



## **Análisis de la interacción profesor-alumnos cuando resuelven problemas realistas en el aula**

Marta **Escribano** Gallardo  
Universidad de Salamanca  
España  
m.escribanog@usal.es

Beatriz **Sánchez-Barbero**  
Universidad de Salamanca  
España  
beatrizsanchezb@usal.es

Jose María **Chamoso** Sánchez  
Universidad de Salamanca  
España  
jchamoso@usal.es

### **Resumen**

La interacción que se produce entre profesor y alumnos en la resolución conjunta de problemas en aulas de matemáticas es un tema de interés en Educación Matemática. Algunas investigaciones analizaron dicha interacción cuando se resolvían problemas rutinarios y no rutinarios, pero poco conocimiento hay cuando los problemas son realistas. En este estudio se pretendió analizar la interacción al resolver diez problemas realistas en el aula referido a los procesos promovidos y al grado de participación. Los resultados reflejaron que se produjo una alta promoción de procesos cognitivos de razonamiento y de procesos metacognitivos de regulación y una alta participación de los alumnos cuando razonaban. Ello aportó perspectivas de futuro que pueden tener implicaciones educativas si se desea que se produzca un mayor razonamiento en las aulas y una mayor participación de los estudiantes.

*Palabras clave:* interacción en el aula, procesos cognitivos, procesos metacognitivos, grado de participación, resolución de problemas, problemas realistas.

### **Introducción**

En los últimos años, un eje de interés en la investigación en Educación Matemática es el análisis de la interacción que se produce cuando se resuelven tareas matemáticas en el aula pues

Comunicación *XV CIAEM-IACME, Medellín, Colombia, 2019.*  
*Este trabajo ha sido realizado en el marco del Grupo de Trabajo formado por los autores junto con D. Javier Rosales Pardo (rosales@usal.es), D. Santiago Vicente Martín (vicente@usal.es) y D<sup>a</sup>. M<sup>a</sup>. Mercedes Rodríguez Sánchez (meros@usal.es) de la Universidad de Salamanca (España)*

aporta información que ayuda a comprender qué sucede en las aulas (Rosales, Vicente, Chamoso, Múñez y Orrantía, 2012). Algunos estudios analizaron las interacciones en el aula en la resolución conjunta de problemas rutinarios (Rosales et al., 2012) y no rutinarios (Sánchez, Carrillo, Vicente, y Juárez, 2015) pero poco se sabe cuando se resuelven problemas realistas. Por ello, el presente estudio pretende analizar la interacción producida en el aula entre un profesor y sus estudiantes durante la resolución conjunta de diez problemas realistas teniendo en cuenta los procesos promovidos y el grado de participación de profesor y estudiantes, para así estudiar si existen cambios en cuanto a análisis de interacción en la resolución de otro tipo de problemas.

### **Marco teórico**

#### **Tareas matemáticas**

Las tareas matemáticas que pueden realizarse en las aulas dependen de las oportunidades de aprendizaje que ofrecen al alumnado (Elbers, 2003). Una posible forma de clasificarlas es la diferenciación entre ejercicio –aquellas en las que la aplicación mecánica de un algoritmo o de conocimientos previos llevan a la solución (Díaz y Poblete, 2001)- y problemas –aquellas en las que esta aplicación mecánica no es suficiente para llegar a la solución (Kantowski, 1981)-. Poniendo el foco de atención en los problemas, si nos centramos en su contexto, Vicente y Orrantía (2007) definían un problema realista como aquel que trata de resolver situaciones ocurridas en el mundo real para lo que se deben tener conocimientos de la realidad ya que, en otro caso, el uso de procedimientos aritméticos podría llevar a soluciones con sentido matemáticamente pero sin sentido real (más detalle, Verschaffel, De Corte y Lasure, 1994).

