



## A apreensão de conceitos básicos de Probabilidade considerando abordagens históricas para o Ensino Fundamental

Ailton Paulo de **Oliveira Júnior**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[ailton.junior@ufabc.edu.br](mailto:ailton.junior@ufabc.edu.br)

Karoline Marcolino **Cardoso**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[karoline.cardoso@aluno.ufabc.edu.br](mailto:karoline.cardoso@aluno.ufabc.edu.br)

Nilceia **Datori** Barbosa

Universidade Federal do ABC

Brasil

[niceiadatori@gmail.com](mailto:niceiadatori@gmail.com)

Natália Galvão Simão de **Souza**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[natalia.galvao@aluno.ufabc.edu.br](mailto:natalia.galvao@aluno.ufabc.edu.br)

### Resumo

Apresenta-se a fundamentação teórica utilizada para a criação de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilidade) e a Equivalência de Estímulos para elaborar pequenas unidades de ensino, descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade. Partindo desse pressuposto trazemos a elaboração de problemas abordando a identificação de experimentos aleatórios e determinísticos associado à nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC publicada em 2017 no Brasil, que fazem parte do jogo com base na TAD, composto por situações problema ou *tarefas*, constituída de uma sequência de subtarefas, que podem ser realizadas utilizando diversas *técnicas* justificadas pela *tecnologia* que se utiliza de teorias relacionadas à Probabilidade como objeto de estudo, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.

*Palavras chave:* Probabilidade, aleatório, história, ensino, fundamental, Brasil.

## **Introdução**

Ao empregar pressupostos históricos é fundamental compreender quais os acontecimentos, mecanismos e fatos que convergiram para produzir determinado conhecimento, bem como relacionar as necessidades sociais que impulsionaram tais descobertas.

Consideramos que a história possui grande valor cultural e social. Esse valor deve ser trabalhado em sala de aula, pois permite mostrar aos alunos que os conteúdos não são um campo de conhecimento estático e pronto, mas que está em constante mudança de acordo com as necessidades de cada povo e de cada região ao longo da história.

Uma abordagem desse tipo poderia auxiliar o aluno a perceber o que motivou determinada sociedade na elaboração de determinados conhecimentos e de como a formalidade vai ganhando espaço, não para complicar ou selecionar indivíduos, mas para facilitar a compreensão de fenômenos de maneira cada vez mais generalizada.

Além disso, o estudo da ocorrência da Probabilidade na história fornece uma forma de conhecimento do mundo que, além de fornecer um conjunto de técnicas, resultados e teoremas, fornece compreensão do progresso da humanidade nesta área e que passou pela evolução da ciência, a organização dos estados e o governo do estado. Portanto, além de oferecer uma função utilitária, contribuem para o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos sujeitos.

O objetivo do trabalho foi apresentar a fundamentação teórica utilizada para a criação de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD na organização praxeológica didática e matemática (Probabilidade) e a Equivalência de Estímulos para elaborar pequenas unidades de ensino, descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade.

## **Fundamentação Teórica**

Nas últimas décadas, os currículos de matemática têm, progressivamente, incluído a probabilidade desde as primeiras idades, para responder à necessidade de contar com cidadãos probabilisticamente alfabetizados, "capazes de lidar com uma ampla gama de situações do mundo real que envolvam a interpretação ou geração de mensagens probabilísticas, bem como a tomada de decisões" (Gal, 2005).

É necessário considerar que o ensino de probabilidade pode ser promovido na educação primária, permitindo o desenvolvimento da alfabetização probabilística.

A alfabetização probabilística corresponde à capacidade de acessar, utilizar, interpretar e comunicar informações e ideias relacionadas à probabilidade, a fim de participar e gerenciar efetivamente as demandas de funções e tarefas que envolvem a incerteza (Gal, 2005).

É dessa perspectiva que Gal (2005) caracteriza a alfabetização probabilística a partir de elementos cognitivos, como: (1) Grandes ideias: variação, aleatoriedade, independência, incerteza; (2) Como calcular probabilidades; (3) Idioma para comunicar o acaso; (4) Contexto; (5) Questões críticas.

