



## La entrevista socrática como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van Hiele

William Eduardo **Calderón** Gualdrón

Doctorando en Ciencias de la Educación de la Universidad Metropolitana de Educación Ciencia y Tecnología. UMECIT. Grupo de Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander EDUMAT-UIS.

Colombia

[williameduardoc@hotmail.com](mailto:williameduardoc@hotmail.com)

René Alejandro **Londoño** Cano

Facultad de Educación, Universidad de Antioquia

Colombia

[renelondo@gmail.com](mailto:renelondo@gmail.com)

### Resumen

El presente trabajo es parte de una investigación en curso que tiene por objetivo caracterizar los niveles de razonamiento del modelo de van Hiele asociados a la comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico. Basados en nuestra experiencia docente y de acuerdo a la literatura abordada, hemos evidenciado que la gran mayoría de estudiantes de primeros semestres de universidad presentan dificultades para comprender el concepto de parábola como lugar geométrico. De acuerdo a Londoño (2011), la entrevista de carácter socrático permite generar, por un lado, experiencias de aprendizaje en relación con un conocimiento matemático y, por otro, avanzar en la comprensión del concepto en cuestión; este estudio retoma esta idea y la adapta al software GeoGebra. Dos hallazgos emergieron de este proceso y nos permitieron caracterizar la comprensión: Un conjunto de descriptores de los niveles de razonamiento de van Hiele y un guion de entrevista socrática mediada por GeoGebra.

*Palabras clave:* Lugar geométrico, Descriptores, GeoGebra, Parábola, Entrevista socrática Dinámica.

### Introducción

Basados en nuestra experiencia docente y de acuerdo a la literatura abordada, los estudiantes de primer año de universidad presentan dificultades en la comprensión de las

## ***La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 2 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele***

secciones cónicas, situación que ha sido documentada hace más de 30 años por investigadores como Just y Carpenter (1985), Santa y Jaramillo (2007), Gómez y Carulla (2000), quienes aseguran que los estudiantes que aprenden de memoria las ecuaciones de las cónicas, no comprenden las propiedades ni hacen procesos de análisis; lo anterior conlleva a dificultades en relación a la representación algebraica y geométrica, impidiendo su comprensión como lugar geométrico.

Lo anterior señala la necesidad de aportar elementos que permitan a los profesores mejorar el proceso de enseñanza de las cónicas, en específico, de la parábola como lugar geométrico.

En esta investigación, en particular, interesa aportar a la solución de la problemática de las dificultades en la comprensión de la parábola como lugar geométrico en estudiantes de educación media. Para ello, nos hemos planteado la siguiente pregunta de investigación: *¿Cómo comprenden los estudiantes de educación media el concepto de parábola como lugar geométrico, haciendo uso del software de geometría dinámica GeoGebra?*

### **Fundamentación teórica**

El problema de la comprensión en conexión con el aprendizaje de la geometría ha sido abordado desde antaño por Pierre Van Hiele (1957) quien resalta su importancia al afirmar que “la adquisición de comprensión es, con razón, uno de los objetivos de la enseñanza de las matemáticas” (p. 10). Para ello, Pierre señala que se deben crear las condiciones bajo las cuales la comprensión se pueda dar, lo cual conduce a pensar que es, quizás, por la forma tradicional que se enseña que los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje y la comprensión de los conceptos matemáticos.

### **El modelo de van Hiele**

Como docentes de matemáticas siempre estamos buscando la forma en que nuestros estudiantes mejoren su actividad en el área, cuestión que resulta frustrante en ocasiones.