#### **Interacción en las clases de matemáticas**

La interacción generada entre el docente y sus alumnos durante la resolución conjunta de problemas en el aula ha suscitado interés en la investigación en Educación Matemática pues permite la discusión y facilita la construcción de los alumnos de su propio aprendizaje (Depaepe, De Corte y Verschaffel, 2010). La literatura ha analizado esa interacción considerando procesos que se promueven y el grado de participación (Sánchez et al., 2015) pero, en la mayor parte de los trabajos, se ha realizado con problemas rutinarios. Atendiendo a los procesos cognitivos que se promueven en el aula, esos trabajos mostraron que se basaba en la mera selección de datos y apenas se consideraba el razonamiento (p.e., Chapman, 2006; Depaepe et al., 2010; Rosales et al., 2012). Referido a la metacognición, los maestros se centraban más en cómo resolver el problema que en enseñar a resolverlo (p.e., Biryucov, 2004; Ramos, Vicente, Rosales y Sastre, 2016). Atendiendo al grado de participación, ésta era prácticamente inexistente por parte de los alumnos y aumentaba al avanzar en el curso escolar (p.e., Nathan y Knuth, 2003). Si se tiene en cuenta tanto procesos cognitivos como grado de participación, sólo conocemos el estudio de Sánchez et al. (2015) que analizó la interacción de dos maestros cuando resolvían un problema rutinario y uno no rutinario conjuntamente con los estudiantes en el aula y los resultados mostraron que en el problema no rutinario aumentó el razonamiento y el grado de participación de los alumnos. En este trabajo se pretende realizar un estudio exploratorio con problemas realistas, para estudiar si el tipo de tarea utilizada en la resolución conjunta en el aula influye en la promoción de procesos y en la participación de los estudiantes.

### **Metodología**

#### **Participantes y contexto**

Un profesor del Máster Universitario en Estudios Avanzados en Dificultades del

Aprendizaje (Universidad de Salamanca, España) y 22 estudiantes (mujeres entre 22 y 25 años).

### Procedimiento y problemas

El profesor resolvió problemas realistas conjuntamente con los estudiantes en el aula y en horario habitual dedicado a actividades de ese tipo (37 minutos de duración). Los estudiantes no tenían preparación previa referida a problemas realistas.

Los 10 problemas realistas utilizados fueron los del trabajo de Verschaffel et al. (1994). Por ejemplo, "El abuelo da a sus nietos una caja con 18 globos para repartir entre ellos. ¿Cuántos globos le toca a cada uno?"; "Andrés nació en 1978. Ahora estamos en 1993. ¿Cuántos años tiene?"; "Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro?".

### Análisis de datos

La sesión fue grabada en audio y posteriormente transcrita. Para el análisis de la interacción se tomó como unidad de medida el ciclo, entendido como la segmentación de las acciones realizadas durante el desarrollo de la interacción y que suele comenzar con una pregunta, ya sea implícita o explícita, y finalizar cuando la pregunta ha sido respondida o abandonada (Wells, 1999). Para ello se tuvieron en cuenta los contenidos públicos entendidos como la información que maestro y alumnos comparten explícitamente en el aula, de modo que cada ciclo contiene un único contenido público (en las ocasiones en que, en un mismo ciclo, existe más de un contenido público, se considera el principal del que dependan el otro u otros contenidos públicos; Rosales et al., 2012).

Una vez delimitados los ciclos, se categorizaron atendiendo a:

Los procesos promovidos que se aluden en la resolución según se refirieran a (Sánchez-Barbero et al., 2017b, adaptado de Nathan y Knuth, 2003; Rosales et al., 2012; Tabla 1):

Tabla 1. *Sistema de categorías de los procesos promovidos (Sánchez-Barbero et al., 2017a)*