Coutinho (2007) discutiu o papel da história da Probabilidade na escolha de contextos para apresentação dos primeiros conceitos probabilísticos no Ensino Fundamental. Limitou-se a

descrever a apreensão do acaso em relação ao contexto no qual está inserido, considerando os resultados possíveis de manipulações de um gerador de acaso, como os jogos de azar (manipulação de moedas, dados, etc.), além dos fenômenos sensíveis que traduzem o efeito macroscópico das causas ínfimas, tal como o contexto das previsões meteorológicas.

Fernandes e Santos Júnior (2015), apresentam-se resultados de uma pesquisa que objetivou analisar as contribuições que uma sequência de ensino pode trazer para o ensino de Estatística e Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental, utilizando como recurso didático a contextualização envolvendo a História da Matemática. Ao analisar os resultados advindos do desempenho dos alunos durante a execução dessa proposta pedagógica, percebeu-se um avanço significativo quanto à aquisição dos conteúdos envolvendo as questões históricas com relação aos conhecimentos de Estatística e Probabilidade.

### **Procedimentos Metodológicos**

Tomaremos como base teórica a Teoria Antropológica do Didático - TAD, de Chevallard (1996) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), que será utilizada para a elaboração dos problemas ou questões, contribuindo para o processo ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, que será composto por situações problema ou tipos de tarefa, que identificaremos por (T), constituída de uma sequência de subtarefas (t), que podem ser realizadas utilizando diversas técnicas ( $\tau$ ) justificadas pela tecnologia ( $\theta$ ) que se utiliza da teoria ( $\Theta$ ) da Probabilidade como objeto de estudo.

Segundo Bittar (2017, p. 367), o modelo praxeológico proposto para descrever qualquer atividade, matemática ou não, é composto por: tipo de tarefas T; técnicas ( $\tau$ ) que resolvem as tarefas desse tipo; tecnologia ( $\theta$ ) que justificam a técnicas e garantem sua validade, e, finalmente, a teoria ( $\Theta$ ) que justifica a tecnologia. Esse quarteto praxeológico é denotado  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ , sendo que o bloco  $[T, \tau]$  é denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer; e o bloco  $[\theta, \Theta]$  é denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

Para Chevallard (1999) entende-se por tecnologia, um discurso racional sobre a técnica. Tal discurso tem por objetivo justificar racionalmente a técnica utilizada. Por sua vez a teoria, é um nível mais avançado de justificativa, isto é, a justificativa da tecnologia.

Consideramos que a Teoria Antropológica do Didático (TAD) fornece recursos para que se possam elaborar problemas ou questões utilizando a resolução de problemas de um jogo pedagógico no processo ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental. Por essa razão, este trabalho será baseado na noção de organização matemática (probabilística) para elaborar os problemas ou questões do jogo pedagógico.

Consideraremos ainda como base metodológica a Equivalência de Estímulos (Sidman, & Tailby, 1982), fornecendo critérios operacionais, empiricamente verificáveis, para especificar comportamentos com características simbólicas. O modelo distingue relações entre pares associados (i.e., relações condicionais do tipo se..., então...) de relações de equivalência, potencialmente simbólicas.

Segundo Carmo e Galvão (2000, p. 51), a Equivalência de Estímulos é um modelo teórico que permite prever que, para um indivíduo, um estímulo passa a pertencer a uma classe de estímulos equivalentes na qual estes são substituíveis uns pelos outros, a partir de relações condicionais arbitrariamente estabelecidas entre ele e um ou alguns membros dessa classe.

Carmo (2012) apresenta a estrutura de um programa de ensino de conceitos e habilidade matemáticas contendo dois aspectos fundamentais: (1) princípios educacionais para um ensino eficaz; (2) unidades curriculares de ensino.

### **Resultados**

As atividades curriculares elaboradas pela proposição de problemas têm seu processo de criação considerando os conteúdos propostos na proposta curricular da nova BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental, Brasil (2017), de forma a possibilitar aos alunos a compreensão de conceitos básicos de probabilidade (Quadro 1).

#### **Quadro 1**

*Objetivos e Habilidades dos conteúdos probabilísticos propostos na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC do 1º do Ensino Fundamental.*

<b>OBJETIVOS</b>	Noção de acaso.
<b>HABILIDADES</b>	Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

*Fonte:* Brasil (2017, p. 276-277).

