



Las capacidades superiores en el currículo matemático de Costa Rica y los retos para evaluarlas

Edwin Chaves Esquivel
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Costa Rica
echavese@gmail.com

Resumen

En el 2013 Costa Rica se inició la implementación de un currículo matemático para educación preuniversitaria, el cual está enfocado a la generación de capacidades cognitivas superiores y finalmente alcanzar una competencia matemática dirigida al uso de la disciplina en la interacción del individuo con el medio. Se pretende generar habilidades específicas y generales en su relación con los conceptos y el desarrollo transversal de capacidades matemáticas mediante la estrategia didáctica de resolución de problemas.

Por la complejidad del currículo, la evaluación ha constituido un reto; pero además la reglamentación evaluativa en el país no se adapta a los fundamentos teóricos que lo sustentan. Por ello, el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica ha elaborado una propuesta para valorar las tareas matemáticas que se plantean para la implementación del currículo. Se espera que esta propuesta constituya una herramienta en la planificación de la acción docente y un insumo para alcanzar evaluaciones de calidad.

Palabras clave: educación matemática, didáctica de la matemática, currículo matemático, evaluación matemática.

Introducción

En el año 2012, el Consejo Superior de Educación de Costa Rica aprobó nuevos programas de Matemáticas para la educación primaria y secundaria. Con ello se pretendía generar un cambio drástico a la forma tradicional en que se venía enfrentando la enseñanza de las Matemáticas en el país. Para el diseño de este currículo se aprovecharon insumos generados en diferentes estudios investigativos en el país, así como la experiencia internacional en la Educación Matemática.

Este currículo propone a los docentes aprovechar el potencial de las Matemáticas como herramienta fundamental para el desarrollo de las diferentes disciplinas científicas. Se plantea como objetivo principal el fortalecimiento de capacidades cognitivas para enfrentar los retos

de la sociedad moderna, para la cual tiene especial relevancia: el conocimiento, la información, la demanda de habilidades y capacidades de razonamiento lógico, así como la toma de decisiones basadas en evidencia concreta.

Para lograr este objetivo se plantearon dos propósitos básicos: primeramente que cada estudiante debería asumir la responsabilidad de participar activamente en la construcción de su aprendizaje y, en segundo lugar, que la acción docente se enfocara a la generación de situaciones de aprendizaje que facilitarían el logro del primer propósito en forma motivadora.

Elementos claves del currículo

La competencia matemática

Como fue mencionado previamente, el enfoque o dirección de este currículo se vincula con la construcción de capacidades ciudadanas en el uso de las Matemáticas para la vida. En este sentido se promueve la adquisición de destrezas y habilidades intelectuales para alcanzar una competencia matemática que permita utilizar adecuadamente los conocimientos disciplinares en su diario vivir. Desde este punto de vista, la idea de *competencia matemática* se resume en: “... una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas...” (MEP 2012. p. 14)

Con lo anterior se generó una ruptura con la visión tradicional de currículos previos que estaban centrados en contenidos, que promovían una horizontalidad a partir de ellos. A manera de ejemplo, observe la siguiente ilustración del formato que se aplicaba en el currículo de Matemáticas modificado en el 2005 y que venía desde 1995:

Objetivos	Contenidos	Procedimientos	Valores y actitudes	Aprendizajes por evaluar
4. Aplicar la desigualdad triangular, en la determinación de tripletas correspondientes o no a las medidas de los lados de un triángulo.	Desigualdad triangular.	Reconocimiento, en ejemplos concretos, de la desigualdad triangular. Formulación de la desigualdad triangular. Utilización de la desigualdad triangular en la estimación de posibles medidas de un lado de un triángulo, conociendo la medida de los otros dos. Utilización de la desigualdad triangular en la identificación de tripletas que corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.	Autoconocimiento en sus capacidades, sus potencialidades y limitaciones, al desarrollar actividades propias del quehacer escolar.	Resolución de ejercicios y problemas donde utilice la desigualdad triangular.

Figura 1. Ejemplo presente en la Malla curricular de los Programas de estudio de Matemáticas, 2005.

Fuente: MEP 2005. p. 65

Como puede notarse, para el caso particular, todos los elementos de la malla curricular incluso la evaluación giraban alrededor del contenido “*Desigualdad triangular*”, el cual aparece como un ente aislado, si se revisara con más detalle este instrumento, el contenido matemático que sigue es tratado de igual manera, y así se puede describir el comportamiento de la malla curricular completa en dichos programas de estudio. Esta estructura no posibilitaba que, por ejemplo, este contenido se integrara con el análisis de otros conceptos geométricos o incluso de otras áreas matemáticas.

