figura 2. Representações semióticas utilizadas pelos estudantes.

Observamos que, das 37 tarefas: 33 apresentaram o uso da RLM, 29 o uso da RF, 24 da RN e 2 da RA; 25 apresentaram o uso da RLM e da RF, simultaneamente e 16 apresentaram o uso da RLM, RF e RN, simultaneamente.

### Discussões

Com base nos dados coletados foi possível observarmos que a tarefa de contagem proporcionou aos estudantes o uso das diferentes representações em prol de sua solução. A visualização da figura suscitou, em sua maioria, o uso da RLM com o objetivo de explicar a solução para a tarefa. Arcavi (1999) e Vale (2015) explicam que a visualização não está apenas relacionada com a ilustração, mas é reconhecida como uma componente do raciocínio estreitamente relacionada ao conceitual e não somente ao perceptual, e além disso, Vale (2015) esclarece que Krutetski (1976) indica o despertar do pensamento lógico verbal em situações que envolvem a recorrência à visualização de figuras. Sendo assim, das 37 tarefas, 33 apresentaram essa exploração além da perceptual, ou seja, utilizaram-se da RLM para explicitar seus raciocínios e desses, 4 estudantes utilizaram somente a RLM.

Como exemplo do uso da RLM destacamos:

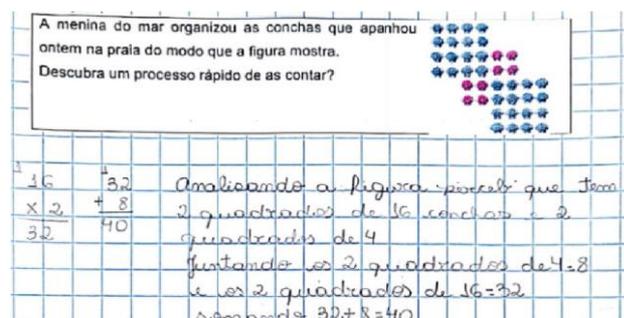


Figura 3. Resolução de um estudante na linguagem materna.

O estudante recorreu à linguagem para expressar seu entendimento da solução do problema.

Na solução desta tarefa também encontramos o uso da RF, ou seja, alguns estudantes, no processo de visualização da figura, realizaram tratamentos figurais com o objetivo de encontrar a solução para a tarefa. "A visualização pode suscitar o desenvolvimento da intuição e a capacidade de ver novas relações" (Vale, 2015, p. 04). O apelo à RF ocorreu em 29 dos 37 estudantes, no entanto, nenhum aluno recorreu somente a essa representação, ou seja, todos desse grupo viram a necessidade de aliá-la a uma outra representação de modo a dar sentido para suas soluções. As representação mais utilizada pelos estudantes em parceria com a RF foi a RLM e, em seguida, a RN. Godino (2012) cita que para Arcavi (2003), a visualização consiste no processo de criação, interpretação e reflexão acerca de imagens, diagramas e

Diferentes representações na solução de uma tarefa de contagem 6

desenhos permitindo representar ou comunicar uma certa informação. No caso desta pesquisa, observamos que a forma que os alunos mais recorreram para comunicar seus raciocínios figurais, resultantes da visualização, foi a RLM. Como exemplo, temos:

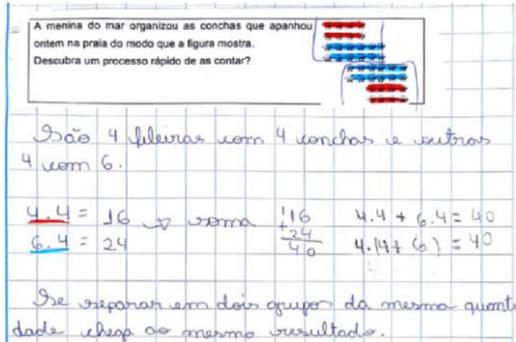


Figura 4. Resolução de um estudante na linguagem materna e na numérica.

Nesse exemplo temos a recorrência à representação na linguagem materna e na numérica, com o objetivo de esclarecer o raciocínio realizado com a representação figural. Tal fato, nos faz observar que, assim como afirmam Vale e Barbosa (2018), a visualização é uma ferramenta poderosa na abordagem da geometria, mas também de outros campos, como o numérico. Logo, devemos encontrar tarefas que estimulem, por meio da visualização, essa potencialidade de se apresentar várias soluções corretas para um mesmo problema, e mais ainda, percorrendo diferentes representações. Duval (2003) relaciona os fracassos ou os bloqueios dos alunos ao ato de manter um enclausuramento de representação semiótica, já que tal fato, também impede que os alunos utilizem seus conhecimentos prévios forçando-os a utilizar somente a técnica ensinada pelo professor.