Neste trabalho, trazemos a elaboração de problemas para auxiliar na apreensão do conceito de aleatório, focando, inicialmente, nos jogos de azar que historicamente abriu portas para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade e a seguir a indicação de conceitos relacionados a experimentos aleatórios e determinísticos.

Apresentamos problemas, figura 1, que compõem as atividades focadas nos princípios da TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilística).

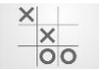
Godino, Batanero e Cañizales (1996) apontam uma razão do tipo social para defender a educação da intuição probabilística na escola básica, que é tornar os alunos conscientes da natureza probabilística de distintos jogos de azar (loterias, máquinas caça-níqueis, bingos etc.), jogos que são magníficos negócios para aqueles que os promovem e um risco desproporcional de perder dinheiro para aqueles que apostam. Os autores questionam se é racional um homem ou uma mulher expor seus bens a uma casualidade tão pouco favorável para si.

Os jogos de azar são aqueles em que a perda ou o ganho dependem mais da sorte do que do cálculo, ou somente da sorte. Estes jogos estão muito ligados às probabilidades. Alguns dos seus exemplos são: a roleta, o bingo, jogos de baralhos de cartas, a Mega-Sena, etc.

Partimos do fato histórico do interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam possibilidades e que fizeram surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, também utilizado no intuito de antecipar o futuro.

Além disso, os jogos de azar existem desde os primórdios das civilizações. O termo azar é usado como sinônimo de aleatório, ou seja, um evento que pode ser parcialmente ou totalmente ditado pela casualidade. Assim, jogar é um desafio e os desafios envolvem riscos. E os riscos envolvem incerteza que envolvem perdas ou ganhos.

Desde os tempos mais antigos, as pessoas usam jogos de sorte e azar para se divertir ou até mesmo tomar decisões. Um simples par ou ímpar pode ajudar a fazer algumas escolhas em várias situações, assim como uma partida de jogo da velha.

Uns dos mais antigos jogos de azar são dados que foram criados para prever o futuro, e os resultados dependiam da vontade dos deuses. O mais antigo dado encontrado é do ano 1000 a.C. e foi feito de cerâmica.			
<b>A partir deste aspecto da história da probabilidade, responda aos seguintes problemas:</b>			
1. O Jogo de Cara-ou-Coroa é um jogo de azar?			
2. O Jogo da Velha é um jogo de azar?			

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 1. Proposta de problemas versando sobre a diferença entre os conceitos de experimentos aleatórios e determinísticos.

O Quadro 2, apresenta as atividades ou problemas apresentados na figura 1, tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer.

**Quadro 2**

Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades da figura 1.

Tarefa 1 (T <sub>1</sub> )	Subtarefas	Técnicas
Consiste em determinar, a partir da apresentação de alguns tipos de jogos conhecidos, se é possível afirmar que os mesmos são, ou não, jogos de azar. E a partir desta concepção, começar a desenvolver intuitivamente o conceito de aleatório.	t <sub>1</sub> Consiste em determinar, a partir de uma narrativa inicial de elementos históricos se o jogo “Cara ou Coroa” é um jogo de azar e consequentemente trabalhar com o conceito intuitivo de aleatório.	τ <sub>1</sub> De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se o jogo se caracteriza como um jogo de azar, figura 1, Problema 1.
	t <sub>2</sub> Consiste em determinar, a partir de uma narrativa inicial de elementos históricos se o jogo da Velha é um jogo de azar e consequentemente trabalhar com o conceito intuitivo de aleatório.	τ <sub>2</sub> De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se o jogo se caracteriza como um jogo de azar, figura 1, Problema 2.

O jogo "cara ou coroa", é um jogo para duas pessoas que pode ser usado como jogo de azar. Em cada lançamento da moeda não sabemos se sairá a face “Cara” ou a face “Coroa”, portanto, caracteriza-se como um jogo de azar. E o jogo da velha é um jogo de regras e configura-se como um jogo de azar, pois o jogador deve ser o primeiro a fazer uma sequência de três símbolos iguais, seja em uma linha, coluna ou diagonal. Um jogador joga com o círculo (O) e outro com o xis (X). Cada jogador, na sua vez, desenha (ou coloca a peça), numa lacuna que esteja vazia. Quando um jogador conquista o objetivo, costuma-se riscar os três símbolos. Quando há empate costuma-se dizer que o jogo “deu velha”.

