



Categorías para análisis de los contenidos didácticos en el currículo de matemáticas

Luis Rico
Universidad de Granada
España
lrico@ugr.es

Resumen

Al preparar esta presentación me interrogué sobre mi papel en este encuentro y el interés que una reflexión sobre el currículo de matemáticas –experiencias, conocimientos, significados y apreciaciones– pudieran tener para los congresistas del XV CIAEM. Entiendo que mi presencia aquí es a título de experto, actuación que de mí se espera, con la que enfoco estas ideas. Ahora bien, considero que la interpretación del currículo en el campo de la educación matemática, con criterios de demarcación todavía en discusión, es una cuestión abierta. Por eso, como contribución al debate, presento unas ideas y observaciones para su clarificación.

El título del trabajo consta de cuatro términos: Categorías; Análisis; Contenidos didácticos; y Currículo de matemáticas. Sobre cada uno de ellos haré unas reflexiones, estableceré ciertas relaciones y concluiré con una síntesis. Estas consideraciones me han llevado a optar por argumentos derivados de esas nociones, pensados para la formación de profesores de matemáticas en el sistema escolar, durante el periodo de la educación obligatoria.

Palabras clave: currículo, educación matemática, estructura del currículo, organizadores curriculares, análisis didáctico, significado y comprensión.

Currículo en educación matemática

Noción general de currículo

En sentido educativo general, ‘currículo’ es un término establecido para denotar la *planificación y puesta en práctica de un programa de formación*. Un currículo consiste en una propuesta de actuación educativa y su realización; se sitúa entre la declaración de principios generales y su traducción práctica, entre lo que se prescribe y lo que sucede realmente en el aula. Cada currículo concreta una serie de principios ideológicos, pedagógicos y psicopedagógicos que, en su conjunto, proponen una orientación para el sistema educativo o para una institución (Stenhouse, 1984).

Cuestiones a las que responde un currículo de matemáticas

En la planificación de las matemáticas escolares un currículo consiste en una formulación de respuestas operativas y concretas a las siguientes preguntas: ¿para qué aprender matemáticas?, ¿qué conocimientos matemáticos?, ¿cuándo y cómo enseñar y organizar el trabajo docente?, ¿cuáles criterios de evaluación muestran el desarrollo de competencias y cuáles el logro de los objetivos?

Objetivos y competencias responden a la pregunta ¿para qué aprender?

Los contenidos atienden a la pregunta ¿qué conocimientos matemáticos?

La metodología didáctica se ocupa de ¿cómo y cuándo llevar a cabo la enseñanza?

Los estándares de aprendizaje y criterios de evaluación consideran ¿cuáles datos muestran el desarrollo y logro de los aprendizajes?

A cada documento curricular corresponde plantear respuestas claras y precisas sobre las cuestiones anteriores, si bien hay diversidad de respuestas para cada una de las preguntas clave.

Dimensiones del currículo

Las cuatro cuestiones examinadas requieren estudios específicos que, a su vez, forman parte de disciplinas académicas especializadas, relacionadas mediante la noción general de currículo. Las cuestiones anteriores se consideran sustantivas y permiten postular dimensiones para estudiar y analizar una propuesta curricular. Esas dimensiones organizan los contenidos sobre currículo, marcan un objeto de estudio y, en cada caso, establecen unas variables para su análisis. Las cuatro dimensiones quedan recogidas en la figura 1.

Dimensiones del currículo de matemáticas			
Cognitiva	Cultural/Conceptual	Ética/Formativa	Social

Figura 1. Esquema con las dimensiones del currículo institucional

Niveles de reflexión curricular

Los niveles de reflexión que se abordan y estudian desde un marco curricular son diversos. Los niveles se presentan al trabajar documentos curriculares concretos.

Así, cuando se asume el currículo como plan de trabajo para el profesor, como plan de acción, la *actuación en el aula* es su nivel de precisión. La normativa suele regular la concreción curricular, centra el plan de trabajo para unas condiciones espacio temporales dadas y lo expresa mediante unos contenidos, objetivos, metodología y criterios de evaluación propios.

La administración educativa marca otro nivel, que contempla el currículo como instrumento de *actuación en el sistema escolar* y propone otro nivel de concreción curricular. Los conocimientos se sistematizan mediante materias y asignaturas, los aprendizajes escolares se organizan por niveles y ciclos, los profesores asumen responsabilidades, el centro escolar realiza la evaluación. También el currículo se trabaja desde un nivel de *reflexión disciplinar y académica*, donde se estudian sus fundamentos teóricos y su implementación técnica desde distintas disciplinas.

