



Relações entre geometria e aritmética: um estudo a partir da experiência

Jhone Caldeira **Silva**

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás
Brasil

jhone@ufg.br

Euler José de Assis **Garcia**

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás
Brasil

eulerrocker@gmail.com

Alexandre de Almeida **Xavier**

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás
Brasil

alexandrevps@gmail.com

Renato **Sardinha** de Souza

Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, Universidade Federal de Goiás
Brasil

rensardinha@gmail.com

Resumo

Investigamos a percepção de alunos sobre a relação geometria-aritmética e promovemos uma integração de saberes na aprendizagem da matemática, especificamente na primeira fase do Ensino Fundamental. A partir de observações realizadas em nossas experiências pedagógicas com conceitos geométricos, identificamos questionamentos dos próprios alunos se geometria era matemática. Assim, práticas educacionais foram aplicadas a fim de diagnosticar relações que os alunos faziam entre saberes e promover a integração dos conceitos geométricos e aritméticos. Baseamos nossos estudos em Alves (2012), Lorenzato (2008) e Tripp (2005) e os dados foram analisados conforme Fávero & Trajano (1998) e Moro & Soares (2005). Os resultados sugerem que há alunos que não compreendem a relação geometria-aritmética, desassociando uma da outra, e apresentam dificuldades em resolver problemas elementares envolvendo leitura geométrica e escrita aritmética. Ainda, é necessário ampliar a pesquisa no sentido de compreender, também, a percepção dos professores no ensino de geometria na Educação Básica.

Palavras chave: matemática, geometria, aritmética, experiência pedagógica.

Introdução

A presente pesquisa foi realizada em uma escola pública da Rede Federal, localizada na cidade de Goiânia no estado de Goiás, Brasil, em uma turma de 4º ano, primeira fase do Ensino Fundamental. O intuito da pesquisa foi entender quais eram as percepções dos estudantes sobre a relação geometria-aritmética e a integração de conceitos e saberes na aprendizagem da matemática. A motivação desta investigação se deu num processo com abordagens de conceitos geométricos, em que buscávamos relacioná-los com o cotidiano dos alunos. Surgiram questionamentos de alunos que afirmavam que o tema não era de matemática, de onde identificamos que alguns alunos não enxergavam a geometria como ramificação ou parte da matemática. Percebemos que seria importante entender melhor o que aqueles alunos pensavam a respeito de geometria e matemática e suas relações.

Já no início do processo do estudo, dada a fase inicial de formação dos alunos envolvidos, identificamos que a maioria desses considerava como matemática aqueles conceitos da aritmética e, assim, se referiam à matemática (e usavam essa palavra) somente quando a aritmética estava envolvida. Buscamos estabelecer relações mais claras entre geometria e aritmética a fim de que os alunos pudessem chegar à ideia de que a matemática não é um universo segmentado, mesmo sabendo que uma “separação” de conceitos matemáticos é algo considerado natural dentro da disciplina. Lorenzato (2008) afirma que essa divisão de áreas da matemática no Brasil é algo que sempre aconteceu.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, p.38), a matriz curricular para alunos do Ensino Fundamental deve conter o estudo de números (aritmética e álgebra), bem como o estudo de formas (geometria). Deve, também, apresentar o estudo de grandezas e medidas, esse possibilitando uma interligação dos campos de geometria, aritmética e álgebra, permitindo a consolidação dos conceitos propostos. Entendemos que essa interação dos conceitos entre os diferentes campos pode surtir efeitos em espaços de aprendizagem que levem à apropriação destes. Consequentemente, estimula as funções cognitivas (MAGALHÃES, 2011) essenciais para o desenvolvimento do ser humano.

Miguel, Fiorentini & Miorim (1992) salientam, a respeito da relação geometria-aritmética, que

Queremos, na verdade, revelar a existência de uma atitude oscilatória e maniqueísta em relação a esses dois campos fundamentais da Matemática que, infelizmente, parecem direcionar os estudos, as reflexões e os debates sobre o ensino da Matemática Elementar, pelo menos a partir da década de 70, quando as primeiras ressonâncias do chamado movimento da matemática moderna se fizeram sentir no interior de nossas escolas (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 39).