O Quadro 3, apresenta as atividades ou problemas apresentados na figura 1 e tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

Quadro 3

Descrição do bloco tecnológico-teórico/ do saber referente à TAD das atividades da figura 1.

Técnicas	Tecnologia $\theta_1$	Teoria $\Theta_1$
$\tau_1$ e $\tau_2$	Permite justificar e explicar as técnicas ( $\tau_1$ e $\tau_2$ ) pode ser descrita, ao considerar a recuperação da história dos jogos de azar que consiste em trilhar pelos caminhos percorridos pela humanidade, observando seus contextos, entendendo a maneira de ser e estar presente no mundo em determinado momento. Entendendo que tais atividades nem sempre foram específicas de crianças ou de adultos, mas de todo o grupo social dentro do qual ocorriam as interações, a socialização, a aprendizagem dos costumes e as práticas religiosas e educacionais.	Explica e justifica a tecnologia $\theta_1$ pode ser explicitada segundo Batanero (2015) que lembra que o conceito de aleatoriedade não é simples e que ao longo da história, teve diferentes significados e está associado a discussões filosóficas. Pode-se encontrar definições diferentes atualmente e na sala de aula geralmente é definida através de algumas propriedades como "imprevisibilidade", "possibilidade de vários resultados", "incontrolável" e mais avançado "com frequência relativa estável em uma longa série de experiências".

Considerando ainda a Equivalência de Estímulos e o currículo proposto pela nova BNCC, Quadro 1, trazemos outro fato histórico, atividade 3, ou seja, trazemos Laplace como autor de um dos mais importantes livros sobre probabilidades de todos os tempos, o *Teoria Analítica da Probabilidade (1812)*, e que claramente defendeu o ponto de vista de Demócrito (Figura 2), apresentado na atividade 2.

Laplace foi autor de um dos mais importantes livros sobre probabilidades de todos os tempos, o <i>Teoria Analítica da Probabilidade (1812)</i> , onde muito claramente defendeu o ponto de vista de Demócrito, levando-o a um extremo, dizendo: <b>“se imaginarmos uma inteligência capaz de conhecer todas as forças que animam a Natureza e conhecer o estado de todas as partes da qual ela é composta - uma inteligência suficientemente grande para analisar todos esses dados - então ela seria capaz de numa fórmula expressar o movimento dos maiores corpos do universo, bem como o dos menores átomos. Para tal inteligência nada seria incerto e o futuro, bem como o passado, estariam abertos a seus olhos”.</b>		
A partir destes aspectos da história da probabilidade, considere as seguintes situações ocorridas na natureza e classifique-as como determinista ou aleatória:		
<b>3 – Jogar uma pedra que temos na mão e verificar se “a pedra cai”.</b> 	<b>DETERMINÍSTICO</b> 	<b>ALEATÓRIO</b> 
<b>4 – Tentar adivinhar quantas ervilhas cabem numa determinada embalagem e vidro.</b> 	<b>DETERMINÍSTICO</b> 	<b>ALEATÓRIO</b> 

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 2. Proposta de problemas versando sobre a diferente entre os conceitos de experimentos aleatórios e determinísticos.

O Quadro 4, está associado às atividades ou problemas apresentados na figura 2 e tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer.

**Quadro 4**

Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades da figura 2.

Tarefa 2 (T <sub>2</sub> )	Subtarefas	Técnicas
Consiste, a partir de fato histórico, determinar, considerando situações diárias, se é possível afirmar ou prever o que acontecerá (situações determinísticas) ou que não se pode prever (situações aleatórias).	t <sub>3</sub>	consiste em determinar, se a situação diária “Jogar uma pedra que temos na mão e verificar se a pedra cai” é um experimento determinístico ou aleatório.
	t <sub>4</sub>	consiste em determinar, se a situação diária “Verificar quantas ervilhas cabem numa determinada embalagem de vidro” é um experimento determinístico ou aleatório.