“Había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar, y aun así los estudiantes no entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente, pero no tenían éxito. Especialmente al comienzo de la geometría, cuando había que demostrar cosas muy simples, podía ver que ellos daban el máximo de sí, pero la materia parecía ser demasiado difícil. Pero debido a que yo era un profesor inexperto, también tenía que considerar la posibilidad de que yo fuera un mal profesor. Y esta última y desagradable posibilidad se afirmaba por lo que ocurría posteriormente: de pronto parecía que comprendían la materia en cuestión, podían hablar de ella con bastante sentido y a menudo decían: «no es tan difícil, pero ¿por qué nos lo explicó usted de forma tan complicada?» En los años que siguieron cambié mi explicación muchas veces, pero las dificultades se mantenían. Parecía como si siempre estuviese hablando en una lengua distinta. Y considerando esta idea descubrí la solución, los diferentes niveles del pensamiento.” (van Hiele, 1957, p. 39)

Estas reflexiones, sobre su propia práctica pedagógica, llevaron a los profesores Van Hiele a plantear su teoría para la enseñanza-aprendizaje de la geometría. Su mentor de tesis doctoral, Hans Freudenthal, precisó:

### *La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 3 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele*

Ellos se observaron a sí mismos cuando enseñaban, recordaron lo que habían hecho y lo analizaron. De hecho el pensamiento es una actividad continua, pero existen niveles relativos a esta actividad. En el nivel más alto, la acción del nivel más bajo se convierte en objeto de análisis. Eso fue lo que los van Hiele reconocieron como característica sobresaliente de un proceso de aprendizaje, nombrándolo de la manera como ellos lo aprendieron enseñando. Ellos transfirieron esta característica del proceso de aprendizaje, que era la meta de su enseñanza, al proceso de aprendizaje de los estudiantes quienes estaban aprendiendo matemáticas. Allí, ellos descubrieron niveles similares. Para mí, esto se parece a un descubrimiento importante. (Freudenthal, 1973)

Este descubrimiento del que habla Freudenthal es lo que en la actualidad se conoce como el Modelo de Enseñanza-Aprendizaje de van Hiele, debido a que da una explicación integral del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría de la gran mayoría de estudiantes.

Prat (2105), indica que cualquier modelo educativo se compone de tres etapas diferenciadas, las cuales son:

- a. Observación: la primera etapa detecta la repetición de determinados patrones de comportamiento en los estudiantes bajo unas condiciones concretas.
- b. Planteamiento: acorde a las regularidades observadas se definen y formulan las características del modelo, que describen cómo se produce el desarrollo o aprendizaje de los estudiantes.
- c. Análisis: se realizan diversas experiencias que corroboren o rectifiquen los planteamientos hechos.

El modelo de van Hiele atravesó estas tres etapas, y se validó por parte de los van Hiele en la enseñanza de la geometría en educación secundaria. La geometría fue escogida como un ejemplo debido a que es la piedra angular de las matemáticas. No obstante, el modelo se ha extendido y validado en ramas diversas de las matemáticas como el análisis matemático, la aritmética, la trigonometría, entre otras.

El modelo de van Hiele es “una excelente guía para los profesores pues (...) enseña a descubrir cómo debe comunicarse el profesor con los alumnos, para presentarles nuevos conceptos de manera que se fomente la comprensión de las matemáticas” (Jaime y Gutiérrez, 1990, pp. 302-303).

El modelo de Van Hiele está fundamentado en tres aspectos:

- a) “niveles de razonamiento”, los cuales referencian una secuencia continua de tipos de razonamientos mediante los cuales progresa, sin saltarse alguno. Permiten analizar la capacidad de razonamiento matemático de los individuos, desde que empiezan su aprendizaje hasta que alcanzan su máximo grado de desarrollo.
- b) “fases de aprendizaje”, orientada a los profesores, las cuales brindan directrices para encaminar a sus estudiantes hacia un nivel superior de razonamiento.
- c) y la percepción-insight, que es el interés original y el tema de disertación.