A geometria tem um grande papel na aprendizagem de conceitos matemáticos. É por meio dela que podemos visualizar conceitos. É essa importância que toma um nível ainda maior quando se trata da aprendizagem infantil. É nessa fase que os primeiros conceitos matemáticos são introduzidos na vida de toda criança. É a geometria, então, tem sua relevância maximizada, pois o exercício deixará de ser apenas teórico e passará a ser também visual. Vieira (1997) diz

As leituras realizadas sobre o tema de presente pesquisa reforçam o entendimento de que o processo de ensino-aprendizagem da geometria é fundamental para apoiar a construção de conceitos matemáticos científicos. E mais, destacam também que o ensino dos conteúdos de geometria, aritmética e álgebra devem estar entrelaçados, advindo daí o interesse por elaborar um programa voltado para o ensino inter-relacionado dos conteúdos de geometria e álgebra (VIEIRA, 1997, p. 21).

Mas então se tal integração é tão importante e não se dá de maneira natural no ensino da matemática na Educação Básica brasileira, há que pensar em maneiras para que isso aconteça. A alternativa que tem se mostrado mais eficaz é a resolução de problemas. Além de utilizar a

aritmética para resolver o que é pedido, a interpretação geométrica dá uma ideia visual do que é o problema.

O grande desafio é mostrar que a matemática é um aglomerado de ideias, conceitos e estruturas muito importantes e que se fazem dependentes entre si. Dessa maneira, para que o aluno compreenda de forma mais natural que estruturas como a geometria e a aritmética fazem parte da mesma matemática, é necessário que desde as séries iniciais o professor saiba organizar as suas aulas com cautela. Ele deve trazer, mesmo que de forma simples, uma matemática que utilize vários conceitos e métodos para sua resolução ou entendimento. Alves (2012) destaca que

Para Piaget, a percepção não é uma atividade única, fazendo parte, sim, de processos diversos como a exploração, reorganização, esquematização, transporte e antecipação. Além do que, apesar de todas essas atividades estarem possivelmente presentes desde o nascimento, elas não acontecem pelo que parece, no mesmo ritmo (ALVES, 2012, p. 3).

A partir do momento em que o professor conseguir, por meio de seu planejamento e trabalho, desenvolver atividades que tragam uma matemática “completa”, ou seja, geometria, aritmética e até mesmo álgebra de formas integradas, ele estará promovendo percepções que acabarão com uma visão fragmentada que essa ciência possui. Com isso, nossa proposta se resumiu em conhecer o que os alunos sabiam a fim de tentar entender todas essas percepções que envolvem a relação geometria-aritmética transversalmente com a experiência.

Método

Participaram desse estudo 31 alunos de uma turma de 4^o ano (primeira fase do Ensino Fundamental) de uma escola pública da Rede Federal de Goiânia (Goiás-Brasil). O objeto de investigação nasceu a partir de questionamentos dos próprios alunos. Práticas educacionais foram aplicadas abordando conceitos de geometria e aritmética condizentes com a maturidade escolar dos estudantes a fim de diagnosticar as relações que esses faziam entre saberes matemáticos, além de promover o entendimento da integração dos conceitos geométricos e aritméticos. Foram abordadas desde aulas teóricas à atividades lúdicas em ambientes externos (por exemplo, observações de elementos presentes em uma quadra poliesportiva, em uma roda de bicicleta, em que exploramos os desenhos e formas e algumas medidas). Para o presente estudo trazemos três atividades: a Atividade 1 buscou sistematizar as observações da pesquisa no sentido de identificar as relações que os sujeitos estabelecem entre geometria e matemática, sendo ela composta por perguntas abertas e um problema bastante elementar; ii) as Atividades 2 e 3 exploraram os conceitos de raio, diâmetro, círculo e circunferência, com situações em que os estudantes deveriam vivenciar a geometria e a aritmética conjuntamente. As atividades estão apresentadas no Apêndice A. Os alunos responderam as atividades individualmente, sem ajuda dos pesquisadores. Realizamos uma pesquisa-ação, como sugere Tripp (2005), e as respostas foram analisadas como apontam Fávero & Trajano (1998) e Moro & Soares (2005).