Dimensiones y componentes proporcionan una estructura conceptual adecuada para organizar las respuestas a las cuestiones curriculares básicas en cada nivel (Rico, 1997, pp. 377-409).

Estructura del currículo de matemáticas

Para formar profesores de matemáticas consideramos necesario disponer de un marco compartido de ideas bien fundadas, basadas en conceptos y relaciones, que estructure el plan que propone cada currículo, sistematice su estudio, lo caracterice y facilite su comparación con otras propuestas distintas. Las dimensiones y niveles curriculares proporcionan una primera estructura para el marco conceptual que proponemos. Igualmente, en cada dimensión y nivel, elegimos un concepto central como objeto de análisis preferente para organizar la información disponible. Dicho concepto se manejará con el método de análisis, mediante el cual se identificarán, extraerán y sintetizarán las nociones subordinadas y las representaciones intencionales relevantes relacionadas. Tal método de análisis se sustenta en la identificación, organización, secuenciación, clasificación y jerarquización de las proposiciones elementales o unidades de información intencionales obtenidas de textos, documentos y materiales curriculares, según dimensiones, categorías y componentes didácticos, haciendo parte de la estructura conceptual derivada de la noción de currículo. Cada propuesta se ha de ubicar en la estructura conjunta y responder a un mismo marco interpretativo (Rico, 2016).

Análisis didáctico en educación matemática

Análisis conceptual

El análisis es un *método que trabaja y profundiza sobre conceptos*, es decir, una técnica de escrutinio, reducción e interpretación, para lograr precisión, expresión adecuada y dominio en nociones y conceptos específicos (Beaney, 2018). Al iniciar una investigación o al profundizar sobre un tema en educación matemática se requiere analizar los conceptos centrales que tienen cierta relevancia por el conocimiento que proporcionan (Rico, 2001).

Características del análisis conceptual en educación matemática

El análisis conceptual es una herramienta metodológica que controla la complejidad semántica, selecciona sentidos, y dispone de aparato teórico para una investigación educativa. Unidades para el análisis conceptual son los enunciados textuales, las descripciones, definiciones, listas extensivas, ejemplos de uso, contraposición de textos con significados alternativos y formulaciones simbólicas, relativas al aprendizaje, enseñanza y evaluación de las matemáticas escolares. No son datos empíricos, ni de naturaleza sensible. Vienen expresados por oraciones que aseveran un estado de cosas que tienen lugar en un cierto momento temporal. En mi trabajo he llevado a cabo análisis conceptuales de distintos conceptos relevantes para la educación matemática. Ejemplos documentados de análisis conceptuales se muestran para las nociones de *error en el aprendizaje* (Rico, 1995, pp. 69-96), de *modelo matemático* (Rico, 2001, pp. 187-191), de *representación* (Rico, 2009, pp. 1-14), de *expectativas de aprendizaje* (Rico y Lupiáñez, 2010, pp. 61-106), de *análisis* (Rico y Fernández-Cano, 2013, pp. 1-22).

Cuestiones que aborda el análisis conceptual

El análisis conceptual ayuda al investigador en la consecución de varios logros:

- Proporciona un conocimiento amplio de un campo de estudio para enunciar un problema de investigación de modo coherente.
- Establece un marco teórico fundado en conceptos en el que plantear cuestiones significativas.
- Evita la polisemia de conceptos que se utilizan en investigación educativa.
- Objetiva el conocimiento: los conceptos científicos son públicos, son el tipo de cosas que muchas personas pueden compartir y comparten y que pueden manejarse normativamente.

- Rechaza la atribución arbitraria de significado o la desconsideración de significados centrales que, como usos patológicos, han de quedar eliminados.

El análisis conceptual es un método para trabajar y profundizar sobre los conceptos, que emplea las opciones técnicas del método analítico para conseguir precisión y dominio en su uso. Al iniciar una investigación o al profundizar sobre un tema en educación matemática corresponde identificar y analizar aquellos conceptos centrales en que se fundamenta, o bien escoger un sistema de interpretaciones ya validadas por otros autores (Rico, 2001).

Contenidos didácticos y dimensiones del currículo

Desde hace más de un siglo la comunidad de expertos en educación matemática ha fijado su atención y centrado sus indagaciones en determinados conceptos educativos nucleares y ciertas nociones matemática básicas, aceptadas como relevantes en educación matemática, a las que llamaremos *contenidos didácticos*.

El carácter central de esos contenidos lo reconocemos por su ubicuidad en documentos y textos que organizan, desarrollan y comunican la riqueza y diversidad de conocimientos vigentes sobre el currículo escolar de matemáticas; también se seleccionan por su amplitud y profundidad conceptual, por la abundancia de sus relaciones; igualmente, destacan por su adecuación a las dimensiones curriculares postuladas.

