



Triángulos en el GeoGebra: experiencia en el desarrollo de una unidad didáctica en geometría

Luis Eduardo **Guerra** Betancourt
ASOVEMAT REDUMATE
Venezuela
lewisedward1984@gmail.com

Resumen

Dentro del campo de la Educación Matemática (EM) se han desarrollado diversas propuestas y recursos formativos de cohorte tecnológico. En el área de Geometría, se evidencian diversos software tales como el GeoGebra y el Cabri, los cuales son de gran importancia en la ejecución de las actividades académicas del docente de matemática; por ello, se presenta la siguiente experiencia vinculada al diseño y ejecución de una unidad didáctica en el área de geometría, específicamente en el tema de triángulos. Se señalan los aspectos teóricos y prácticos que fueron tomados en cuenta para la creación de la misma dentro de un curso de Geometría y su didáctica; donde se obtuvo una alternativa didáctica en el camino a la formación inicial de profesores de Matemática en el área de Geometría, la cual fue medianamente implementada con buenos resultados y aceptación por parte de los aprendices.

Palabras clave: Geometría, Formación inicial del profesor de matemáticas, TIC.

Introducción

El uso de las nuevas tecnologías está íntimamente relacionado al conocimiento que se posee de las mismas y a las de su potencial, como también en los aspectos educativos y en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las tecnologías están a la mano y se encuentran presentes en nuestros espacios educativos, pero en la mayoría de los casos no son aprovechadas o se les utiliza para la enseñanza o aprendizaje a través de modelos tradicionales (Gómez y Polanía, 2008 y Rodríguez, 1999).

Son diversas las oportunidades que nos proporciona hoy en día el uso de softwares en la educación, y más, si es en asignaturas donde la deserción y desmotivación es el pan de cada día; por ejemplo, en las matemáticas, siendo que esta rama del conocimiento es una de las que más se le ha proporcionado de diversidad de software para mejorar su proceso de enseñanza, como también para la adquisición de conocimientos en los estudiantes. Uno de ellos es el software de geometría dinámica GeoGebra para la enseñanza de tópicos matemáticos.

Como el docente es una de las personalidades fundamentales en la planificación y ejecución de procesos de enseñanza y aprendizaje, es necesario que estos conozcan y manejen diversidad de recursos, entre ellos los tecnológicos, y así lograr su adecuación a la actualización

y vanguardia educativa, es por esto que en su proceso de formación ha de vincularse a múltiples herramientas que le permitan desarrollar sus habilidades en el campo educativo.

En relación a la disciplina matemática es indispensable el acercamiento de estos docentes desde sus etapas iniciales de formación a la multiplicidad de software educativos que se han creado para la dinamización del proceso académico en las diversas ramas de esta ciencia, pero centrado en temas específicos.

En la presente comunicación, se describe el procedimiento llevado a cabo para el diseño, desarrollo e implementación de una Unidad Didáctica sobre el tema de triángulos mediante el uso del software de Geometría Dinámica GeoGebra, específicamente en docentes de matemáticas de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Instituto Pedagógico de Maturín “Antonio Lira Alcalá” (UPEL-IPMALA) de Venezuela.

Unidades Didácticas y su diseño e implementación en el proceso de Enseñanza y Aprendizaje

Son muchos los elementos a tomar en cuenta en la constitución de una unidad didáctica para la misma se tomaron en cuenta ciertos criterios para el diseño de la presente, los mismos son propuestos por Sanmartí (2005; p. 17):

- Definición de finalidades/objetivos: formularlos desde el punto de vista del estudiante, plantearlo como un desarrollo de sus capacidades y especificar la acción que se pretende que los estudiantes apliquen.
- Selección de contenidos: qué tipo de contenidos, relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar” o la “matemática de los matemáticos” y la “matemática que se enseña en la escuela” y la significatividad social de los contenidos a seleccionar.
- Organizar y secuenciar los contenidos: libros de texto e importancia de aprendizaje.
- Selección y secuenciación de actividades: diferenciar entre actividades de iniciación, actividades para promover la evolución de los modelos iniciales, actividades de síntesis y actividades de aplicación.
- Selección y secuenciación de actividades de evaluación: distinguir las actividades de evaluación; inicial, formativa y sumativa.
- Organización y gestión del aula.