	Categorías	Definición
PROCESOS COGNITIVOS	<b>Selección</b>	Información o datos que aparecen, explícitamente, en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución, así como a la elección de operaciones, sin justificación
	<b>Integración</b>	Aspectos que relacionan información o datos que aparecen explícitamente en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución, que son algo más que la mera selección de información existente, de forma adecuada y justificada
PROCESOS METACOGNITIVOS	<b>Generalización</b>	Aspectos del proceso de resolución que son más generales que los del problema que se está considerando como, por ejemplo, la contextualización del problema en otros contextos o la relación del problema o su resolución con otros problemas o resoluciones similares
	<b>Regulación</b>	Aspectos del proceso de resolución relacionados con acciones de planificación (organización del proceso), supervisión (valoración y observación del proceso) y evaluación (determinación del avance y progreso en la resolución, así como valoración de la realización del proceso)
OTROS PROCESOS	<b>Control</b>	Aspectos relacionados con aspectos de atención, orden u organizativos, sin relación en ningún sentido con el proceso de resolución
	<b>Lectura</b>	Lectura del problema y aclaración de conceptos no matemáticos

Fuente: elaboración propia.

El grado de participación de profesor y alumnos en la resolución según fuera (Sánchez-Barbero et al., 2017a, adaptado de Rosales et al., 2008; Tabla 2):

Tabla 2. Sistema de categorías del grado de participación (Sánchez-Barbero et al., 2017a)<sup>1</sup>

	<b>Categoría</b>	<b>Construcción de la idea principal</b>	<b>Intervención</b>
<b>GRADO BAJO</b>	<b>Grado P</b>	Asumida por el profesor de forma autónoma, sin la participación de los alumnos.	Profesor comienza la intervención y puede cerrarla
	<b>Grado Pa</b>	Asumida conjuntamente por profesor y alumno, con una mayor participación del profesor.	Profesor comienza la intervención con una pregunta cerrada o invasiva. Profesor puede finalizar la intervención con un feedback de añadir o redirigir
<b>GRADO ALTO</b>	<b>Grado Ap</b>	Asumida conjuntamente por profesor y alumno, con una mayor participación del alumno.	Profesor comienza la intervención con una pregunta abierta. Profesor o alumno puede finalizar la idea con un feedback
	<b>Grado A</b>	Asumida por el alumno de forma autónoma, sin la participación del profesor.	Alumno comienza la intervención y puede cerrarla

Fuente: elaboración propia.

Una vez categorizados los ciclos, se contabilizaron en valores absolutos y en porcentajes. De acuerdo con las características de la muestra para la comparación de porcentajes, se realizaron estadísticos chi-cuadrado de Pearson ( $\chi^2$ ) con un valor de significación menor del .05, con pruebas Z ( $\alpha = .05$ ) para el análisis de los procesos cognitivos y de los procesos metacognitivos, así como para el grado de participación.

### Medidas

Referente a los procesos cognitivos, los porcentajes de ciclos destinados, por un lado, a los procesos cognitivos (selección e integración) y, por otro lado, a los procesos metacognitivos (generalización y regulación).

Referente al grado de participación, los porcentajes de ciclos de grado bajo y grado alto, teniendo en cuenta si se producían en los procesos cognitivos o en los metacognitivos.

### Fiabilidad

El análisis se realizó por dos jueces de forma independiente (dos autores de este trabajo), que resolvieron los desacuerdos mediante consenso (Kappa de Cohen entre 0.80 y 0.95, por lo que el análisis se consideró válido).

### Resultados

Los resultados de la interacción de un profesor cuando resolvía problemas realistas conjuntamente con los estudiantes en el aula, en valores absolutos y en porcentajes, fueron, en primer lugar, atendiendo a los procesos que se promovieron en la interacción (Tabla 3):

<sup>1</sup>P: profesor; Pa: profesor-alumno; Ap: alumno-profesor; A: alumno

Tabla 3. Porcentaje y frecuencia (entre paréntesis) de ciclos a los diferentes procesos

	Proceso	% (frecuencia)
Procesos cognitivos	Selección	4.31% (5)
	Integración	50.00% (58)
Procesos metacognitivos	Generalización	2.59% (3)
	Regulación	33.62% (39)
Otros procesos <sup>2</sup>	Control	0.86% (1)
	Lectura	8.62% (10)
	TOTAL	100.00% (116)

Fuente: elaboración propia.