Como solução a essa tarefa, também obtivemos o uso da Representação Algébrica, no entanto essa foi pouco requerida, já que das 37 tarefas, somente 2 tarefas apresentaram uma solução algébrica. A seguir, um exemplo dessa aplicação:

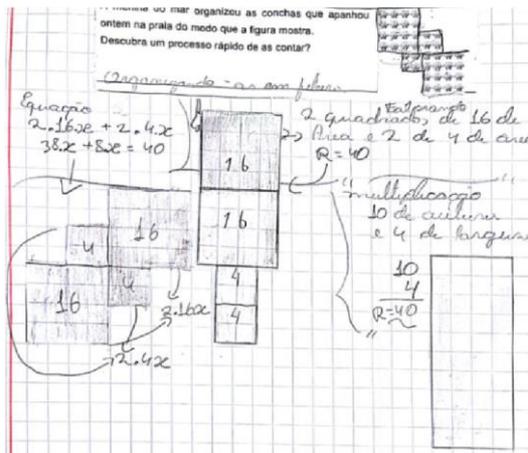


Figura 5. Resolução de um estudante na representação algébrica.

Observe que o aluno recorreu a uma equação de primeiro grau com o objetivo de solucionar a tarefa proposta. Embora o enunciado da tarefa solicitasse que os estudantes descobrissem um processo rápido para solução, foi possível percebermos que estes

procuraram um processo que fosse mais rapidamente pensado por eles, o que não necessariamente significa ser um processo rápido de solução. No caso desses estudantes que apresentaram a solução exposta na Figura X, tal contexto figurativo/visual despertou um pensamento algébrico como forma de explorar a solução para essa tarefa proposta.

Destacamos que muitas outras soluções interessantes, que utilizaram de representações figurais, numéricas, algébricas e na linguagem materna, foram realizadas, no entanto devido a limitação de exposição neste arquivo, destacamos somente alguns. Tais soluções poderão ser expostas e discutidas durante a apresentação no evento.

### **Considerações Finais**

Por fim, concluímos que a tarefa proposta, que consistia num trabalho com padrões figurativos/visuais, revelou-se com grande potencial para promover a relação entre as diferentes representações semióticas. Os alunos utilizaram representações variadas, tais como: língua materna, figural, numérica e algébrica, sendo a língua materna a utilizada com maior frequência e a algébrica, a menos utilizada.

Tal tarefa permitiu aos estudantes uma flexibilidade visual importante que levou-os a buscar diferentes estratégias de abordagem que permitiram solucionar o problema. Acreditamos que, com esse trabalho, corroboramos com o pensamento de Vale (2015) que afirma ver potencialidades no ato de estimular os alunos a apresentarem diferentes resoluções, contrariando a ideia tão difundida de que o importante é que basta ao aluno é conseguir uma resposta correta, independente desta ser a mais simples ou a mais interessante.

Nesse sentido, tal implementação, além de despertar o uso das diferentes representações para sua solução, também ofereceu oportunidade para que os alunos utilizassem a habilidade de visualização, o que foi verificado por meio dos registros apresentados por eles. Nestes é possível perceber que os alunos relacionaram questões conceituais além da percepção, conforme Vale, Barbosa e Pimentel (2014), que apontam que a visualização não está relacionada somente com a ilustração mas é principalmente reconhecida como uma componente do raciocínio e do pensamento.

Portanto, o desafio consiste não somente em aplicar tarefas, mas em selecionar tarefas que proporcionem a aprendizagem, despertem a curiosidade e o interesse a ponto de encontrar não somente uma solução, mas a melhor solução.

### **Referências e bibliografia**

- Arcavi, A. (1999). *The role of visual representations in the learning of mathematics*. XXICongress on the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter, Mexico, 26-1.
- Cyrino, M. C. C. T., Jesus, C. C. (2014). *Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática*. *Ciência& Educação*, Bauru, v. 20, n. 3, 751-764.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales*. Tradução: Myriam Vega Restrepo. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2003). *Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática*. In: Machado, S. D. A. (Org). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 11-33.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I)*. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física.

*Diferentes representações na solução de uma tarefa de contagem 8*

- Duval, R.(2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas*. Org.:Tânia M. M. Campos.Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- Duval, R.(2012). *Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência*. Tradução: MércilesThadeu Moretti. Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat: Florianópolis, v.07, n.1, 118-138.
- Denzin, N. K.,Lincoln, Y. S.(2011).*Introduction: The discipline and practice of qualitative research*. The Sage handbook of qualitative research (4th ed., 1-19). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Freitas, J. L. M., Rezende. (2013). V. *Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica*. Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM: Campo Mourão – PR, Jul-dez.
- Godino, J. D.,Gonzato, M.,Cajaraville, J. A., Fernández, T.(2012). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática*. Revista de Investigación y experiencias didácticas - Enseñanza de las ciencias,n. 30.2, 109 - 130.
- Ponte, J. P. (2014). (Org.) *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Stein, M. H., Smith, M. S. (2009).*Tarefas matemáticas como quadro para reflexão: da investigação à prática*. Educação e Matemática, n° 105, 22-28.
- Vale, I. (2012). *As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos*. Revista Interações, n. 20, 181-207.
- Vale, I. (2015). *A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas*. Revista Educação e Matemática Nº 135 - Novembro/Dezembro.
- Vale I., Barbosa A. (2018).*Mathematical problems: the advantages of visual strategies*, Journal of the European Teacher Education Network - Jeten, vol. 13, 23-33, Viana do Castelo, Portugal.
- Vale I.; Barbosa A.; Pimentel T. (2014). *Tarefas para promover a criatividade em matemática*, EIEM, Sesimbra, Portugal.