## **La entrevista socrática**

El método socrático ha ganado un importante lugar en la educación ya que facilita el ambiente para construir conocimiento bajo una característica especial: el profesor, quien dirige el diálogo, asume una actitud de humildad que permite a los estudiantes sentirse cómodos en un nivel en el cual pueden participar abiertamente; en vez de decir qué o cómo hay que pensar, permite el descubrimiento del conocimiento por parte del estudiante. El diálogo socrático se ha validado como medio para que un estudiante encuentre la verdad sobre un conocimiento, de igual forma, la entrevista de carácter socrático se ha implementado como una estrategia que permite generar, por un lado, experiencias de aprendizaje en relación con un conocimiento matemático y, por otro, identificar el conocimiento que se ha aprendido (Londoño, 2011).

El diálogo como elemento importante en la educación matemática es entendido desde los “Diálogos” de Platón (texto que contiene el capítulo llamado “Menón”, en el cual se puede apreciar el diálogo que sostiene Sócrates con el esclavo de Menón acerca de encontrar el cuadrado de área doble, de otro cuadrado dado), cuyos coloquios se caracterizan por su alto grado de indagación y análisis, lo cual supone un compromiso con el intelecto. De la Torre (2003) describe el método socrático como camino hacia el esclarecimiento de los conceptos, tal como se perfila en el Menón; señala además que:

El camino hacia el conocimiento es un proceso gradual, en el cual la opinión y la creencia constituyen etapas intermedias. El aprendiz se esfuerza y participa activamente en el proceso, que termina cuando aquel inventa o descubre la respuesta adecuada a una pregunta bien formulada. (De la Torre, 2003, p. 102)

Sucerquia, Londoño y Jaramillo (2015) señalan que en una clase de matemáticas el diálogo debe permitir la expresión de ideas, conocimientos, razonamiento crítico y reflexivo, procesos argumentativos, etc.; es decir, el diálogo matemático debe presentar algunas características particulares que deben estar en correspondencia con las propias del diálogo socrático.

La entrevista socrática [...] ha sido el medio más adecuado para realizar el seguimiento de la construcción y evolución de un concepto matemático en la mente del alumno, como también se ha considerado una herramienta fundamental en estos estudios, debido a que ha permitido determinar los niveles de razonamiento a la luz del modelo de van Hiele [...]. (Jaramillo y Campillo, 2001, p. 82)

Londoño (2011) emplea la entrevista socrática con una doble intención: a) que el profesor reflexione sobre el concepto y las dificultades en la enseñanza del mismo, esto con el propósito de que forje la necesidad de diseñar una red de relaciones para propiciar el acercamiento del estudiante al concepto; b) que le permita al entrevistado (el estudiante) progresar en la comprensión del Teorema Fundamental del Cálculo. La entrevista socrática diseñada en el estudio de Londoño le permite la detección de los niveles de comprensión de tres estudiantes en el marco de la teoría de Piere y Kieren a partir de *descriptores* diseñados para cada nivel, los cuales se obtuvieron durante la aplicación de las diferentes versiones de la entrevista socrática.

El autor enfatiza en las conclusiones de su estudio la importancia de que en la entrevista socrática se generen preguntas que entorpezcan al aprendiz ante un posible error o confusión y así avanzar en su proceso de comprensión.

### ***La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 5 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele***

Asimismo, para efectos de esta investigación, se tomaron en cuenta los aspectos que Van Hiele considera importantes en una clase donde se trabaje con el método socrático; según de De la Torre (2003) ellos son:

- El maestro tiene que asegurarse del interés de los alumnos en el problema y debe captar su atención desde el comienzo.
- El método socrático sólo es efectivo en la medida en que se pueda garantizar que cada uno de los alumnos alcanza la solución mediante su trabajo personal. El profesor no podrá llenarse de impaciencia ni darles la solución prematuramente.
- El trabajo de los alumnos debe ser individual y las conversaciones colectivas en el aula deberán ser guiadas por el maestro, de modo que se les permita avanzar también a los alumnos que se muevan a paso lento.
- El maestro debe calibrar acertadamente la dificultad del problema, de modo que todos los estudiantes conserven el interés hasta el fin, sin que ninguno de ellos olvide el corazón del asunto. (p 103).

van Hiele (1986) insiste en estas premisas pues “es posible emplear el método socrático, con muy buenos resultados, pero también es muy fácil fracasar en el intento” (Londoño, 2010, p. 27).