Resultados e discussão de dados

Considerando a Atividade 1, inferimos algumas relações que os alunos fazem com respeito da geometria e da matemática. As respostas refletem que parte dos alunos tinham a percepção de que as aulas/atividades de geometria não necessariamente eram de matemática. Veja:

Tabela 1

Percepções dos alunos sobre a geometria e a matemática, Atividade 1.

Categorias	Número de Alunos
A1. Acreditam que existem diferenças entre a Matemática e a Geometria, mas concordam que Geometria é Matemática e vice-versa.	10
A2. Acreditam que existem diferenças entre a Matemática e a Geometria e que Geometria não é Matemática e vice-versa.	4
A3. Não existem diferenças entre Matemática e Geometria.	14
A4. Não conseguiram articular.	3

Na Categoria A1 incluímos aqueles alunos que conseguiram enxergar uma diferença entre matemática e geometria e concordam que uma faz parte da outra. Pudemos perceber que, mesmo dentre aqueles alunos que entendem que a geometria faz parte da matemática ou vice-versa, há alguns que acreditam que a diferença entre a geometria e matemática é o fato de a geometria se tratar de formas, desenhos e figuras enquanto a matemática está relacionada às contas e aos cálculos (aritmética). As notações da Figura 1 a seguir trazem exemplos.

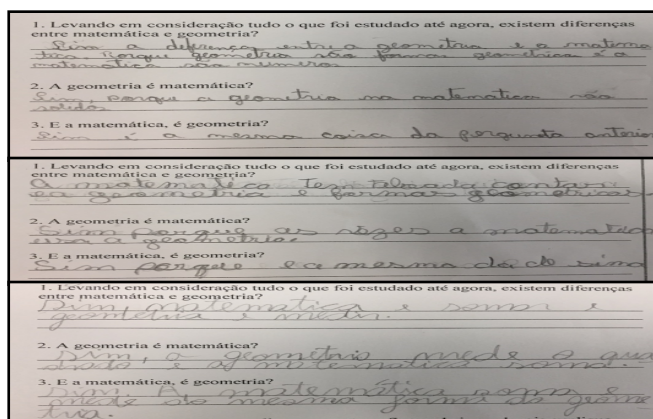


Figura 1. Respostas de alunos, Categoria A1, Atividade 1. Fonte: Acervo Pessoal.

É importante observar também a forma como os alunos fazem relações: “a matemática é responsável por somar e a geometria medir o quadrado”. De acordo com nossas experiências, o aluno pode estar relacionando “medir o quadrado” e “somar” com o cálculo do perímetro, pois esse conceito fora abordado. Ou seja, esse aluno provavelmente conseguiu enxergar um elo entre medir e saber quanto vale o lado de um quadrado, por exemplo, e somar estes lados para se chegar a um resultado como um processo completo e não segmentado.

Na Categoria A2 estão os alunos que citam as diferenças entre a matemática e a geometria e afirmam que uma não é a outra.

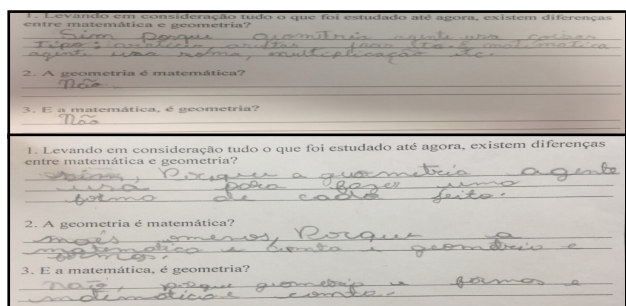


Figura 2. Respostas de alunos, Categoria A2, Atividade 1. Fonte: Acervo Pessoal.

