



## Enseñanza del pensamiento espacial y geométrico mediado por herramientas tecnológicas

Yessica Paola **Díaz** Lugo

Universidad del Cauca

Colombia

[ydiazl@unicauca.edu.co](mailto:ydiazl@unicauca.edu.co)

Yeny Leonor **Rosero** Rosero

Universidad del Cauca

Colombia

[yrosero@unicauca.edu.co](mailto:yrosero@unicauca.edu.co)

### Resumen

En la actualidad, una de las problemáticas en la enseñanza de la geometría es la falta de dinamismo en los objetos geométricos, para esto una alternativa es la implementación de herramientas tecnológicas que permitan al estudiante descubrir el espacio geométrico y dotarlo de significado; situación que requiere un cambio en las prácticas docentes. En este sentido, se diseña una secuencia didáctica seleccionando actividades mediadas por tecnologías. Los estudiantes se motivan por el uso de software y para proponer diferentes representaciones de objetos geométricos usan las nociones de geometría activa, otorgando un significado a estos objetos; por su parte los docentes se sienten atraídos por resolver situaciones problema con la mediación de software. Esta investigación se debe a una reflexión crítica sobre una búsqueda de fenómenos educativos en la Escuela Normal Superior de Popayán.

*Palabras clave:* herramientas computacionales, pensamiento espacial, geometría activa, secuencia didáctica, mediación tecnológica

### Mediación de herramientas tecnológicas en el aprendizaje de la geometría

En la actualidad, los estudiantes están inundados de herramientas tecnológicas, su cotidianidad se ve afectada de diversas maneras; sin embargo se refleja cierto desinterés e incapacidad para hacer uso de ellas en el ámbito académico. Aspecto que también se evidencia en algunos profesores que enseñan matemáticas, esta situación incide en el aprendizaje de los actuales estudiantes ya que no perciben una relación directa de las matemáticas con las tecnologías que usan diariamente, ni tampoco comprenden el significado de los objetos matemáticos que estudian.

Moreno (2015) expresa, que uno de los problemas en la enseñanza de las matemáticas son

las dificultades en la apropiación de fragmentos de conocimiento, en cómo se construye un proceso “dialógico” estable y permanente, entre estudiantes y profesores sobre el significado de los objetos matemáticos.

En consecuencia, el reto para los maestros debe ser dotar de significado a los objetos matemáticos con el apoyo de herramientas computacionales para que, según Moreno (2001) la “sinapsis matemática” (p. 82) (ensamble entre los objetos matemáticos y los recursos computacionales) tenga un sentido.

Otro aspecto del problema es cómo atraer la atención de los estudiantes en el momento de presentarles un nuevo conocimiento matemático, generando la necesidad de incursionar e interponer en el aula de clase una nueva herramienta, ocasionando la producción de un nuevo currículo impulsado por el uso de tecnologías.

Moreno (2001) afirma que “el pensamiento matemático del estudiante queda afectado radicalmente por la presencia de la herramienta” (p. 85), el docente decide presentar un objeto digital al estudiante para ampliar su propio pensamiento y visión matemática. Ante esta situación se hace necesario diseñar estrategias didácticas que ayuden a articular el objeto matemático con las TIC (tecnologías de la información y comunicación), lo que significa cambios en la práctica docente con la introducción generalizada de las TIC, formando adecuadamente al profesorado en el aprovechamiento didáctico de estas (Bracho y Maz, 2013). Esto lleva, a formular la pregunta: ¿Cómo las herramientas tecnológicas, contribuyen al desarrollo de pensamiento espacial y geométrico en estudiantes que inician la secundaria?

### **Metodología**

Esta investigación es cualitativa, el método es investigación acción y la técnica es la observación. La población la conforma un grupo de estudiantes de grado sexto y se indaga por problemáticas educativas existentes en el aula de clase al estudiar la esfera y los poliedros, luego se realiza una reflexión de lo descubierto en la inmersión inicial en el aula, sustentada por algunos referentes teóricos que argumentan las representaciones de los estudiantes. Con ellos, se utiliza los software: SketchUp y Poly Pro, como herramientas mediadoras del conocimiento y, para el trabajo con los docentes, en la modelación de algunos problemas matemáticos, además, se utiliza geogebra y Excel según se requiera.