Las habilidades y su integración

El currículo incluye cinco áreas matemáticas: Geometría, Números, Relaciones y Álgebra, Medidas y Probabilidad y Estadística, las cuales tienen diferentes pesos relativos en los distintos niveles educativos. Para cada una de las áreas matemáticas, se definen habilidades que se espera logren los estudiantes durante el proceso educativo. Se establecen dos tipos de habilidades: *generales* y *específicas*, que permiten establecer diversas formas de integración con los conocimientos matemáticos, según se muestra:

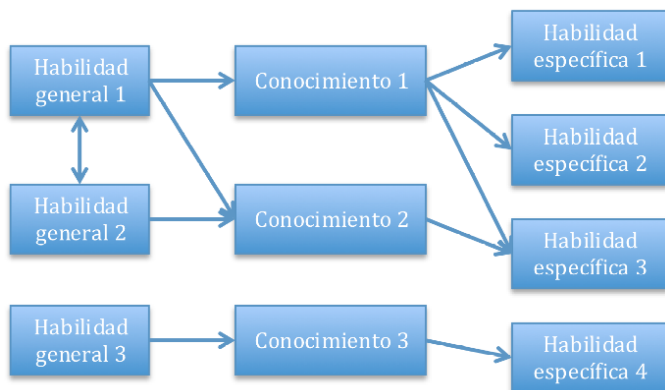


Figura 2. Integración de habilidades generales, específicas y conocimientos.

Desde la perspectiva de la acción de aula, primeramente se consideran las habilidades específicas, que son capacidades a corto plazo e intervienen en el quehacer diario. A un nivel macro, para cada ciclo educativo¹ el conjunto de habilidades específicas se sistematiza en habilidades generales, que son capacidades que se obtienen a lo largo del ciclo. Para lograr la articulación dentro del plan de estudios, la cantidad y calidad de conceptos o conocimientos matemáticos se ha formulado en función del progreso de las habilidades. En este sentido, el conocimiento o contenido matemático sigue teniendo un importante papel articulador, pero el proceso gira en torno a la adquisición de habilidades que se procuran lograr en el corto o largo plazo. Esta idea fue concebida para facilitar la integración de los diferentes elementos curriculares, de modo que las habilidades específicas por ejemplo, no son entes aislados, por el contrario, en todo momento se propone llevar a cabo la integración en ellas en las diferentes actividades o tareas de aprendizaje que se realicen (MEP 2012).

Momentos de la lección y construcción de aprendizajes

Debido a que el trabajo de aula constituye la puesta en práctica del currículo, se consideró pertinente en los programas de estudio explicitar al máximo esta acción. Para ello se estableció como estrategia didáctica la *resolución de problemas* visualizada a partir de cuatro momentos: *presentación del problema, trabajo independiente de los estudiantes, contrastación y comunicación de estrategias, y cierre o clausura* (MEP 2012. p.13). En cada uno de estos momentos el docente y sus estudiantes tienen roles muy particulares y realizan tareas específicas.

En relación con lo anterior, el currículo establece dos etapas, la primera consiste en el planteamiento de uno o más problemas orientados a la generación de nuevos conocimientos o habilidades. Aquí se pretende que el estudiante pueda construir el aprendizaje y alcanzar

¹ La educación primaria está constituida de dos ciclos de tres años cada uno y la secundaria académica incluye un ciclo de tres años y el último de dos años.

habilidades por medio de la búsqueda de soluciones a los problemas. En la segunda etapa, en forma complementariamente, se deben plantear problemas dirigidos a la movilización de los conocimientos o habilidades adquiridas, en donde se pretende que los estudiantes puedan adquirir la memorización y automatización de ellos en su implementación en diversos contextos (MEP 2012).

Además del rol de orientar y moderar cada uno de los cuatro momentos, el docente tiene el reto de proporcionar los problemas que mejor se adapten a cada etapa, los cuales deben ser retadores y motivadores, además de estar direccionados estratégicamente al logro de habilidades que se integran con los conocimientos disciplinares.