Estos criterios son de gran importancia en el diseño de una unidad didáctica, varios se tomaron en cuenta para el diseño de la unidad didáctica que se presenta en esta investigación, los cuales fueron también organizados e integrados a las orientaciones que del análisis didáctico se sustrajeron.

Para la conformación de la unidad didáctica, también se utilizó el Análisis Didáctico (Gómez, 2007), como estrategia que dio respuesta en el proceso de diseño e implementación de los resultados en términos de procesos formativos en este ámbito de aprendizaje para la Geometría y su Didáctica (Ortiz, Iglesias y Paredes, 2013), y para, de una manera más organizada, dar respuesta a la siguiente interrogante: ¿Cuáles son los elementos necesarios para el desarrollo de una unidad didáctica sobre el tema de triángulos tecnológicamente mediada por el GeoGebra?

El análisis didáctico contempla cuatro (4) componentes: análisis del contenido, análisis cognitivo, análisis de la instrucción y análisis evaluativo. Seguidamente, se describen como estos componentes se aplicaron en el diseño de la mencionada propuesta didáctica:

Análisis de contenido: fue útil para propiciar el desarrollo de conocimientos y capacidades que se pretendieron desarrollar o consolidar en los futuros profesores de Matemática, a partir de la evaluación previa de diversos textos de las matemáticas en pro de organizar y presentar el contenido más idóneo dentro de la unidad didáctica.

En el mismo se realizó la selección y alcance de los temas a ser estudiados, en el caso de esta propuesta, los contenidos geométricos que fueron tomados en cuenta, dentro del tema de triángulos, son los que surgieron de las debilidades observadas en los aprendices. La organización de dicho tema se presentó mediante un mapa conceptual, donde se enfatizó en tres de los organizadores del currículo: estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología (Ortiz, Iglesias y Paredes; 2013), donde se utilizó el mapa de enseñanza y aprendizaje (Orellana Chacín, 2002). Ver imagen 1.

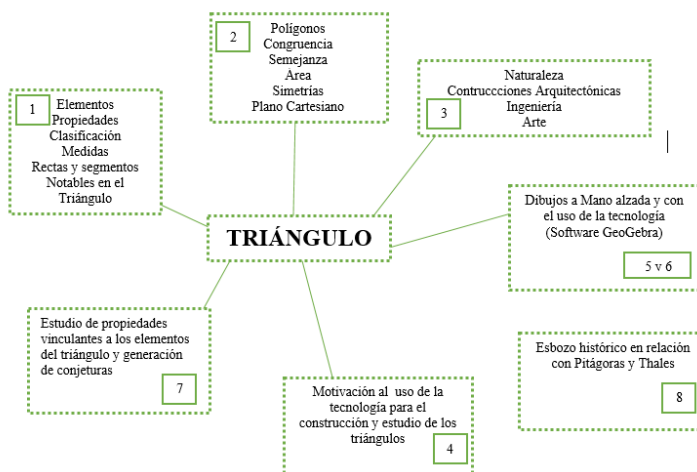


Imagen 1: Mapa de Enseñanza Aprendizaje del Tópico Triángulo

Análisis Cognitivo: Este análisis permitió determinar los objetivos de aprendizaje que se procuraron lograr en la unidad didáctica para el aprendizaje de los tópicos relacionados con el tema de triángulos. Se espera que los estudiantes a los cuales va dirigido esta unidad didáctica profundicen en el tema de los triángulos (estudio conceptos y propiedades métricas y generación de conjeturas a partir de problemas diversos), permitiéndole así conocer más sobre la estructura del tema y lograr que sea capaz de interaccionar los contenidos propuestos en el software de geometría dinámica.

Análisis de la Instrucción: Es aquí donde se seleccionó, diseñó y se secuenció las tareas que se emplearon, como también se visualizaron los materiales y recursos a ser utilizados en el tema tratado hacia el aprendizaje de ese contenido geométrico. También se tomó en cuenta las potencialidades del software de geometría dinámica GeoGebra para el buen fin de los objetivos planteados.

Análisis Evaluativo: se llevó a cabo después de implementar la unidad didáctica y fue útil para recabar información acerca de en qué medida se han logrado las expectativas de aprendizaje establecidas y la funcionalidad de las tareas empleadas, siendo información necesaria para la implementación de la unidad nuevamente. En este caso se tomaron en cuenta los productos de los estudiantes y la actuación de los mismos para determinar el nivel de avance y adquisición de conocimientos en el tema tratado.

