



Desarrollo del sentido de la medida en educación primaria

Marianela **Alpízar** Vargas

Universidad Nacional

Costa Rica

marianela.alpizar.vargas@una.ac.cr

Resumen

Los retos del sistema educativo son muy grandes y los docentes son un pilar importante en dicho sistema por lo que recae en ellos gran parte de esta responsabilidad. Durante este taller se pretende analizar diversas tareas no tradicionales del área de Medidas que permitan desarrollar diferentes habilidades cognitivas en estudiantes de educación primaria, donde se potencien diversos procesos de pensamiento. Un estudiante de educación primaria debe comprender los atributos medibles de un objeto y las unidades de medida básicas, además de utilizar instrumentos apropiados según la medición por efectuar y resolver actividades de índole cotidiano, donde el uso de diversas magnitudes es común; por otra parte el docente es el encargado de crear el entorno adecuado para potenciar el aprendizaje en sus estudiantes, por lo que debe dominar aspectos teóricos de la disciplina así como didácticos.

Palabras clave: educación primaria, matemáticas, medidas, formación docente, didáctica.

Introducción

La sociedad se encuentra en constantes cambios y con ella la educación en todos los niveles, año tras año se hacen diversas investigaciones que tratan de entender la manera de pensar de las personas, como aprenden y que necesitan para adquirir nuevos conocimientos, dentro de esta realidad se encuentra inmersa la Matemática Educativa, dentro de esta línea se trabaja la formación docente, el currículo escolar, las estrategias de aprendizaje y enseñanza, las dificultades y errores que muestra el estudiantado y las oportunidades que se tienen para avanzar.

Diversos países han apostado por hacer un cambio en el currículo no solo en el contenido por abarcar sino también en la metodología a seguir. Un ejemplo de ello es Costa Rica, en 2012 se aprobaron nuevos Programas de Estudio en el área de las Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP), desde el primer año de educación primaria hasta el último año de educación secundaria. Esta etapa de la educación costarricense se divide en cuatro ciclos, los tres primeros corresponden a la Educación General Básica, la población oscila entre 6 y 15 años, para finalizar con el ciclo diversificado, donde la edad de los estudiantes oscila entre 16 y 18 años.

Aunque ya van más de cinco años del cambio aún hay aspectos por mejorar entre ellos la preparación de los docentes, los materiales bibliográficos que se utilizan en las clases entre otros; además hace falta más investigación acerca de lo que está ocurriendo en el aula.

Lo estipulado en dicho programa es abarcado en todas las instituciones públicas del país, con él se pretende un cambio con miras a mejorar la formación básica de los ciudadanos costarricenses, con una matemática que los prepare para la vida; donde la resolución de problemas y las situaciones contextualizadas toman un papel trascendental (Alfaro, Alpízar, Morales, Salas y Ramírez, 2013). Se establecen cinco áreas de conocimiento para desarrollarse a través de la formación básica (primaria y secundaria) del estudiante; a saber: Números, Medidas Relaciones y Álgebra, Geometría, Probabilidades y Estadística (MEP, 2012).

Cada área tiene distinta representatividad según el ciclo escolar, en particular el tema de Medidas solamente es abarcado como contenido en I y II Ciclos, en el III y IV se considera como un tema transversal. En este taller se abordarán tópicos referentes al tema de Medidas en educación primaria, considerando las habilidades generales y específicas que establece el programa de estudios del MEP (2012) y los lineamientos curriculares que emanan de este, de manera específica para II Ciclo.

El área de Medidas, en ocasiones es considerado de fácil manejo para los estudiantes de educación primaria; sin embargo, el sentido de la medida no se desarrolla con procedimientos mecanizados que se transfieren en el aula sin relación con la cotidianidad, ni con conversión memorísticas, sino que lo aprendido en el aula debe ser de utilidad para las actividades cotidianas de los estudiantes y es ahí donde existe evidencia que el sentido de la medida no se ha desarrollado de la mejor manera, un ejemplo de ello podría ser cuando un vendedor en una tienda de comestibles no puede entregarle al cliente el cambio de dinero correspondiente, de igual forma en una construcción de una casa de habitación donde sobra gran cantidad de material (cemento, varillas, etc.) porque se compró de más o por el contrario hay faltante del mismo, entre otros (Alpízar, 2014).

Por otra parte en la validación que realizaron Pincheira y Vásquez (2018) de un cuestionario de medición de Conocimiento Didáctico Matemático para la Enseñanza de la matemática elemental en futuros profesores de educación básica, encontraron que el eje de medición fue el que presentó más debilidades en cuanto al conocimiento especializado del contenido, además los docentes en formación que llenaron el cuestionario no relacionaron el concepto de estimación como un concepto que se requiere para adquirir otros más avanzados del currículo escolar. Por lo anterior, se justifica la preocupación por atender el tema de Medidas.