Vemos na Figura 2 que os alunos disseram que existe diferença entre a matemática e a geometria e que há alunos que acreditam que uma não é a outra. Inferimos que um dos alunos tende a entender a matemática como algo mais “amplo” que a geometria, quando usa a expressão “mais ou menos” na resposta à Pergunta 2. Mais uma vez encontramos o argumento em que coloca a matemática como “contas” e a geometria como “formas”.

Na Categoria A3, que equivale a 45% dos alunos (14), temos aqueles que acreditam que não existe nenhuma diferença entre matemática e geometria e entendem que uma faz parte da outra. Vejamos as notações na Figura 3:

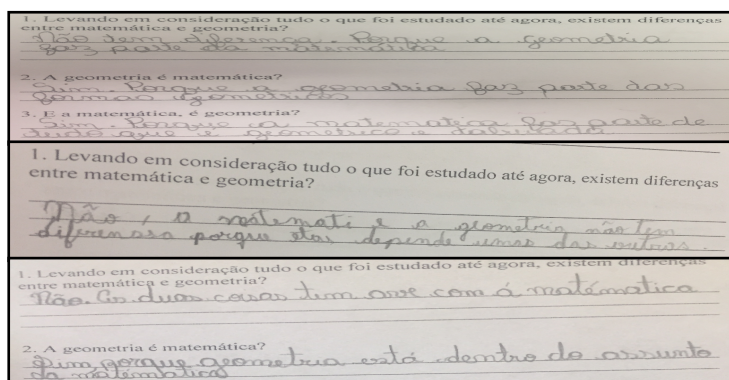


Figura 3. Respostas de alunos, Categoria A3, Atividade 1. Fonte: Acervo Pessoal.

Esses alunos consideram matemática e geometria um mesmo universo, apontam em suas respostas que uma faz parte da outra. Isso nos faz perceber que para eles a ligação entre matemática e geometria é natural. Ainda que saibamos que há inúmeros conceitos de matemática que não se enquadram em geometria, optamos por não levar a discussão a um tom tão profundo e específico. Levamos em consideração o caminhar escolar dos alunos envolvidos, a faixa etária, a maturidade, a experiência prévia, diante do currículo escolar. Ainda não era o momento das formalidades conceituais, fórmulas, propriedades etc. Estávamos vivenciando as primeiras experiências com diversos conceitos geométricos, que pudessem ser adquiridos pela experiência e observação. Diante disso, valorizamos, sobretudo, que os alunos pudessem perceber a inter-relação entre os conceitos de matemática como um todo, em particular, quando se trata de geometria e aritmética.

Contudo o que pudemos observar a respeito da Atividade 01, vemos que 45% dos alunos (14) conseguem visualizar matemática e geometria como algo único e dependente e 55% dos alunos (17) acreditam na independência das duas áreas, principalmente com a ideia de que somar e medir fazem parte de universos distintos. Ainda, 48% (15 alunos) vê a geometria e a matemática como duas disciplinas que empregam metodologias diferentes: a geometria como estudo das formas e a matemática como estudo dos números e contas. Essas observações são bastante naturais, pois de acordo com Van de Walle (2009), a geometria é o estudo das formas e do espaço com características próprias que auxiliam o processo educacional.

As Atividades 2 e 3 buscaram explorar os conceitos de raio, diâmetro, círculo e circunferência, oportunizando situações que envolvessem a geometria e a aritmética conjuntamente. A Atividade 02 permitia aos estudantes expressarem com palavras as suas constatações, enquanto a Atividade 03 envolvia a interação dos conceitos com pequenos cálculos aritméticos. Confrontando as respostas dessas atividades, pudemos perceber que dos 29 alunos respondentes (02 alunos que responderam à Atividade 1 não participaram das Atividades 2 e 3), apenas 31% deles (9) souberam expressar corretamente o conceito de diâmetro (consideramos a

linguagem matemática/materna do aluno) e calculá-lo para uma circunferência com um raio dado. Além disso, cerca de 52% dos alunos (15) não souberam relacionar com aproveitamento o conceito estudado à aritmetização da relação raio-diâmetro. Desses 15 alunos, 9 deles souberam calcular o valor do diâmetro, mas não conseguiram alcançar uma resposta esperada quanto à absorção do conceito em si e os outros 6 alunos o souberam definir, mas não conseguiram calcular de maneira correta. Por fim, cerca de 17% dos alunos (5) não conseguiram expor de maneira correta o conceito de diâmetro nem calcular o diâmetro de uma circunferência com o raio dado. Apresentamos a tabela a seguir.