Dimensiones curriculares			
Dimensión cognitiva	Dimensión cultural/ conceptual	Dimensión ético/ formativa	Dimensión social
Objeto de estudio/ contenidos didácticos			
Expectativas y condiciones de aprendizaje para las matemáticas escolares	Significados de los contenidos matemáticos escolares	Planificación e implementación para enseñanza de las matemáticas	Evaluación y toma de decisiones en base a los logros de aprendizaje
Modalidad de análisis didáctico			
Análisis cognitivo del contenido	Análisis conceptual del contenido	Análisis metodológico del contenido	Análisis evaluativo del contenido

Figura 2. Contenidos didácticos y modalidades de análisis según dimensiones

Textos y documentos curriculares abordan sistemáticamente las expectativas de aprendizaje, los significados de las nociones matemáticas, el diseño y la planificación de las tareas escolares o los fundamentos para la toma de decisiones en base a la valoración de los logros alcanzados. Todas son nociones didácticas actuales, teórica y técnicamente hablando. Los textos escolares de matemáticas no trabajan solo nociones matemáticas, ya que se refieren a la educación y al hecho cultural del aprendizaje de las matemáticas por los escolares, a su enseñanza y evaluación.

Los expertos han profundizado en los contenidos didácticos vigentes guiándose por las dimensiones del currículo, articulados según los niveles citados; trabajan sobre los contenidos didácticos de acuerdo con diferentes tipos de categorías u organizadores curriculares que estudian y sus análisis los llevan a término a través de componentes, sistemas y elementos, teóricamente articulados y confrontados en la práctica con la experiencia y la investigación.

Categorías para clasificar los contenidos didácticos

Organizadores curriculares

¿Qué son los organizadores del currículo? Por organizadores curriculares entendemos aquellos conceptos que se adoptan como categorías para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Para detectar la presencia en los textos normativos y en los manuales de cada una de esas dimensiones del currículo y analizar así su utilidad y sus funciones, elegimos y trabajamos con unas categorías denominadas *organizadores curriculares* que vinculamos con las dimensiones del currículo. Esas categorías reconocen y clasifican las unidades de información que, en cada documento, trabajan en las dimensiones consideradas.

¿Para qué sirven los organizadores del currículo? Los organizadores aportan información objetiva y fundada sobre cada contenido didáctico de la matemática escolar relacionándolo con las dimensiones mencionadas, con lo cual contribuyen a profundizar sobre el conocimiento considerado. A su vez, han de proporcionar diversas opciones, con vistas a planificar su enseñanza y aprendizaje. Los organizadores aportan un método para identificar el conocimiento didáctico, relevante para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares

¿Cómo trabaja el experto los organizadores? En su práctica el experto, para cada programa matemático escolar, o cada tema o unidad didáctica en cuestión, realiza un análisis según distintas dimensiones y organizadores, lo cual lleva a cabo mediante los textos a su alcance. Mediante esos análisis, obtiene información útil para elaborar propuestas didácticas, apropiadas para su implementación bien en el aula de matemáticas, bien en el sistema educativo o en una investigación. Una vez obtenida esa información procederá a realizar una síntesis, que concreta en su plan de acción.

Organizadores según dimensiones

Cada una de las cuatro dimensiones –cognitiva, cultural, ética y social– requiere un tipo de análisis específico, que se concreta y detalla por medio de organizadores propios. En lo que sigue describimos los organizadores seleccionados para cada una de las dimensiones.

Categorías cognitivas para estudiar los contenidos sobre aprendizaje

La información y los conocimientos didácticos destacables sobre el aprendizaje de un conocimiento matemático escolar se estudian a través de organizadores propios, que suministran categorías cognitivas, convenientes para analizar y establecer los contenidos didácticos propios del aprendizaje matemático escolar en cada tema (Rico, 2016). Por su relevancia destacan:

Expectativas sobre el aprendizaje de los escolares, que destacan por su carácter intencional; suelen venir expresadas mediante capacidades o competencias. Las expectativas expresan proyectos y compromisos (Rico y Lupiáñez, 2010)

Limitaciones en el aprendizaje que se presentan a los escolares, las cuales abarcan tanto las dificultades como los errores que pueden surgir en el proceso (Rico, 1995).

Oportunidades de aprendizaje con que el alumno puede contar y que promueve el profesor para incentivar el aprendizaje del contenido por los escolares, generalmente planteadas en forma de retos y tareas matemáticas escolares.