Según el MEP (2012) la enseñanza de los conocimientos relacionados con Medidas debe tener una orientación adecuada, que evolucione según las características de los niños y las habilidades adquiridas, en el primer ciclo deben abordarse en asociación, en mayor parte, con el área de Números, debido a la importancia de las estimaciones, comparaciones y uso de instrumentos no convencionales. En el segundo ciclo debe relacionarse con Geometría y Estadística y Probabilidades, en este nivel se le debe dar énfasis al Sistema Métrico Decimal y al análisis de las diversas medidas en contextos reales, donde es indispensable que las tareas que se propongan abarquen distintos tipos de medidas.

Elementos conceptuales y metodológicos sobre Medidas

Según Moreno, Gil y Montoro (2015) la medida es un área importante dentro del campo de la Educación Matemática y cada vez toma más relevancia en los currículos escolares debido a su utilidad en contextos cotidianos, por ejemplo al organizar las actividades en un horario específico, realizar proyectos de construcción y manuales, administrar dosis de medicamentos, realizar recetas de cocina, entre otras.

Las medidas están directamente vinculadas con el sentido numérico, por lo que se debe aprovechar esta relación para establecer conexiones con las otras áreas matemáticas del currículo así como con otras disciplinas como ciencias, historia, geografía (MEP, 2012; Hurrell, 2015), es decir se deben plantear actividades donde el contexto pertenezca a distintas áreas, no solo a las matemáticas.

Según el MEP (2012) la medida es una característica de algunos objetos físicos (o matemáticos); donde es claro que no todo atributo es medible cuantitativamente, los objetos que admiten medición permiten establecer un “sentido de aproximación”. Esto cobra importancia en el análisis de las mediciones pues ellas constituyen una aproximación en sí misma, en tanto que los instrumentos de medición están sujetos a un margen de error. Una misma característica (medida) es común para varios objetos lo que permite que se puedan comparar dichos objetos.

Según el NCTM (2000) los conceptos básicos sobre la medida y el uso de instrumentos y técnicas de medida, deberían establecerse a partir de tareas de comparación de objetos, conteo de unidades y uso de conexiones entre conceptos espaciales y el número. Así los estudiantes pueden visualizar que una misma característica que es común a varios objetos permite la comparación de mediciones, y de este modo, se pueden determinar u observar semejanzas y diferencias entre esos objetos y así crear clasificaciones.

El uso de las medidas y el lenguaje asociado se adecua al contexto donde se estén desarrollando, para Godino, Batanero y Roa (2002) existen tres contextos relacionados con medidas:

- a) En la vida cotidiana y en las ciencias experimentales se habla de magnitudes para propiedades o cualidades de los objetos o fenómenos susceptibles de tomar diferentes valores numéricos, por ejemplo peso, velocidad, longitud.
- b) En las ciencias humanas y sociales las “cantidades” vienen a ser las distintas modalidades o valores que puede tomar el rasgo o característica del objeto o fenómeno en cuestión.
- c) En la matemática, con la palabra magnitud se designa un conjunto de objetos abstractos (cantidades) dotado de una cierta estructura algebraica, y medida es un isomorfismo entre dicha estructura y un subconjunto apropiado de números reales (p. 615)

El docente debe conocer acerca del significado de medición según el nivel de estudiantes que atiende, en el caso de educación primaria se desarrolla el primero de los contextos citados por Godino, Batanero y Roa (2002). Según el NCTM (2000) las tareas relacionadas con mediciones desarrollan habilidades de diversas áreas de las matemáticas y conceptos de medida que serán formalizados y ampliados en otros niveles de su educación.

Al iniciar la educación formal la medición que interesa es la relacionada con aspectos cotidianos con valores numéricos y que exista interacción con diversos instrumentos de medición. El docente debe ir guiando a los estudiantes para que estos descubran la necesidad que tienen los seres humanos de medir la longitud, la capacidad, el peso, entre otros, y hacer comparaciones entre diversas mediciones; además deben guiar esos procesos de medición y estar atentos para que los recursos que permitirán la experimentación se encuentren accesibles para el estudiantado.

Antes de abordar el uso de instrumentos estandarizados el estudiante debe manipular distintas herramientas que le ayuden a estimar, se recomienda que el estudio del Sistema Internacional de Unidades sea abordado después de haber trabajado de manera exhaustiva con

medidas arbitrarias, el trabajo con unidades debe darse de manera manipulativa (cuando el tamaño lo permita) para que el estudiante se familiarice con el orden de la magnitud, requisito para las estimaciones en medida (Chamorro, 2003).