Los procesos matemáticos y otros elementos articuladores del currículo

Sin embargo, este vínculo en el corto plazo entre los conocimientos matemáticos y las habilidades específicas no es capaz de generar, por sí solo, capacidades cognitivas más amplias (habilidades generales) que puedan encaminar hacia la competencia matemática. Es necesario que los estudiantes adquieran capacidades transversales, en el corto y mediano plazo en relación con el uso de estos conocimientos y habilidades específicas en la resolución de problemas. Estas capacidades transversales del currículo se adquieren mediante procesos matemáticos que se concentran en: *razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar, representar y comunicar*, y se pueden catalogar como “*actividades transversales que se asocian a capacidades presentes en cada área para comprender y usar conocimientos, apoyando el desarrollo de la competencia matemática*” (MEP 2012. p. 16). Entonces los procesos matemáticos son actividades cognitivas que realizan los individuos dentro de las distintas áreas matemáticas y que se vinculan con las capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos. En resumen, cada proceso se pueden definir de la siguiente manera:

- **Razonar y argumentar:** *incluye actividades mentales que desencadenan formas del pensamiento matemático para desarrollar capacidades en la comprensión de una justificación, además desarrollar argumentaciones y conjeturas, entre otras.*
- **Plantear y resolver problemas:** *Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en contextos reales. Se trata de capacidades para determinar las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema.*
- **Comunicar:** *es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos. Busca generar la capacidad para expresar ideas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático de manera escrita y oral a otras personas.*
- **Conectar:** *pretende el entrenamiento estudiantil para la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas. De igual manera, persigue motivar conexiones con otras asignaturas y con los distintos contextos.*
- **Representar:** *Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). También pretende desarrollar capacidades para traducir una representación en términos de otras, comprendiendo las ventajas o desventajas.* (Chaves 2017. p.4)

En relación con lo anterior, además de los procesos matemáticos también deben interactuar con cinco *ejes disciplinares* que afectan transversalmente el plan de estudios y fortalecen el currículo:

- *La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.*
- *La contextualización activa como un componente pedagógico especial.*
- *El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.*
- *La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.*
- *El uso de la historia de las Matemáticas.* (MEP 2012. p. 35)

Los dos primeros se asumen como articuladores, por lo que además sirven para modular los otros ejes. La resolución de problemas crea la necesidad de asumir patrones de trabajo. La contextualización pretende fortalecer y motivar la interacción de los estudiantes en su relación con la realidad. Con estos dos ejes se establece una asociación crucial para el actual currículo: *la resolución de problemas en contextos reales*. En cuanto al uso de la tecnología, se propone emplear las tecnologías digitales como una herramienta para favorecer la visualización, realizar simulaciones, simplificar cálculos o propiciar representaciones mejor ajustadas a la realidad. El fortalecimiento de actitudes, creencias y valores positivos sobre las Matemáticas no sólo contribuye al desarrollo de la personalidad individual, sino que amplía el espacio de los valores y las actitudes en general, tales como la cooperación y la solidaridad. Por su parte, con el uso de la historia de las Matemáticas se propone brindar un rostro humano a la disciplina, de modo que la discusión sobre hechos históricos permita que el estudiante valore los desarrollos matemáticos como construcciones particulares para resolver algún problema del momento, con ello además se fortalece la herencia cultural (Ruiz 2017).

Los niveles de complejidad y el desarrollo de capacidades cognitivas superiores

De acuerdo con lo planteado hasta ahora en este currículo, por un lado se proponen habilidades vinculadas con las áreas matemáticas y por otro se plantean procesos que favorecen la reproducción de capacidades cognitivas transversales. La estrategia didáctica de resolución de problemas tal como ha sido concebida viene a contribuir en este propósito. Sin embargo, para lograrlo plenamente se requiere posibilitar una acción cognitiva que supere meras acciones rutinarias, por ello se necesita que los problemas planteados contengan diferentes niveles de complejidad, esto permite dar mayor profundidad según los intereses del momento académico en que se encentren. Los niveles de profundidad propuestos se resumen por:

- **Reproducción:** se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados.
- **Conexión:** remite a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
- **Reflexión:** incluye la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. (MEP 2012).