Categorías para estudiar los significados de los contenidos matemáticos

Para estudiar la dimensión cultural/conceptual es importante disponer de datos generales sobre la historia de los conceptos implicados, conocimiento que identifica e interpreta los hechos relevantes, destaca los momentos históricos y muestra la evolución del contenido matemático.

La dimensión cultural-conceptual se ocupa de los significados de los conceptos que conforman el contenido matemático escolar que, en cada caso, estudia y analiza (Rico, 2016). Esta dimensión trabaja con diversas categorías curriculares, como son:

Estructura formal y cognitiva de los conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos y actitudes que articulan los contenidos matemáticos escolares.

Sistemas de representación, sistemas de signos gráficos o simbólicos, utilizados en cada concepto, relación o estructura, sus reglas de transformación internas, las traducciones entre distintos sistemas, junto con algunas modelizaciones usuales de los correspondientes conceptos (Rico, 2009)

Sentidos y modos de uso, categorías que examinan el empleo de los conceptos, los fenómenos de los que surgen, los contextos en que se realizan, las situaciones en que se aplican y que dotan de sentido a los contenidos matemáticos.

Categorías para los contenidos sobre instrucción y enseñanza

Igualmente, para estructurar los aspectos formativos y de instrucción relativos a una determinada estructura o concepto matemático escolar, es decir, para sistematizar los contenidos, técnicas y prácticas, sobre su enseñanza, se consideran los organizadores de instrucción (Rico, 2016). Esos organizadores determinan los procesos formativos y regulan las correspondientes enseñanzas; entre ellos destacan:

Las *variables, funciones y tipos de tareas matemáticas escolares* que pueden ponerse en juego, junto con su organización mediante secuencias (Rico, 2001).

Diversidad de *materiales y de recursos* que pueden emplearse en su enseñanza.

Modos de *organización y gestión* de la actividad escolar para conseguir interacciones y procesos de comunicación acordes con las expectativas concebidas sobre aprendizaje.

Categorías para estudiar los contenidos sobre evaluación

Para organizar y estructurar la dimensión social en relación con un determinado tema matemático escolar, es decir, para sistematizar los conocimientos sobre su evaluación y su análisis estratégico de resultados, se consideran los organizadores evaluativos (Rico, 2016):

Modalidades y diseño de la evaluación, que vienen establecidos por las *funciones, normativa* y los *momentos* que caracterizan los procesos de valoración.

La *intervención y toma de decisiones*, determinados por los *criterios e instrumentos* que permiten diagnosticar, orientar y valorar los aprendizajes matemáticos de los escolares.

Los *indicadores de calidad* del sistema y estrategias para revisar el proceso formativo, determinados por el rendimiento escolar, los resultados de aprendizaje y otros indicadores de calidad, verificados por estudios comparativos internacionales.

Análisis didáctico

Por *análisis didáctico de un contenido matemático escolar* entiendo un método para identificar, escudriñar, estructurar e interpretar, dentro de un marco curricular, sus contenidos didácticos con el propósito de su planificación, su implementación en el aula y/o su evaluación, que hacen parte de las matemáticas escolares. El análisis didáctico es una variante del análisis de contenido, precedido por un análisis conceptual de aquellos conceptos o contenidos didácticos que sean relevantes en cada caso.

Las informaciones obtenidas en cada contenido matemático según las distintas dimensiones que conforman su análisis didáctico, constituyen sus *contenidos didácticos*.

El análisis didáctico se lleva a efecto cuando se sigue un procedimiento de análisis en la estructura que establecen las dimensiones curriculares, la totalidad de sus organizadores y las relaciones entre ellos. El profesor de matemáticas desarrolla y mejora sus competencias profesionales mediante el análisis didáctico, de modo especial su competencia de planificación. (Rico, 2016, pp. 95-99).

Significar y comprender

Intencionalidad

El término intencionalidad expresa una característica distintiva de las ideas: el hecho de que ‘son relativos a’ o ‘representan cosas’, lo cual es previo a su comprensión; el carácter distintivo de esos estados consiste en que no se puede creer, desear o esperar, sin creer o desear algo. “Creencias, deseos, esperanzas y cosas semejantes se llaman *estados intencionales* (Honderich, 2001, pp. 553-554). “La intencionalidad consiste en la referencia a un objeto, existente o no, común a percepciones y fantasías, recuerdos y esperanzas, deseos y decisiones, conceptos y juicios” (Mosterín y Torreni, 2002, p. 304).