No se aprende a medir sin hacer trabajo de campo, los estudiantes deben enfrentarse, en sus primeros años de formación, a esa experimentación de realizar mediciones con instrumentos no convencionales como las partes de su cuerpo, herramientas fáciles de encontrar como lápices de color, lapiceros, etc., hasta llegar a utilizar de manera correcta los instrumentos convencionales. Desarrollar habilidades en el área de Medidas requiere acción, socialización y reflexión, tal como lo indica Hurrell (2015) una lección donde se aborda un tema relacionado con medidas no puede ser una lección pasiva.

Tal como se describió anteriormente, el área de Medidas en Costa Rica, se abarca como conocimiento en I y II Ciclo, el propósito de dicha área en el I Ciclo de la Educación General Básica “es dar inicio a la comprensión del concepto de medida y que se calcule, estime, compare y aplique algunas de ellas” (MEP, 2012, p. 123). Para ello deben manipular instrumentos tradicionales y no tradicionales para efectuar diversas mediciones, considerar errores y discutir acerca de las diferencias que existen según el instrumento de medición a utilizar.

Las habilidades generales que deberán ser adquiridas, al finalizar el I ciclo, son:

- Construir la noción de medición (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad).
- Utilizar instrumentos de medición.
- Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo).
- Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad).
- Aplicar la medición en diversos contextos. (p. 123).

De lo anterior es posible determinar que diversos autores y entes encargados de la formación de niños en edades de 6 a 9 años consideran que el sentido de la medición debe iniciarse con ideas intuitivas acerca de cada tipo de característica medible, además que la importancia del tema de medidas radica en su uso en las actividades cotidianas.

Al continuar el proceso de instrucción se debe profundizar en el análisis de las mediciones, su importancia en la resolución de problemas del contexto, especialmente en medidas de longitud, moneda, peso, tiempo y capacidad. También se amplía el tipo de problemas que pueden ser resueltos mediante mediciones o estimaciones: medidas de superficie, volumen y temperatura, y se profundiza en el análisis del sistema métrico decimal.

Según la NCTM (2000) el proceso en el área de medidas debe continuar con los estudiantes profundizando y ampliando la comprensión de las medidas y en especial las de su entorno, en este nivel se incluyen otras medidas como ángulos y área y se presta mayor atención a la precisión al emplear instrumentos de medida y se introduce el uso de las fórmulas para determinar la medida de algunos de los atributos.

Por su parte para el sistema educativo costarricense, el propósito general para la enseñanza de las medidas en este II ciclo “es ampliar el conocimiento que traen las y los estudiantes en esta área y prepararlo en la comprensión y la aplicación del Sistema Métrico Decimal, sin dejar de lado el uso de diversos materiales e instrumentos de medición” (MEP 2012, p. 223).

Las habilidades generales que deben promoverse durante este ciclo son:

- Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Aplicar el sistema métrico decimal.
- Aplicar la medición en diversos contextos. (MEP 2012, p. 223)

Es decir se pretende que al finalizar este ciclo de enseñanza (estudiantes que oscilan entre 10 y 12 años) el estudiantado tenga una comprensión adecuada del concepto de medición y pueda realizar, estimar y comparar mediciones con mayor precisión que en el ciclo anterior, domine el uso de instrumentos convencionales y pueda resolver problemas de su entorno donde es evidente la mezcla de diversas mediciones en un mismo contexto.

Hasta aquí se presentó un panorama acerca de las orientaciones que debe tener el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos relacionados con el área de Medidas, a continuación se presenta un apartado donde se dan algunas nociones del conocimiento docente.

Conocimiento del docente

Ruiz (2014) expresa que el reto más importante que tiene el país (Costa Rica), después del cambio en sus planes de estudio es mejorar la preparación de los docentes; debe prestarse atención tanto a la capacitación de docentes en servicio, como a la formación universitaria de los mismos.

Un docente, sin importar el nivel, que imparte Matemáticas, debe estar en la capacidad de proponer actividades para sus estudiantes de acuerdo con el nivel que estos tengan, considerando los conocimientos previos de los mismos, y esas actividades deben estar en estrecha relación con el contenido que se quiere enseñar y que es propuesto en el currículo correspondiente; además debe tener un conocimiento especializado en cuanto al contenido por enseñar (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016).