Existe una relación directa entre los niveles de complejidad y las posibilidades de activar diferentes procesos matemáticos en estos mismos niveles, con ello se puede avanzar hacia la consolidación de la competencia matemática y posibilitar en los estudiantes el tránsito en forma creciente del logro de capacidades cognitivas moderadas hacia las capacidades cognitivas superiores. Al respecto Rico & Lupiáñez (2008) establecen “*La consecución de competencias en el aula debe buscar su desarrollo mediante el avance y la progresión en los niveles de cada una de ellas, avance que se lleva a cabo mediante secuencias de tareas de complejidad creciente*”.

(p. 153). El siguiente esquema resume la interacción entre deferentes elementos curriculares y la forma en que ellos apuntan la competencia matemática, según se ha descrito previamente:



Figura 3. La competencia matemática general como constructo curricular. Ruiz 2017. p.66

El reto evaluativo en el marco el currículo matemático

El tema de evaluación fue excluido casi por completo en los programas de estudio de Matemáticas y únicamente aparecen algunas recomendaciones generales. Esta ausencia de elementos de evaluación al momento de elaboración y aprobación del currículo obedeció a que no estaban dadas las condiciones académicas para lograr un consenso en esta materia, no solamente a lo interno del Ministerio de Educación Pública sino en el ámbito nacional. El principal problema radicó en que para este ministerio existe un Reglamento General de los Aprendizajes que involucra a todas las materias académicas tanto para la educación primaria como secundaria, además al final de la secundaria se ha venido realizando una prueba estandarizada de bachillerato² en varias asignaturas, entre ellas Matemáticas. Por esta razón, cualquier reforma evaluativa que se hiciera para Matemáticas tendría que plantearse en un marco mucho más amplio que involucrara a las demás asignaturas.

Por otro lado, la reglamentación evaluativa vigente no articula coherentemente con los fundamentos teóricos de un currículo matemático que gira en torno a capacidades cognitivas superiores. A pesar que la implementación del currículo se encuentra en su séptimo año, este problema no ha podido ser resuelto a nivel ministerial. Por ello, el reto ha consistido en posibilitar una estrategia evaluativa que se aproxime a las necesidades curriculares en el marco de un reglamento que no ha sido diseñado para eso.

En el país, la evaluación tradicional en Matemáticas ha tenido características meramente sumativas y se han basado mayoritariamente en exámenes y trabajos extra-clase, los cuales normalmente se abocan a medir la capacidad del estudiante para memorizar y aplicar procedimientos rutinarios (Chaves, Castillo, Chaves Fonseca y Loría 2010). Por ejemplo, si se analiza nuevamente el contenido de la figura 1, el proceso evaluativo tradicional consiste básicamente en identificar si un estudiante es capaz de utilizar la desigualdad triangular para identificar posibles medidas de un lado de un triángulo conociendo la medida de los otros dos lados, o para identificar triplas de números que puedan corresponder a las medidas de los lados

² En el año 2019 será la última vez que se apliquen las Pruebas Nacionales de Bachillerato en la educación regular, se ha decidido sustituirla por una prueba en el penúltimo año de la educación media.

de un triángulo. Sin embargo, en una nueva perspectiva, resulta mucho más complejo identificar si un estudiante tiene la capacidad de razonar y argumentar en relación con el uso de la desigualdad triangular en diferentes contextos o si es capaz de realizar conexiones de este conocimiento con otros, tanto dentro del área de la Geometría como con otras áreas matemáticas. Esta dificultad obedece a que no es posible observar las capacidades directamente, se requiere de observar las acciones y el desempeño del estudiante en diferentes momentos (Ruiz 2017). Al respecto Ruiz señala que las capacidades superiores:

“tienen un grado mayor de “invisibilidad”; pero hay más: solo pueden evaluarse en situaciones específicas donde hay conocimientos y habilidades. Es decir: no se pueden extraer como si fueran entes aislados todos estos elementos (conocimientos, habilidades capacidades superiores), todos participan de diferente manera integradamente en la construcción cognoscitiva.

Ahora bien, precisamente por ese carácter invisible y complejo no es posible establecer juicios absolutos sobre la intervención de estas capacidades. Esto implica que en la evaluación siempre se obtendrá una aproximación ... ”(p. 211).

Este investigador apunta que para que la evaluación proporcione una adecuada cobertura del conjunto de competencias matemáticas se necesita un grupo diverso de actividades. En este sentido, diferentes investigadores señalan para una prueba en sí misma no puede ser exhaustiva en relación a la evaluación adecuada del pensamiento matemático en los estudiantes y, más bien, es necesario desarrollar diferentes estrategias para evaluar procesos complejos como los establecidos en el currículo matemático nacional (Ruiz 2017; Niss 2003; OCDE 2013).