### **Resultados**

Las evidencias corresponden al trabajo realizado con: estudiantes y profesores. El análisis de los resultados con los estudiantes son divididos en tres categorías; la primera es la categoría discurso natural que interpreta las diferentes evidencias que muestran la visualización de los estudiantes del entorno junto a su lenguaje natural; Alsina (1989) menciona que “la enseñanza de la geometría puede ser caracterizada como el estudio de las experiencias espaciales” (p. 15) en consecuencia, la modulación de conocimientos e intuición geométrica lleva al estudiante a la percepción espacial, un ejemplo de esto es la figura 1, en la cual se observa un representación en la que los estudiantes ponen en manifiesto el concepto de perspectiva reproduciendo, en una superficie plana, la profundidad de la figura tridimensional, generando la identificación de propiedades y el acercamiento de un lenguaje más preciso y estructurado

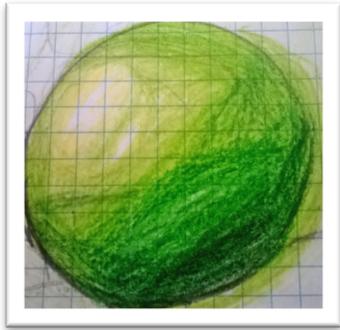


Figura 1 Dibujo de una pelota

E1: “puede hacer un giro de 360° grados”

E2: “la pelota tiene grosor”

La segunda es la categoría transición de lo bidimensional a tridimensional; se realiza la representación de figuras tridimensionales, en un espacio bidimensional y viceversa, con el objetivo de comunicar y revelar información de un objeto tridimensional partiendo de representaciones y relaciones de figuras planas (MEN, 1998), un ejemplo es la figura 2, en ella se observa la representación de un objeto tridimensional en una pantalla de video, el software utilizado permite que el estudiante transforme la figura, en un objeto dinámico y visualice el espacio tridimensional en el que fue construido observando el objeto en una sola vista

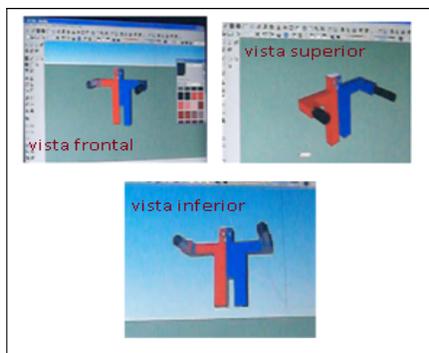


Figura 2 Vistas de un objeto tridimensional

La tercera es la categoría operatoria, aquí se estudia el conjunto de figuras geométricas tridimensionales analizadas desde el punto de vista de unidades figurales que las componen, combinadas con las modificaciones realizadas por los estudiantes, es así como “todas estas transformaciones promueven operaciones específicas y constituyen la heurística de las figuras” (Duval, 1995, p.156), dichas transformaciones se hacen evidentes en el uso de software y la concepción de geometría activa. En la figura 3 el estudiante construye su representación a partir de figuras geométricas “base” sobre las cuales se deducen operaciones, relaciones y nuevos elementos que soportan la construcción de la figura, es así como se logra captar las transformaciones correspondientes para formar en este caso cuerpos redondos como el cilindro y el cono.

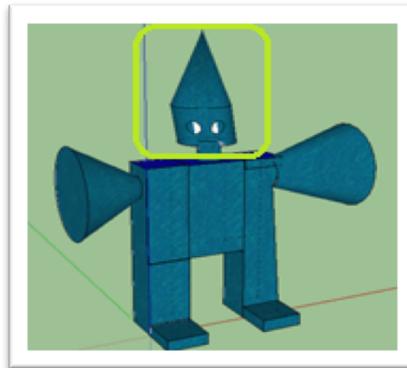


Figura 3 Representación de una figura

Por otro lado, en los docentes, el interés por la articulación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, confiere un espacio de aprendizaje en donde se estudia algunos problemas matemáticos ( (Matemático, 2018)), indicando algunos estándares básicos de competencias que se pueden alcanzar en cada uno de los ejercicios propuestos, con el fin de revelar las potencialidades de la articulación entre una herramienta tecnológica y los saberes matemáticos. Uno de los problemas es el siguiente: la figura 4 muestra un pentágono. Se dibujan cinco circunferencias con centros en A, B, C, D y E de tal manera que las circunferencias de centros consecutivos son tangentes entre sí. Las longitudes de los lados del pentágono se dan en la figura. ¿Qué punto es el centro de la circunferencia de mayor radio? A, B, C, D o E. La figura 4 muestra una representación, la visualización del problema realizado en Geogebra. Ante la necesidad de formalizar el resultado se busca un método de solución más preciso, es así como se recurre a plantear un sistema de ecuaciones lineales (figura 5 y 6).