Se observa que más de la mitad de los ciclos se dirigieron a procesos cognitivos mientras que más de una tercera parte a procesos metacognitivos. Referido a los procesos cognitivos, la mayor parte de los ciclos se dirigieron a *Integración* (92.06%) frente a *Selección* (7.94%), con diferencias significativas [ $\chi^2(1, 100) = 70.560, p = .000$ ]. Referido a los procesos metacognitivos, sobresale el porcentaje de ciclos dirigido a *Regulación* (92.86%) frente a los de *Generalización* (7.14%) con diferencias significativas [ $\chi^2(1, 100) = 73.960, p = .000$ ].

En segundo lugar, atendiendo al grado de participación que se produjo en la interacción (Tabla 4):

Tabla 4. Porcentaje y frecuencia (entre paréntesis) de ciclos dedicados por el docente al grado de participación

Grado de participación	Proceso	% (frecuencia)	Total
Grado alto	Selección	2.86% (3)	60.38% (63)
	Integración	50.48% (53)	
	Generalización	2.86% (3)	
	Regulación	3.81% (4)	
Grado bajo	Selección	1.90% (2)	39.62% (42)
	Integración	4.76% (5)	
	Generalización	0.00% (0)	
	Regulación	33.33% (35)	

Fuente: elaboración propia.

Se observa que, referido al grado de participación, globalmente, existió un mayor porcentaje de *Grado alto* que de *Grado bajo*, con diferencias significativas [ $\chi^2(1, 100) = 4.000, p = .046$ ]. Si se profundiza en los datos del grado de participación teniendo en cuenta su relación con los procesos cognitivos y los metacognitivos, existieron diferencias significativas en los procesos cognitivos de *Integración* (*Grado alto* 84.13% y *Grado bajo* 11.91%; [ $\chi^2(1, 94) = 55.149, p = .000$ ]), en los procesos metacognitivos de *Generalización* (*Grado alto* 4.76% y *Grado bajo* 0.00%; [ $\chi^2(1, 7) = 3.571, p = .049$ ]) y de *Regulación* (*Grado alto* 6.35% y *Grado bajo* 83.33%; [ $\chi^2(1, 89) = 66.618, p = .000$ ]).

<sup>2</sup>Otros procesos, Control y Lectura no fueron considerados en este trabajo

### **Discusión**

En este trabajo se pretendió analizar si en la interacción que se produce entre un profesor y sus estudiantes cuando resuelven problemas en el aula influye el tipo de problemas que se utilizan. Para ello se consideraron los procesos promovidos y el grado de participación que se produjeron en la interacción. La mayor parte de los estudios previos que analizaron ese tipo de interacción utilizaron problemas rutinarios y los resultados mostraron una promoción baja de procesos cognitivos, una escasa existencia de procesos metacognitivos y una baja participación de los estudiantes (p.e., Chapman, 2006; Depaepe et al., 2010; Rosales et al., 2008; Rosales et al., 2012). En este trabajo se utilizaron problemas realistas y los resultados mostraron que la mayor parte de los procesos cognitivos fueron de grado alto de integración, una alta existencia de procesos metacognitivos de regulación y una alta participación de los alumnos especialmente en los ciclos de integración y generalización, y una baja participación de los alumnos en los de regulación.

Referido a los procesos cognitivos, llama la atención que la mayor parte de los ciclos fueran dirigidos al grado alto de integración. Esto podría deberse a la influencia de los problemas realistas ya que, cuando se resuelven problemas no mecánicos que suponen reto, los alumnos muestran interés y curiosidad que se traduce en una interacción más rica (Sánchez et al., 2015), a diferencia de cuando se resuelven problemas rutinarios (Chapman, 2006; Depaepe et al., 2010).