Con lo cual, un currículo que enfatiza capacidades superiores requiere de utilizar varias dimensiones y diversos instrumentos evaluativos tanto en las aulas como para las pruebas estandarizadas, en donde la evaluación formativa debe jugar un rol preponderante (Ruiz 2017).

En virtud de lo anterior, la evaluación constituye un componente transversal del proceso educativo que debe ser considerado en el mismo momento de la planificación educativa. Entonces el primer componente para articular una evaluación coherente con los fundamentos curriculares, consiste en evaluar cada una de las tareas matemáticas que se planifican para la acción educativa. Esto incluye el valorar los problemas que se plantean no solamente en las evaluaciones (sea de aula o en pruebas nacionales) sino también lo que se proponen para las dos etapas de la acción de aula, tal como se muestra en la figura 4.

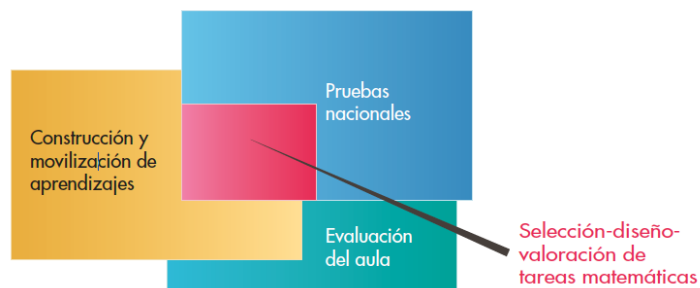


Figura 4. Selección-diseño-valoración de tareas matemáticas. Ruiz 2017. p.214

De acuerdo con lo anterior, con el propósito de contribuir en la relación entre currículo y evaluación, el proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, elaboró un modelo que incluye indicadores para valorar la intervención de los procesos matemáticos y criterios para

identificar los niveles de complejidad de los problemas que se plantean para las diferentes tareas de aula. Los aspectos teóricos que se proporcionan en dicho modelo pretenden ofrecer orientaciones a los actores del proceso educativo para tener un mayor acercamiento a la implementación del currículo.

A manera de resumen, la propuesta detalla el papel de los diferentes componentes curriculares; sin embargo, acá únicamente se describirá un modelo para valorar capacidades superiores y niveles de complejidad³. De acuerdo con Ruiz (2017), *“Las capacidades superiores participan de manera múltiple y sinérgica, a veces todas ellas actúan y a veces solo algunas; puesto de otra manera: existe una intersección no vacía entre las diversas capacidades superiores.”* (p.100).

Tal como se describió previamente, las activación constante de los diferentes procesos matemáticos posibilita la adquisición de capacidades superiores (que oportunamente llevan el mismo nombre) por parte de los estudiantes. Entonces, no solamente es relevante sino también práctico el potenciar una estrategia evaluativa de tareas matemáticas que valore el rol de los procesos de acuerdo con sus niveles de interacción y complejidad, de este modo, indirectamente se puede valorar el potencial de la tarea matemática en la generación de las capacidades cognitivas.

La propuesta establece una estrategia para valorar la participación de los procesos matemáticos en cada problema y al mismo tiempo determinar su nivel de complejidad a partir de ello. El modelo está constituido por dos elementos:

- 61 indicadores que consignan la intervención de los procesos matemáticos en un problema organizados en tres grados distintos
- 5 criterios para que a partir de los indicadores y de la estructura de su intervención se pueda realizar valoración. (Ruiz 2017. p. 103)

El siguiente esquema muestra la forma en que aparece la relación entre los procesos o capacidades y los niveles de complejidad.

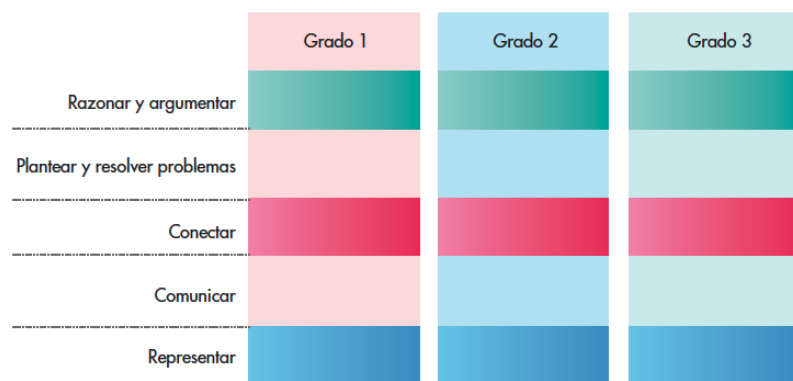


Figura 10. Grados de procesos / capacidades superiores

Figura 5. Grados de procesos/ capacidades superiores. Ruiz 2017. p.104

Para cada proceso se han establecido diferentes indicadores que permiten ubicar al problema que se está analizando en uno u otro grado de complejidad según corresponda, para