O Quadro 5, está associado às atividades ou problemas apresentados na figura 2 e tomando como base a Teoria Antropológica do Didático - TAD e refere-se ao bloco denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

**Quadro 5**

Descrição do bloco tecnológico-teórico/ do saber referente à TAD das atividades da figura 2.

Técnicas	Tecnologia $\theta_2$	Teoria $\Theta_2$
$\tau_3$ e $\tau_4$	Permite justificar e explicar as técnicas ( $\tau_5$ e $\tau_6$ ) sendo descrita, segundo Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007, p. 1), ao considerar que a construção do conceito de probabilidade deveria ser feita a partir da compreensão de três noções básicas: percepção do acaso; ideia de experiência aleatória; e noção de probabilidade.	Explica e justifica a tecnologia $\theta_1$ explicitada por Batanero e Godino (2002) que traçam algumas orientações sobre como ajudar as crianças no desenvolvimento do raciocínio probabilístico, dentre elas de proporcionar variedade de experiências que permitam observar fenômenos aleatórios e diferenciá-los dos deterministas.

**Conclusões**

Consideramos que é preciso que o conteúdo probabilístico trabalhado na sala de aula seja contextualizado para que possa ganhar sentido; mas também é preciso que o professor conduza o aluno a um processo de análise, de modo que este enxergue claramente que o conhecimento envolvido pode ser usado em diferentes situações.

Um dos movimentos presentes na aula de matemática que aborda conteúdos probabilísticos deve ser o que vai da contextualização à descontextualização; e que vai transformando manejo, estratégias, conclusões, respostas de problemas, conhecimento localizado, ou seja, em um saber probabilístico, de caráter universal, pode servir em novos problemas, situações e contextos.

Por fim, estabelecer relações de equivalência entre diferentes formas de apresentação dos problemas probabilísticos, tendo o cuidado de variar situações do cotidiano do aluno, pode ser uma maneira de o professor levar esse a aprender que o comportamento (estratégia de resolução) apresentado em uma situação pode ser usado em situações que são semelhantes, isto é, resolver com a mesma estratégia problemas que tem mesma forma (estrutura), e aprender que as mesmas estratégias são aplicáveis em situações nas quais os mesmos problemas são apresentados em diferentes formatos (estruturas diferentes).

### Referências

- Batanero, C., & Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros: Proyecto Edumat-Maestros*. Granada: Universidade de Granada. Recuperado de [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6\\_Estocastica.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf)
- Batanero, C. (2015). Understanding randomness. Challenges for research and teaching. *Proceedings of Congress of European Research in Mathematics Education*, Praha, Czech Republic, 9.
- Bittar, M. (2017). A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké*, 25(3), 364-387.
- Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Ministério da Educação, Brasília. Recuperado de [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_20dez\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf).
- Carmo, J. S., & Galvão, O. G. (2000). Aquisição do conceito de número em crianças pré-escolares através do ensino de relações condicionais e generalização. In Carmo, J. S., Silva, L. C. C., & Figueiredo, R. M. E. (Org.). *Dificuldades de aprendizagem no ensino de leitura, escrita e conceitos matemáticos*. (pp. 50-87). Belém, Universidade da Amazônia.
- Carmo, J. S. (2012). Aprendizagem de conceitos matemáticos em pessoas com Deficiência Intelectual. *Revista DI*, 3, 43-48.
- Chevallard, Y. (1996). *Conceitos fundamentais da Didática: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica*. In Brun, J. *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 19(2), 221-265.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Coutinho, C. Q. S. (2007). *Conceitos probabilísticos: Quais contextos a história nos aponta*. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(3), 50-67.
- Fernandes, R. J. G., & Santos Júnior, G. (2015). História da matemática: uma estratégia contextualizada para o ensino de estatística e probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Imagens da Educação*, 5(2), 25-35.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Jones, G.A (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. (pp. 39-63). USA: Springer.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1996). *Azar y Probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Kataoka, V., Rodrigues, A., & Oliveira, M. (2007). Utilização do conceito de Probabilidade Geométrica como recurso didático no ensino de Estatística. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte: UFMG, 9.
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs matching to sample: an expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 37, 5-22.