El Software de Geometría Dinámica GeoGebra

El GeoGebra, es un programa computarizado compatible con cualquier sistema operativo, el mismo ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático; gráfico, numérico y algebraico y además, un acceso de hoja de cálculo, permitiendo apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (presentación de puntos, gráficos de funciones y de objetos geométricos), algebraica (apreciación de las coordenadas de puntos, expresión de las ecuaciones y de las funciones), y la utilización de las celdas de una hoja de cálculo para las operaciones numéricas.

Este software según Zerpa (2010; p. 132) permite los siguientes usos didácticos:

- Soporte para las explicaciones del profesor.
- Soporte para la resolución de problemas por los alumnos.
- Herramienta para que el alumno realice investigaciones.
- Utilidad para la creación de actividades interactivas.
- Herramienta para realizar construcciones y observar propiedades y características.
- Realización de construcciones geométricas planas complicadas.
- Cálculo y resolución de problemas

Unidad Didáctica Triángulos con el GeoGebra

Para todo el proceso de construcción de la unidad didáctica se tomaron en cuenta las orientaciones de los cuatro análisis del proceso de análisis didáctico (Gómez y Rico, 2002) y las consideraciones de acuerdo a los criterios para la elaboración de unidades didácticas hechas por Sanmartí (2005).

Para la selección y secuenciación de los contenidos, además de tomar en cuenta los resultados de la prueba diagnóstico realizada a los estudiantes, también se consideró la revisión de fuentes documentales tales como: Moise y Downs (1986); Clemens, ODaffer y Cooney (1998); MPPE (2007, 2015); UPEL (1987, 2004a, 2004b).

Para la determinación de los objetivos, se tomaron en cuenta varios documentos (MPPE, 2007, 2015; UPEL 1987, 1996, 2005, 2011, 2004a y 2004b), los mismos son de los niveles de educación media general y educación universitaria del sistema educativo venezolano.

I. Objetivos de la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

General: Estudiar los triángulos a través del uso del software de geometría dinámica GeoGebra.

Específicos:

- Conocer las características del GeoGebra.
- Utilizar las herramientas del GeoGebra.
- Saber realizar movimientos en el plano con GeoGebra.
- Identificar los elementos de un triángulo.
- Identificar triángulos.
- Clasificar triángulos.
- Utilizando el software de geometria dinamica GeoGebra: Construir segmentos, ángulos y triangulos
 - Verificar propiedades métricas de los triángulos a través del software de geometría dinámica GeoGebra.
 - Evaluar mediante el uso del software de geometria dinamica GeoGebra las características de las rectas, segmentos y puntos notables de un triángulo.

- Validar teoremas de congruencia y semejanza de triángulos a través del software de geometría dinámica GeoGebra a partir de ciertas condiciones iniciales propuesta por los actores.

II. Recursos

Libro de Texto, Software de Geometría Dinámica GeoGebra, Dispositivo computarizado (Tablet u Ordenador), Lápiz y Papel.