³ Si usted quiere mayores detalles sobre la propuesta puede consultar a Ruiz (2017) en <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916> .

ello se prioriza en cada caso el indicador o indicadores que presentan un mayor grado. Para valorar el problema integralmente se realiza un análisis ponderativo de acuerdo con el grado de complejidad que presentó en cada proceso, considerando para ello los siguientes criterios:

- *NC1: cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.*
- *NC2: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.*
- *NC3: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión.* (Ruiz 2017. p.124-125)

Cuando no se satisfaga alguna de las condiciones previas se establecen otros criterios secundarios para realizar la clasificación, tomando en consideración los indicadores del mayor grado y otras valoraciones específicas de cada problema, se considera que los procesos “Razonar y argumentar” y “Plantear y resolver problemas” deben ocupar un lugar preponderante para valorar el estímulo de capacidades cognitivas superiores y la competencia matemática.

Conclusión

A manera de conclusión, para un currículo enfocado a la generación de capacidades superiores, la experiencia que ha tenido Costa Rica con su implementación deja importantes enseñanzas que no ha sido posible incluir acá pero que están disponibles en los diferentes insumos que han generado dentro del Proyecto denominado Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica⁴. En el presente documento se ha querido resumir brevemente la propuesta curricular y resaltar el trabajo que se ha venido realizando a lo interno de este proyecto para avanzar en los retos que la evaluación requiere para un currículo ambicioso como este.

La posibilidad de realizar esta descripción y clasificación en las diferentes tareas matemáticas que se propongan, permite al docente valorar la pertinencia de cada una ellas, ya sea para la acción de aula o para las evaluaciones, en un marco mucho más amplio como es un planeamiento educativo en congruencia con los fundamentos del currículo. La capacidad de precisar el grado de participación de cada proceso matemático permite mapear las acciones que se estarían estableciendo para avanzar de acuerdo con las posibilidades de los estudiantes hacia el logro de capacidades matemáticas. Desde el punto de vista de una sana planificación educativa, la realización de esta práctica permite ir haciendo los ajustes necesarios para consolidar la intervención de los procesos en el corto, mediano y largo plazo, por lo que apunta sólidamente al fortalecimiento de la competencia matemática. Al mismo tiempo, en el caso de la evaluación, los resultados que se puedan obtener mediante la puesta en práctica de este proceso de planificación en las acciones de aula, suministran información sobre el avance de los estudiantes y su rendimiento, de modo que se puedan establecer las acciones correctivas correspondientes.

La propuesta para la valoración de los problemas, es un importante insumo para avanzar en materia evaluativa y se espera venga a contribuir en la articulación de una estrategia evaluativa que sea congruente con el potencial de los principios curriculares que se han plasmado en los programas de estudio.

⁴ <https://www.reformamatematica.net/>

Referencias y bibliografía

- Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J. y Loría, R. (2010). *La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. Tercer Informe del Estado de la Educación*, San José, Costa Rica. Descargado de https://estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/003/Chavez_2010_Matematica.pdf
- Chaves, E. (2017). *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica: 2010-2017. Memorias del II CEMACYC*. Cali, Colombia, 2017. Descargado de http://ciaem-redumate.org/cemacyc/index.php/ii_cemacyc/iicemacyc/paper/viewFile/494/154
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas. Costa Rica*: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor. Descargado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project*. En A. Gagatsis & S. Papastavrides (Eds.) 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (pp. 115-124). Athens: Hellenic Mathematical Society.
- Organization for Economic Co-operation and Development (OCDE) (2013). *Synergies for better Learning: An International Perspective on Evaluation and Assessment*. Paris: OCDE.
- Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Ruiz, A. (2017). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, diciembre. ISSN 1659-2573. Costa Rica. Descargado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916>