Tabela 2

Resultados da Análise das Atividades 2 e 3.

Categorias	Número de Alunos
B1. Sabem definir diâmetro e sabem calculá-lo.	9
B2. Sabem definir diâmetro, mas não sabem calculá-lo.	6
B3. Não sabem definir diâmetro, mas sabem calculá-lo.	9
B4. Não sabem definir diâmetro e nem sabem calculá-lo.	5

Vemos que os alunos na Categoria B1 sabem definir o diâmetro e sabem calculá-lo. Eles representam menos de um terço do total de respondentes. Podemos entender que tais alunos souberam enxergar o elo existente entre o conceito apresentado do diâmetro e a relação aritmética usada na multiplicação do valor da medida do raio por dois.

Aqueles na Categoria B2 sabem definir diâmetro, mas não sabem calculá-lo. Cerca de 21% dos alunos (6) estão situados nesse conjunto. Podemos inferir que tais indivíduos, apesar de entender o que o diâmetro significa dentro de uma circunferência, não conseguem visualizar a relação diâmetro-raio de forma aritmética. Já na Categoria B3, os sujeitos não sabem definir diâmetro, mas sabem calculá-lo. Cerca de 31% dos alunos (9) estão inseridos nesse grupo. Apesar de não terem uma ideia corretamente formalizada do conceito de diâmetro, usam a representação geométrica da circunferência e do raio para calcular o valor do diâmetro.

Finalmente, na Categoria B4, encontramos cerca de 17% dos alunos (5). Para esses, que apresentam não saber definir diâmetro e nem calculá-lo, é importante buscar compreender porque não conseguiram internalizar os conceitos, tampouco conectar a representação geométrica da circunferência e do raio para determinar o valor do diâmetro.

Diante do cenário exposto, percebemos que a maioria dos alunos ainda não entende a relação existente entre um conceito geométrico dado e a sua aritmetização. Para esses, os conceitos estão desassociados, como apontam Miguel, Fiorentini & Miorim (1992). Assim, avaliamos a importância de aprofundar as discussões, apresentando novas oportunidades aos alunos a fim de que consigam identificar os saberes geométricos e aritméticos, além de serem capazes de resolver problemas elementares que os envolvam.

Considerações finais

Nossos estudos apontam que é interessante trabalhar geometria e aritmética, buscando integrar os conceitos. Uma vez que identificamos questionamentos entre os alunos da primeira fase do Ensino Fundamental, buscamos investigar se era possível perceber a relação geometria-aritmética nessa fase da Educação Básica. Pudemos perceber que, com o passar do tempo, um número maior de alunos já conseguia enxergar alguma relação entre as “formas” e as “contas”. E na medida em que eles conseguiram entender tais relações de forma mais natural, foram amadurecendo matematicamente. Tal movimento é importante, pois como a matemática é uma

ciência que se divide em várias subáreas, saber que existe ligação entre todas elas é algo essencial para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

Talvez a grande dificuldade que o ensino da geometria enfrenta hoje seja a sua independência dentro de uma aula de matemática. Muitos dos livros didáticos colocam os conteúdos de geometria como os últimos tópicos dos conteúdos programáticos. Em muitas ocasiões, por falta de tempo, tais conteúdos não chegam a ser trabalhados em sala de aula. Os alunos envolvidos experimentam exatamente o contrário. Para eles, os temas referentes à geometria são sempre intercalados aos temas referentes à aritmética. Defendemos práticas como essa, pois, na medida em que o aluno internaliza os conteúdos de forma integrada, sua aprendizagem matemática se dará de forma mais efetiva, onde ele saberá usar artifícios geométricos para entender aritmética e vice-versa.