III. Duración de la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

Semanas: 3 / Total de Horas: 24

Actividades en sesiones presenciales: 3 Semanas - 18 Horas

Actividades en sesiones a distancia: 3 Semanas – 6 Horas

IV. Fundamento Matemático de la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

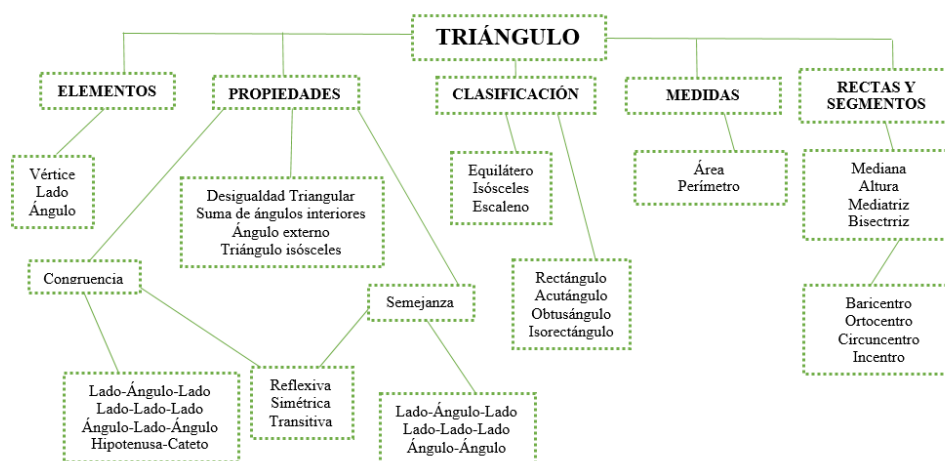


Imagen 2: Mapa Conceptual del Tópico Triángulo

V. Actividades de la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

Tabla 1

Actividades de la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

Fases	Actividades
Inducción: Conociendo al GeoGebra	<ul style="list-style-type: none"> Lectura del manual del GeoGebra. Instalación del GeoGebra en un dispositivo computarizado (Tablet u Computador) Familiarización con el software GeoGebra
Construcción de Elementos Geométricos	<ul style="list-style-type: none"> Construir: un segmento, una recta, un ángulo y un triángulo. Construir un triángulo a partir de un ángulo agudo. Construir un triángulo a partir de un ángulo recto. Construir un triángulo a partir de un ángulo obtuso. Determinar las medianas de los lados del triángulo. Determinar las alturas de un triángulo. Determinar las mediatrices de los lados del triángulo. Determinar las bisectrices de los ángulos del triángulo.

Construcción puntos notables	<ul style="list-style-type: none"> - Determinar el baricentro de un triángulo. - Determinar el ortocentro de un triángulo. - Determinar el circuncentro de un triángulo. - Determinar el incentro de un triángulo. - Realizar análisis métricos de estos puntos con respecto a los elementos del triángulo.
Construcción a través de los postulados de congruencia	<ul style="list-style-type: none"> - Construir un triángulo dado la medidas de tres lados – apreciacion de la desigualdad triangular – Criterio LLL - Construir un triángulo dado la medidas de dos lados y el ángulo comprendido – Criterio LAL - Construir un triángulo dado la medidas de dos ángulos y el lado comprendido – Criterio ALA. - Construir un triángulo dado la medidas de la hipotenusa y un cateto. - Construcción de triángulos a partir de otros criterios (AAA-LAA-LLA).
Construcción a través de los postulados de Semejanza	<ul style="list-style-type: none"> - Construir dos triángulos dado las medidas de dos ángulos – Criterio AA - Construir dos triángulos dado las medidas de dos lados de uno proporcionales a dos lados del otro, siendo proporcionales a razón 2:1 y el ángulo comprendido por dichos lados en ambos triángulos debe ser de igual medida – Criterio LAL. - Construir dos triángulos dado las medidas de los tres lados de uno proporcionales a los tres lados del otro, siendo proporcionales a razón 3:2. Criterio LLL

Fuente: Construcción propia.

Ejecución de la unidad didáctica

Los estudiantes a los cuáles se les aplicó la unidad didáctica sin integrantes del curso Geometría II, asignatura ubicada en el segundo semestre del plan de estudios de la especialidad de matemáticas de la UPEL – IPMALA.

Se pudo observar gran motivación en los estudiantes en cuanto al manejo de este software en conjunto con la temática planteada. Primeramente se decidió formar grupos de 4 estudiantes para asumir la teoría que conforma la unidad didáctica (ver tabla 2):

Tabla 2

División de contenidos en la Unidad Didáctica triángulos en el GeoGebra

Grupo	Temática
1	Concepto de Triángulo, Elementos del Triángulo, Clasificación de triángulos, Medidas en el triángulo y Propiedades Básicas del Triángulo.
2	Rectas y Segmentos notables en un Triángulo y Puntos notables de un Triángulo.
3	Congruencia de Triángulos y Criterios de Congruencia de Triángulos.
4	Semejanza de Triángulos, Proporcionalidad, Criterios de Semejanza de Triángulos y Propiedades de la Semejanza de Triángulos.

Luego, se desarrollaron las actividades mediante el uso del GeoGebra, recurso que hizo factible y accesible la determinación de medidas, estudio de los diversos tipos de triángulos y

análisis de las propiedades de los diferentes objetos matemáticos inmersos en este tópico. Por lo accesible y lo rápido que es trabajar con el GeoGebra, se propuso una actividad extra para el tema de proporciones, que fue el de tomar una figura del entorno y comprobar sus proporciones con GeoGebra, esto fue asociado a un número característico (áureo, π , etc.).