Existen diversas posiciones acerca de lo que debe dominar un docente para impartir clases de matemáticas en educación primaria, uno de ellos es conocido como Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical knowledge for teaching, MKT) de Ball, Thames y Phelps, 2008. En este modelo se divide el conocimiento que tienen que tener el docente en dos categorías Conocimiento del Contenido que enfatiza en los conceptos matemáticos y Conocimiento Pedagógico del Contenido referido al proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. A su vez el Conocimiento del Contenido se divide en Conocimiento Común del Contenido (conocimiento de los contenidos que el docente tiene en común con otros profesionales que utilizan las matemáticas), Conocimiento en el Horizonte Matemático (conocimiento de la relación existente entre los conocimientos de matemáticas con otras áreas del currículo) y el Conocimiento Especializado del Contenido (conocimiento que el docente requiere para enseñar). Mientras que el Conocimiento Pedagógico del Contenido se subdivide en Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (conocimiento que permite a los docentes interpretar el pensamiento de sus estudiantes respecto de las tareas y contenidos matemáticos), Conocimiento del Currículo (conocimiento acerca de la propuesta curricular) y Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (conocimiento que mezcla el saber sobre la enseñanza y sobre las matemáticas) (Ball, Thames, Phelps, 2008).

Como se evidencia en el modelo anterior el conocimiento que el docente tenga acerca de la temática por enseñar es indispensable, las bases en los conceptos disciplinares deben ser fuertes, en este caso particular del conocimiento acerca de las nociones básicas de Medidas debe adecuarse al nivel donde va a impartir las lecciones, así como al uso que se le da a estos conocimientos fuera del aula; por otra parte el dominio que este tenga de aspectos didácticos puede facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje, otro de los elementos a dominar por parte del docente es el currículo vigente, en Costa Rica el planteamiento de las actividades que guiarán el proceso de enseñanza y aprendizaje en las escuelas públicas debe apegarse a los lineamientos curriculares que se establecen en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP vigente, por tanto se incluye en este documento un resumen de algunos de esos elementos con el fin de determinar las características que se deben tomar en cuenta para las actividades que se desarrollarán en el taller.

Los Programas de Estudio se sustentan en un conjunto de habilidades, procesos, ejes disciplinares, actitudes y creencias (MEP, 2012). Las habilidades se clasifican en específicas y generales, las primeras se relacionan con las capacidades que posee un estudiante para comprender un conocimiento, concepto o procedimiento desarrollables a corto plazo y las segundas corresponden a la generalización o combinación de las habilidades específicas, las generales se citaron en el apartado anterior.

En cuanto a los procesos matemáticos, son aquellas actividades que realizan las personas en las distintas áreas de las Matemáticas, y se dividen en cinco categorías básicas; a saber: *razonar y argumentar* se relaciona con actividades mentales como: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos; *plantear y resolver problemas* planteamiento de problemas (principalmente en contextos reales) y el diseño de estrategias para resolverlos; *comunicar* capacidad para expresar de manera adecuada tanto oral, visual o escrita las ideas, resultados y argumentos matemáticos al resto de los compañeros de clase o al docente; *conectar* establecer relaciones entre las diferentes áreas Matemática y con otras ciencias, y *Representar* es capaz de reconocer, interpretar y manipular diversas representaciones sobre un mismo objeto (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares) (MEP, 2012).

Otro elemento de los Programas de Estudio corresponden a los ejes disciplinares, con los cuales se busca responder a las debilidades existentes y posicionar la Educación Matemática que se desarrolla en el país con estándares internacionales. El MEP (2012), define cinco ejes disciplinares, los cuales son: la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, la contextualización activa como un componente pedagógico especial, el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales, la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a la Matemática y el uso de la Historia de la Matemática (p. 17).

Hasta aquí se dio un panorama general acerca de las características que debe contemplar el proceso de enseñanza y aprendizaje para el área de Medidas y algunas nociones acerca de las responsabilidades docentes en este proceso.

Aspectos metodológicos del taller

Tal como lo expresan Ball, Thames, Phelps (2008) el docente debe dominar conocimiento relativos al contenido como a aspectos pedagógicos o didácticos, por lo que la intención de este taller es realizar diversas actividades que relacionan estos dos aspectos, ya que se expondrán tareas relacionadas con los conocimientos básicos de Medidas, las cuales pueden plantearse a

estudiantes de educación primaria, estas se analizarán bajo dos perspectivas, la primera relacionada con los conocimientos disciplinares que deben tener los estudiantes para poder resolverlas y por ende los conceptos que deben dominar los docentes que imparten las lecciones y la segunda los elementos didácticos que deben considerarse al plantear actividades de este tipo en un aula.

Las actividades por presentar son situaciones problema que se identifiquen con las siguientes habilidades: Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura), estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura) y aplicar el sistema métrico decimal.