Por fim, entendemos que é necessário ampliar a pesquisa no sentido de compreender, também, a percepção dos professores e futuros professores no ensino de geometria na Educação Básica, uma vez que a visão desses reflete diretamente na percepção formada pelos alunos.

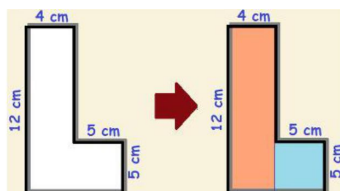
Referências e bibliografia

- Alves, M. L. *Percepção*. (2012). 6 p. Artigo (Instituto de Física)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP. Disponível em:
<http://sites.ifi.unicamp.br/laboptica/files/2012/12/Percep%C3%A7%C3%A3o.pdf>.
- BRASIL. (1997). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental)*. v. 3. Brasília: MEC.
- Fávero, M. H. & Trajano, A. A. (1998). *A leitura do adolescente: mediação semiótica e compreensão textual*. Psicologia: Teoria e Pesquisa, n. 1, 131-136.
- Lorenzato, S. (2008). *Para aprender matemática*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Magalhães, R. C. B. P. (2011). *Educação Inclusiva: escolarização, política e formação docente*. Brasília: Liber Livro, 13-31.
- Miguel, A., Fiorentini, D. & Miorim, M. A. (1992). Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?. *Pro-Posições*, Campinas-SP, v. 3, n. 1, 39-54, mar. Disponível em:
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424/11844>.
- Moro, M. L. F. & Soares, M. T. C. (2005). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. Curitiba: Ed. da UFPR.
- Tripp, D. (2005). Pesquisa-Ação: Uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, 433-466. Disponível em:
<http://pesquisaeducacaoufrgs.pbworks.com/w/file/81004715/pesquisa%20a%C3%A7%C3%A3o%20metodologia.pdf>.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed.
- Vieira, V. D. (1997). *Geometria e álgebra: uma proposta de ensino*. 1997. 125 p. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar Brasileira) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia. Disponível em:
https://ppge.fe.ufg.br/up/6/o/Dissert_Vania_Domingos_Vieira.pdf.

Apêndice A Atividades 1, 2 e 3

Atividade 1

1. Levando em consideração tudo o que foi estudado até agora, existem diferenças entre matemática e geometria?
2. A geometria é matemática?
3. E a matemática, é geometria?
4. Pinte o balão que você acredita representar a figura abaixo e depois explique porque você escolheu este balão.



Matemática

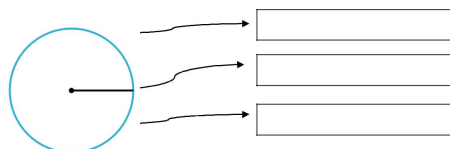
Matemática e Geometria

Geometria

Atividade 2

Considerando a atividade que foi feita fora da sala de aula, responda:

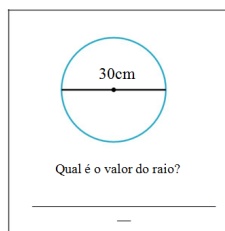
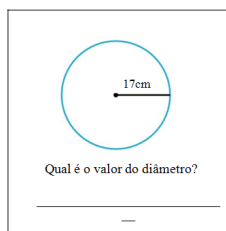
1. Qual é a diferença entre círculo e circunferência?
2. Quando o barbante se tornou maior, o que aconteceu com o círculo e com a circunferência?
3. Observe a figura e indique: o raio (barbante), o círculo e a circunferência.



4. Lembrando da atividade que foi feita, qual é a importância de manter o barbante bem esticado na hora de desenhar a circunferência?
5. E o que aprendemos sobre o diâmetro?

Atividade 3

1. De acordo com as circunferências abaixo, calcule o que se pede:



2. Com o auxílio de uma régua, calcule o valor do raio da roda da frente da bicicleta abaixo.