En este estudio se realizó la entrevista de carácter socrático mediada por un software de geometría dinámica, pues existen investigaciones como las de Peña (2010) que resaltan que los *softwares* de geometría dinámica (SGD) contribuyen con nuevas posibilidades en la enseñanza de la geometría ya que se supera el carácter estático de las figuras en el papel; los SGD dotan de *movimiento* a las figuras, cualidad que permite analizarlas desde diferentes perspectivas y comprender los conceptos y propiedades asociadas a ellas, esto empleando las opciones de arrastre de los programas. La autora señala que “la utilización de los programas de Geometría Dinámica en clase nos ayudará a acercar los contenidos matemáticos a los estudiantes y mejorar su comprensión” (p. 166).

Gracias a la utilización de la tecnología en el aula, en particular de los software de geometría dinámica, Acosta y Fiallo (2017), quienes realizan un estudio con un grupo de estudiantes y docentes tanto de colegio como de universidad, afirman que identificaron “múltiples transformaciones debido al impacto de esas herramientas: transformación de las concepciones y prácticas matemáticas; transformación de las relaciones entre los profesores y el saber; entre los alumnos y el saber; entre los alumnos y los profesores; transformación de las formas de organización de la clase y de las responsabilidades administrativas en la institución; y transformación del currículo de matemáticas, entre otras”.

Los investigadores López-Mesa, Aldana-Bermúdez y Alonso-Arboleda (2013) emplearon el software de geometría dinámica GeoGebra en un estudio con 25 estudiantes (cuyas edades oscilan entre 17 y 30 años) de Ingeniería de Sistemas de primer semestre para conocer cómo ellos adquieren la comprensión del concepto de parábola, mediante geometría dinámica y la Ingeniería Didáctica de Chevallard como soporte teórico. Entre las conclusiones reportadas, destaca que las tecnologías digitales logran una mayor comprensión del objeto matemático, en los siguientes términos:

[...] el medio informático como herramienta facilitó en los estudiantes la comprensión de los elementos que caracterizan la ecuación canónica de la parábola con centro en el origen

## ***La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 6 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele***

y fuera de este; establecieron relaciones entre los elementos matemáticos y los modos de representación gráfico, algebraico y analítico, y lograron una construcción progresiva, ascendente, consciente y real del objeto matemático de estudio.

Todos estos aspectos favorables motivan el uso de GeoGebra y la entrevista socrática en el proceso de enseñanza conducente a la comprensión de la parábola como lugar geométrico.

### **Hallazgos y consideraciones finales**

De acuerdo con las características mencionadas del modelo de van Hiele, esta investigación se centró en la parte prescriptiva del modelo, esto es, en los niveles de razonamiento los cuales son características intelectuales y cognitivas que se pueden describir cuando observamos el desarrollo intelectual y cognitivo por el cual debe atravesar todo estudiante, lo cual permite describir su nivel de razonamiento y comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico, así mismo, los niveles permiten conocer el avance de un estudiante en la comprensión en cuanto al concepto matemático. A continuación, presentamos las características generales de los descriptores que se están detectando en cada nivel, los cuales se encuentran en un proceso de refinamiento:

#### **Nivel 0: Predescriptivo**

En este nivel se identifica el conjunto de saberes previos que necesita el estudiante para llegar a la comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico. Los descriptores para este nivel son estrictamente conceptuales sin requerir el uso del software.

#### **Nivel I: Reconocimiento visual**

En este nivel el estudiante construye y visualiza, en un ambiente de geometría dinámica, puntos, rectas, rectas paralelas, rectas perpendiculares, entre otras.