Para cada actividad se completará un instrumento de manera grupal, donde se analizarán aspectos como: el conocimiento matemático que se debe tener previo para realizar la actividad, la(s) habilidad(es) que se estarían desarrollando, los procesos matemáticos que se pueden activar con dicha actividad, el nivel y momento específico donde se desarrollaría (introducir, desarrollar o evaluar una temática), dificultades que pueden tener los estudiantes al efectuar las actividades y los errores que pueden cometer y el papel que debe tener un docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del tema en cuestión y al utilizar las actividades planteadas.

Cabe destacar que la encargada del taller adjuntará a cada grupo de trabajo los documentos necesarios para poder completar la tabla, esos sería: listado de conocimientos, habilidades y procesos que se pretenden trabajar con las actividades.

Las actividades por presentar son problemas no tradicionales planteados con base en los lineamientos curriculares del MEP de Costa Rica presente en los Programas de Estudio, donde se busca en la medida de lo posible trabajar contextos reales. Se adjunta una de estas actividades como ejemplo.

Decorando el espacio

La sala de la casa de María tiene la forma y las longitudes que se presentan en la figura adjunta, lo único que tiene dicho espacio es un televisor en el lado izquierdo y un estante para libros en el frente, la abertura de la puerta es de 95cm de ancho.

La familia de María requiere comprar, al menos, un sillón principal y para ello asisten a la tienda respectiva.

Al ir a la tienda encuentran las siguientes opciones para el sillón principal:

- I. Un sillón de 220cm de ancho, por 90cm de fondo y 85cm de alto.
- II. Un sillón de 195cm de ancho, por 100cm de fondo y 105cm de alto.

¿Cuál opción debe elegir la familia de María? Justifique su respuesta.

Figura 1. Ejemplo de las actividades por presentar en el taller.

Con este taller se pretende validar algunas de las actividades propuestas por quien imparte el taller para ser desarrolladas en las aulas de educación primaria, de manera específica en II Ciclo de la Educación General Básica en el área de Medidas. Se espera que al compartir con docentes e investigadores de otras latitudes se puedan analizar los distintos elementos que se requieren para que las actividades sean de provecho para las clases del nivel citado; además de discutir las condiciones necesarias para que una actividad se pueda considerar como adecuada.

Por otro lado se espera que parte del público que asista al taller sea docente en ejercicio de educación primaria por lo que las actividades que se discutirán les podrán servir en sus clases de Matemáticas, porque, aunque dichas actividades están relacionadas con lo estipulado en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP de Costa Rica hay muchas similitudes con los currículos de otros países.

Reconocimientos

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación Formación docente en II Ciclo de la Educación General Básica en cuanto al tema de las Matemáticas de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, bajo el código SIA 0082-16.

Referencias y bibliografía

- Alfaro, A.L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez, M., y Salas, O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(8), 131-179. Recuperado de <http://www.revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/12225/11496>
- Alpízar, M. (2014). Área de Medidas en el I Ciclo de la Educación General Básica, algunas consideraciones para su abordaje en el aula. Ponencia presentada en II Encuentro Centroamericano de Matemática Educativa (II ECAME). Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi <http://dx.doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Chamorro, M.C (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En *Didáctica de las Matemáticas*, Ed M.C Chamorro. Editorial Pearson. España.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, XX (pp. 288-297). Málaga: SEIEM. Recuperado de <http://www.seiem.es/docs/actas/20/ActasXXSEIEM.pdf>
- Godino, J. Batanero, C., y Roa, R. (2002). Medida de magnitud y su didáctica para maestros. Proyecto Edumat-Mestros, Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.

- Hurrell, D. (2015). Measurement: Five considerations to add even more impact to your program. *Australian Primary Mathematics Classroom* 20 (4), 14-18.
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio en Matemáticas para la Educación general Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.
- Moreno, M.F., Gil, F., y Montoro, A.B. (2015). Sentido de la medida. En Flores, P. y Rico, L. (Coords). *Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria*. Ediciones Pirámide. España.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics. Reston: NCTM, Inc.
- Pincheira, N. y Vásquez, C. (2018). Conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la Matemática Elemental en futuros profesores de educación básica: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Estudios Pedagógicos* 44, 1. 25-48. Recuperado de <http://revistas.uach.cl/index.php/estped/article/view/3597>
- Ruiz, A. (2014). La implementación de los programas oficiales de Matemática. *Informe Estado de la Educación*. San José: PEN. Recuperado de http://www.estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/005/Angel_Ruiz_La_implementacion_programas_matemt.pdf