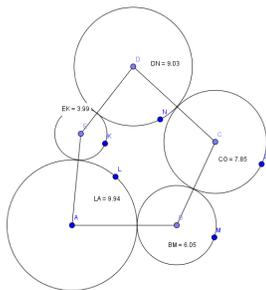


Figura 4 Modelación de un problema matemático en Geogebra

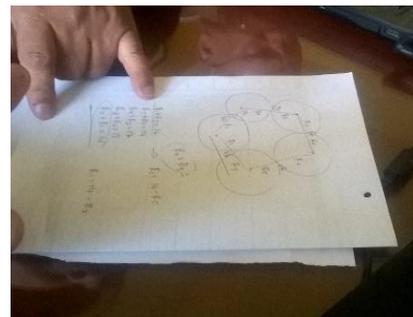


Figura 5 Docente estableciendo las ecuaciones correspondientes con ayuda de un dibujo

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 + 0r_3 + 0r_4 + 0r_5 &= 16 \\ 0r_1 + r_2 + r_3 + 0r_4 + 0r_5 &= 14 \\ 0r_1 + 0r_2 + r_3 + r_4 + 0r_5 &= 17 \\ 0r_1 + 0r_2 + 0r_3 + r_4 + r_5 &= 13 \\ r_1 + 0r_2 + 0r_3 + 0r_4 + r_5 &= 14 \end{aligned}$$

Figura 6 Sistema de ecuaciones para el problema

### Conclusiones

La secuencia didáctica permite que el docente seleccione y diseñe actividades para generar en los estudiantes un aprendizaje significativo.

El diseño curricular es basado en la geometría activa, articulado con herramientas computacionales que actúen como mediadoras del conocimiento; lo que produce un cambio en la presentación de las matemáticas a los estudiantes

La mediación tecnológica junto con el análisis cualitativo y cuantitativo de figuras geométricas, permite dar soporte a la interpretación de objetos matemáticos modelados.

Las herramientas tecnológicas permiten realizar representaciones de un objeto matemático desde diferentes concepciones del pensamiento matemático y se constituyen en mediadoras del conocimiento.

El uso de tecnologías en el aula es un proceso que requiere superar ciertas competencias tecnológicas.

### Referencias y bibliografía

Moreno Armella, L. (15 de febrero del 2017). De la geometría a la geometría dinámica.

Moreno Armella, L., Lupiañez, J. L. (2002). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. En Ministerio Nacional de Educación. República de Colombia (Ed.), Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas (pp. 248-256). Bogotá, Colombia: Enlace Editores.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf).

Alsina, C., Pérez, R., Fortuny, J, (1997). ¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO. Madrid, España: EDITORIAL SINTESIS

Matemático, A. C. (24 de 10 de 2018). *Canguro Matemático*. Obtenido de <http://www.canguromat.org.es/canguro2002/ikg2002.html>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

Moreno Armella, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales. En Ministerio Nacional de Educación. República de Colombia (Ed.), Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas (pp. 81-86). Bogotá, Colombia: Enlace Editores

## Apéndice A

### Plan de clase: Construcción de pirámide por medio de SketchUp y Poly Pro

#### Introducción

Se pretende dar impulso al uso e implementación de herramientas tecnológicas en el aula de clase, incentivando a la creación de un nuevo currículo que aborde conceptos geométricos, así mismo el docente debe permitir al estudiante expresar sus representaciones, en diferentes medios. Aunque, ¿se deberían utilizar una o varias herramientas tecnológicas para que el estudiante obtenga y sea dueño de un concepto geométrico?, es difícil dar un número exacto, sin embargo se puede acudir a implementos que el estudiante conoce con anterioridad por ejemplo el lápiz y papel, estos vistos como otro tipo de tecnología (Moreno, 2002). En el siguiente plan de clase se presentan diferentes actividades de abordar el concepto de pirámide.