Reflexiones

En cuanto a la utilización del recurso GeoGebra para el desarrollo de una unidad didáctica en geometría se tiene que: a) Es fácil de manejar puesto que sus instrucciones son comprensibles al público en general; b) Es indispensable la participación de un facilitador como guía en el aprendizaje del tópico de geometría; c) Interés por parte de los estudiantes en abordar las actividades de clase y las de autoaprendizaje en el área de geometría; d) Es adecuado el trabajo de congruencia de triángulos en esta herramienta ya que permite la superposición y verificación de correspondencia entre los pares de elementos correspondientes (criterios de congruencia); e) Se visualizan con facilidad las características y propiedades de los triángulos como de sus elementos; f) permite el análisis de propiedades de los diversos objetos matemáticos que ahí se construyen, en caso específico de los triángulos; g) El diseño de unidades de didácticas con la utilización del software GeoGebra mediante la teoría del análisis didáctico de Gómez y Rico (2002) permite llevar una secuencia organizada de todos los aspectos a tomar en cuenta para el desarrollo de una programación para docentes en formación, y h) La utilización de los criterios a tomar en cuenta para la conformación de unidades didácticas propuesto por Sanmartí (2005) hace viable la construcción de la misma ya que permite: la determinación de objetivos, selección y secuenciación de contenidos y la selección y secuenciación de actividades para la construcción de una forma sistemática, sobre todo en unidades didácticas que vinculan la utilización de las nuevas tecnologías, I) En relación a la vinculación de este recurso tecnológico con temas matemáticos, en opinión de los participantes, les permitió un estudio ameno e interactivo de los diversos conceptos y propiedades que en cuanto a este tema surjan, así como la visualización de variaciones que son a veces imperceptibles en un estudio con papel y lápiz.

Referencias y bibliografía

- Clemens, S., ODaffer, P. y Cooney, T. (1998). *Geometría con aplicaciones y solución de problemas*. México: Editorial Addison Wesley.
- Gómez, M. y Polania, N. (2008). *Estilos de enseñanza y modelos pedagógicos*. Tesis de Maestría. Bogotá. Recuperado de <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1667/T85.08%20G586e.pdf>.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=1335>.
- Gómez, P. y Rico, L. (2002). Análisis didáctico, conocimiento didáctico y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/376>
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE). (2007). *Currículo Nacional Bolivariano*. Caracas: Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE). (2015). *Proceso de cambio curricular de educación media*. Caracas: Autor.
- Moise, E. y Downs, F. (1986). *Geometría Moderna*. Delaware: Addison – Wesley Iberoamericana, S.A.
- Orellana-Chacín, M. (2002). ¿Qué enseñar de un tópico o un tema?. *Enseñanza de la Matemática*. 11(2), 21-41.

- Ortiz, J., Iglesias, M. y Paredes Z. (2013). El análisis didáctico y el diseño de actividades didácticas en matemáticas. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de Investigación, Formación de Profesores e Innovación Curricular* (pp. 293 - 308). Granada: Comares.
- Rodríguez, N. (1999). *Teorías y modelos de enseñanza: posibilidades y límites*. Milenio Lleida.
- Sanmartí N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En Couso, D., Badillo, E., Perafán, G. y Adúriz-Bravo, A. (Aut.), *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas* (pp. 157-188). Colombia: Editorial Magisterio.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio (UPEL). (1987). Geometría I. Manual del Estudiante. Caracas: Autor.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maturín (UPEL). (2004a). Programa Analítico de la Asignatura de Geometría I. Maturín: Autor.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maturín (UPEL). (2004b). Programa Analítico de la Asignatura de Geometría II. Maturín: Autor.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de Docencia (UPEL). (1996). *Diseño Curricular. Documento Base*. Caracas: FEDEUPEL.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de Docencia (UPEL). (2011). *Documento Base de Currículo UPEL*. Caracas: FEDEUPEL.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Vicerrectorado de Docencia (UPEL). (2005). *Proyecto de Transformación y Modernización del Currículo para la Formación Docente de Pregrado en la UPEL*. Informe que se presenta ante el Consejo Universitario. Caracas: Autor.
- Zerpa, M. (2010). Geometría analítica plana con Geogebra. *Revista Números*, 75, 131-142.