#### **Nivel II: De análisis**

En este nivel, el estudiante determina algunos puntos que satisfacen la condición de estar a la misma distancia de un punto fijo llamado F y de una recta llamada D.

#### **Nivel III: De clasificación**

En este nivel, el estudiante determina la condición que deben cumplir un conjunto de puntos para pertenecer a la parábola como lugar geométrico y mediante el *software* construye ese conjunto de puntos.

Nuestra investigación no intenta caracterizar los descriptores del Nivel IV, de deducción formal, pues el propio modelo de van Hiele establece que es difícil de detectar y que se considera de carácter teórico.

Se ha identificado hasta ahora que la entrevista socrática mediada por un software de geometría dinámica se diferencia de la planteada por Londoño (2011) y Santa (2007), ya que el software transforma la manera en que el entrevistado interactúa con el entrevistador, al proporcionarle al primero nuevas herramientas en las que puede dotar de movimiento las situaciones que se le presentan, dándole a la entrevista una cualidad en la que mediante la experimentación y manipulación de distintos elementos geométricos en GeoGebra, el estudiante logra deducir resultados y propiedades hasta llegar a la comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico.

## ***La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 7 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele***

La investigación pretende que la entrevista socrática dinámica pueda convertirse en una estrategia para los profesores de matemáticas, ya que, mediante las actividades propuestas en ella, se orienta sobre cómo debe comunicarse el profesor con los estudiantes a través de un software de geometría dinámica, para presentarles nuevos conceptos, de manera que se fomente la comprensión de las matemáticas, su aprendizaje y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los mismos.

### **Referencias y bibliografía**

- Acosta, M y Fiallo, J (2017) Enseñando geometría con tecnología digital: Una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- De la Torre, A. (2000). El método socrático y el modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas*, 24, pp. 99-121.
- Fiallo J. (2011). Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica. (Tesis de Doctorado) Universidad de Valencia.
- Freudenthal, H. (1973) *Mathematics as an Educational Task* . Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Gómez, P. y Carulla, C. (2000). *Enseñanza sobre la Función Cuadrática*. Universidad de los Andes. Colombia.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele*. En: Llinares, S. y Sánchez, V. (eds.). *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.
- Jaramillo, C. y Campillo, P. (2001). Propuesta Teórica de Entrevista Socrática a la Luz del Modelo de van Hiele. *Divulgaciones Matemáticas*, 9, pp. 65–84. Recuperado de <https://www.emis.de/journals/DM/v91/art5.pdf>
- Just, M. y Carpenter, P. (1985). Cognitive coordinate systems: Accounts of mental rotation and individual differences in spatial ability. *Psychological Review*, 137-172.
- Londoño, R. A. . (2011) *La Relación Inversa entre Cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren*. Medellín: Tesis Doctoral.
- López-Mesa, J., Aldana-Bermúdez E., Alonso-Arboleda A. (2013). Análisis de la comprensión del concepto de parábola en un contexto universitario. *Respuestas*; 18(2): 74-79.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Matemáticas*. Colombia: M.E.N.
- Peña, A. (2010). *Enseñanza de la geometría con tic en Educación secundaria obligatoria*. Tesis doctoral
- Santa-Ramírez, Z. M. & Jaramillo-López, C. M. (2014). Entrevista socrática para la comprensión del concepto de elipse como lugar geométrico. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 41, 45-60. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/464/986>

***La entrevista socrática dinámica como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto 8 de parábola como lugar geométrico, en el marco del modelo de van hiele***

- Santa, Z. y Jaramillo, C. (2007). *Construcción de las secciones cónicas mediante el doblado de papel en el marco del modelo educativo de Van Hiele*. En: X Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativa. Universidad de Antioquia.
- Van Hiele, P.M. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). (Tesis doctoral). Universidad de Utrecht, Utrecht (Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, 1991).