#### Propósito

Lograr que los estudiantes construyan la pirámide

#### Objetivo

Analizar los diferentes procesos utilizados por los estudiantes para la construcción de una pirámide.

#### Actividades

Con el motivo de descubrir la capacidad de distinguir, caracterizar y construir una pirámide se procede a las siguientes actividades:

- Se le pide al estudiante responder en su cuaderno las siguientes preguntas relacionado con la construcción (casa) realizada anteriormente: ¿Qué figura (sólido) les causó más dificultad? ¿Por qué? Y ¿En dónde se detuvo la construcción de la figura?

Para enfatizar el concepto de construcción de los prismas, en particular de la pirámide con base cuadrada, se procede a mostrar a los estudiantes la figura 4, una pirámide de base cuadrada de Poly Pro

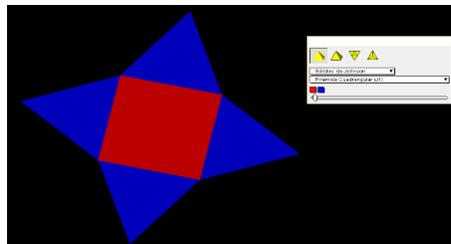


Figura 7 Pirámide triangular en Poly Pro

- Se pide al estudiante dibujar en una hoja de papel un plano de la pirámide triangular como el que se muestra en la figura 4. Pero ¿solo se podrá formar una pirámide con un cuadrado y cuatro triángulos?
- El estudiante debe realizar dos patrones de una pirámide cuadrangular, con las siguientes figuras: cuatro (4) triángulos y un (1) cuadrado, un ejemplo de esto es la figura 5. Finalizada esta actividad, se ha hecho un traslado de una figura tridimensional a un plano bidimensional.
- En otro aspecto, se presenta a los estudiantes la actividad de la figura 6, en este ítem el objetivo es ver el tronco de la pirámide en un plano bidimensional a construirla en el

software tridimensional, además distinguir que está es parte de la pirámide que los estudiantes construyeron.

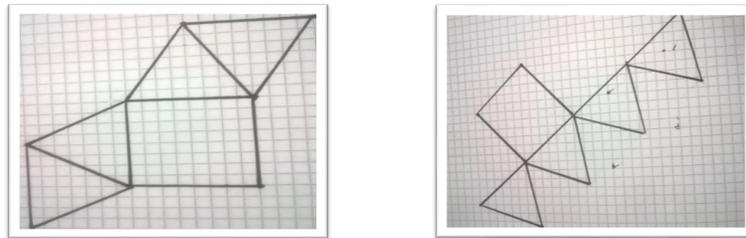


Figura 8 Patrones de pirámide de base cuadrada

En la actividad 4 se busca también, que los estudiantes logren observar la semejanza de los planos paralelos (particularidad del tronco de la pirámide).

- Ahora los estudiantes señalan cuál de las siguientes figuras puede armar la caja que construyen en el software la figura 7. Para estas actividades se destinan 8 horas.

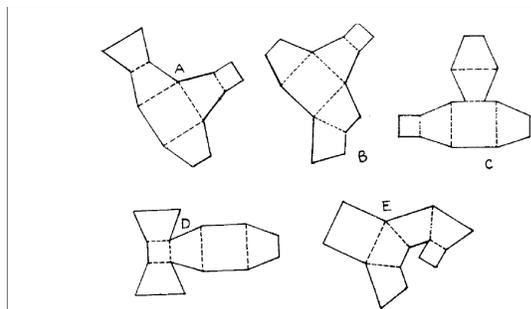


Figura 9 Ejercicio para los estudiantes

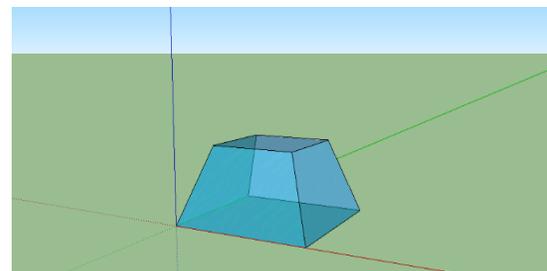


Figura 10 Tronco de una pirámide en SketchUp

### Referentes teóricos para institucionalizar el saber

Según Clemens, et al (1989) “una pirámide es un poliedro en el cual todas las caras, menos una, tienen un vértice común. Ese vértice común es el *vértice* de la pirámide, y la cara que no contiene al vértice es la *base* de la pirámide.”