Significado de un concepto matemático escolar

Entender un concepto matemático es conocer su definición, representarlo, mostrar su operaciones, relaciones y propiedades y sus modo de uso, interpretación y aplicación a la resolución de problemas. El profesor necesita un dominio en profundidad sobre los contenidos que se propone enseñar, a partir de los cuales planificar y orientar el aprendizaje de los escolares. El contenido didáctico en cada concepto se inicia mediante el análisis y demarcación de sus significados (Rico, 2016). “A un signo (nombre, unión de palabras, signo escrito), además de lo designado, que podría llamarse la referencia del signo, va unido lo que yo quisiera llamar el sentido del signo, en el cual se halla contenido el modo de darse. (...) Un nombre propio (palabra, signo, fila de signos o expresión) expresa su sentido, se refiere a su referencia o la designa. Con un signo expresamos su sentido y designamos su referencia” (Frege, 1996). “Referencia, representación y sentido son los tres organizadores o categorías semánticas que empleamos para el estudio e interpretación del significado de los contenidos matemáticos escolares” (Rico, 2016). Comprender un contenido matemático en profundidad implica interpretar sus conceptos y ejecutar sus procedimientos con significado coherente, "entender algo significa asimilarlo en un esquema apropiado" (Skemp, 1987).

La comprensión de los escolares

Las unidades básicas de información para llevar a cabo el análisis didáctico de un proceso formativo las obtenemos de las manifestaciones que hacen alumnos, profesores u otros agentes educativos participantes cuando se les interroga al efecto; se manifiestan mediante expresiones verbales las cuales transmiten las ideas o representaciones mentales del sujeto que las manifiesta. Hay oraciones que aseveran un *estado de cosas que tienen lugar en un cierto momento del tiempo*; son oraciones que aseveran la existencia de una *idea o estado mental*. Opiniones, creencias, conocimientos, percepciones, deseos, intenciones, etc. son tipos de estados mentales. Cuando esos estados mentales son relativos al aprendizaje, enseñanza y evaluación de nociones o contenidos matemáticos escolares se dice que son ideas didácticas. El contenido de las ideas sobre educación matemática se obtiene de las oraciones que los expresan. Un sujeto se dice que comprende un concepto cuando lo describe y procesa en una estructura significativa.

Es en virtud de la proposición que expresan los enunciados (también aquellos sobre educación matemática) que *representan* el mundo como siendo de un modo u otro; y es en virtud de cómo lo representan (i.e. de la proposición que expresan) –y, naturalmente, de cómo de hecho es el mundo– que el enunciado es verdadero o falso. De modo similar puede decirse que opiniones, percepciones, conocimientos, deseos o intenciones representan el mundo como siendo de un cierto modo, y en virtud de cómo lo representan, y de cómo de hecho es el mundo, que las opiniones y las percepciones son verdaderas o falsas. (Honderich, 2001, pp. 553-554)

Organizar el pensamiento del profesor de matemáticas en torno a juicios, textos y documentos sobre el currículo de matemática para sistematizar sus capacidades de análisis y abordar ese estudio como campo de conocimiento, es nuestro propósito. Los resultados de tales análisis impulsan la investigación y desarrollan las competencias profesionales del docente de matemáticas, con las cuales efectuar el diseño y puesta en práctica de unidades didácticas.

El contenido de las ideas sobre educación matemática se obtiene de las oraciones que lo expresan y de los procedimientos con que los procesan. Un sujeto se dice que comprende un concepto cuando lo describe y procesa en una estructura significativa. Comprender un concepto es requisito necesario para su análisis didáctico.

Referencias y bibliografía

- Beaney, M., "Analysis", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL= <https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/analysis/>
- Honderich, T. (Ed.) (2001). Intencionalidad. En: *Enciclopedia Oxford de Filosofía*, pp. 553-554. Madrid: Tecnos.
- Mosterín, J. y Torreni, R. (2002). Intencionalidad. En: *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia*, p. 304. Madrid: Alianza.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En: J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.) *Educación Matemática*, 69-96. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rico, L. (1997). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En: L. Rico (Ed.) *Bases teóricas del Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. (2001). Análisis Conceptual e Investigación en Didáctica de la Matemática. En: P. Gómez y L. Rico (Eds.) *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, pp. 179- 193. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Rico, L. (2009) Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA 4(2)*, pp. 1-14.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013) Análisis Didáctico y Metodología de Investigación. En: L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de Investigación, Formación de Profesores e Innovación Curricular*, pp. 1-22. Granada: Comares.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2010). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Rico, L. (2016). Matemáticas y análisis didáctico. En: L. Rico y A. Moreno, (Eds.) *Elementos de Didáctica de la Matemática para el Profesor de Secundaria*. Madrid: Pirámide
- Skemp, R. (1987). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.