Pero ¿Qué es un poliedro? Giesecke (2006) afirma que “los sólidos delimitados por superficies planas se llaman **poliedros**; las superficies son llamadas *caras* y si las caras son polígonos regulares iguales los sólidos se conocen como *poliedros regulares*”.

Observemos que tipo de figuras están catalogadas como poliedros

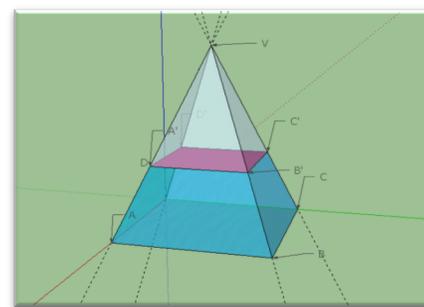


Figura 11 Pirámide en SketchUp

## i. Prismas

Definición prisma: es un poliedro que satisface las siguientes condiciones: la primera hay un par de caras congruentes sobre planos paralelos (*bases*), y la segunda todas las demás caras son congruentes. (Clemens, S. R, et al, 1989), en ellos se encuentran los *paralelepípedos*

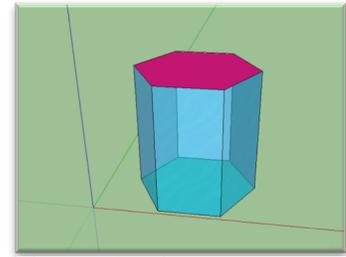


Figura 12 Prisma en SketcUp

## ii. Cuerpos redondos

Definición cuerpos redondo (o sólidos de revolución): es un sólido en el que por lo menos una de sus caras es una superficie curva, aquí se encuentran: *cono*, *cilindro*, *esfera*. (Rojas Álvarez, 2015)

Definición cono: es un sólido engendrado por la revolución completa de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos denominado *eje de revolución* o *eje de giro*. El otro cateto describe un círculo y es el *radio de la base* o *radio del cono*.

Definición cilindro: es un sólido engendrado por la revolución completa de un rectángulo alrededor de uno de sus lados, denominado *eje de revolución* o *eje de giro*.

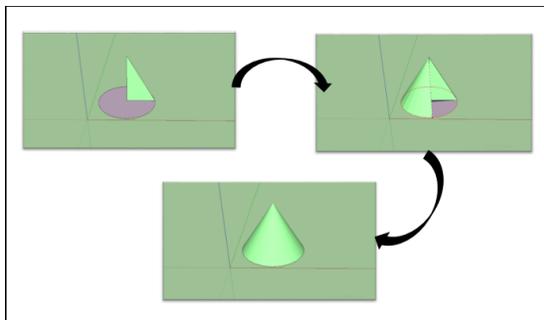


Figura 13 Construcción del cono

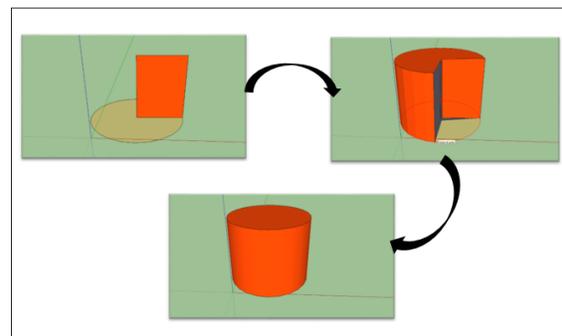


Figura 14 Construcción del cilindro

## Poliedros regulares

Definición poliedros regulares: es un poliedro en el que todas sus caras son polígonos regulares con el mismo número de aristas y todos los vértices están rodeados por el mismo número de caras. Solo existen cinco poliedros regulares o sólidos platónicos. (Rojas Álvarez, 2015)