Referido a los procesos metacognitivos, es llamativo el alto porcentaje de ciclos de regulación en el desarrollo de la interacción, a diferencia de los resultados de estudios previos (p.e., Biryucov, 2004; Ramos et al., 2016). Es difícil valorar la importancia de esos resultados pero profundizar en estos resultados y la influencia que los problemas realistas tuvieron en ello podría ser objetivo de futura investigación.

Referido al grado de participación de los estudiantes, se obtuvo una alta participación de los mismos en la resolución a diferencia de los resultados obtenidos en estudios previos (p.e., Nathan y Knuth, 2003). Quizás la utilización de problemas realistas que pueden suponer un reto para el alumno pudo tener influencia en estos resultados (Sánchez et al., 2015). Que el mayor grado de participación de los estudiantes se produjese en ciclos de integración puede tener implicaciones educativas pues si se quiere promover la participación de los estudiantes se deberían favorecer la promoción de ciclos cognitivos de un grado alto de razonamiento. Por otro lado, parece lógico que el alto porcentaje de ciclos de regulación se correspondiese con un grado bajo de participación de los estudiantes al ser un aspecto metacognitivo que debería favorecer el docente, así como es llamativo que la totalidad de ciclos de generalización se correspondiese con un grado alto de participación, aunque ese aspecto merecería mayor profundización.

### **Conclusiones**

El análisis de la interacción de un profesor cuando resuelve problemas realistas de forma conjunta con los estudiantes en el aula permite decir que, atendiendo a los procesos cognitivos que se promueven y al grado de participación de los alumnos, se produjo un alto porcentaje de procesos cognitivos promovidos, una alta alusión a procesos metacognitivos de regulación y una alta participación de los estudiantes especialmente en los ciclos cognitivos de integración y en los metacognitivos de generalización, aunque baja en los metacognitivos de regulación. Estos resultados que parecen indicar la influencia del tipo de tareas utilizadas en la interacción, concretamente problemas realistas aunque más investigación sobre ello sería necesaria. Ello va en la línea de las recomendaciones actuales de promover el razonamiento en las aulas (Rosales et

al., 2012), de desarrollar aspectos metacognitivos que favorezcan el desarrollo de las tareas y aumenten el grado de transferencia de la misma a otros entornos (White y Frederiksen, 1998) y de facilitar una mayor participación del alumnado (Bransford, Ann, Brown y Rodney, 2000).

Como fortalezas del estudio cabe destacar que previamente no se había analizado la interacción en el aula resolviendo de forma conjunta problemas realistas. Como limitaciones del mismo, se trata de un estudio exploratorio de un único profesor con sus estudiantes. Esta limitación puede solventarse ampliando la muestra; así mismo, podría ser analizada la interacción en diferentes niveles educativos, no sólo considerando la promoción de procesos cognitivos sino que se debería prestar especial atención a los procesos metacognitivos, algo que apenas se ha considerado en la literatura de Educación Matemática. Profundizar en dichos procesos metacognitivos de regulación atendiendo a sus aspectos de planificación, supervisión y evaluación también podría ser un tema de interés, así como la importancia de la participación de los estudiantes también debería ser considerada en esos estudios con relación a los diversos procesos promovidos. Por último, la consideración de otros tipos de problemas, por ejemplo los problemas abiertos, puede ser interesante en el campo.

Como implicaciones educativas, este trabajo podría ser un primer paso pues, si se pretende una enseñanza basada en un aprendizaje basado en el razonamiento, quizás sea necesario ampliar el abanico de tareas que se desarrollen para la formación de los estudiantes donde los problemas realistas podrían tener una consideración interesante.

### **Agradecimientos**

Este trabajo se realizó en el marco del Grupo de Investigación Reconocido de Matemática Educativa (GIRME) y fue parcialmente subvencionado por la Universidad de Salamanca [2017/00111/001 (K118/ 463AC01)]; European Union, Project Erasmus+ [2017-1-ES01-KA203-038491], Ministerio de Economía y Competitividad de España [PSI2015-66802-P], RED8-Educación Matemática y Formación de Profesores [EDU2016-81994-REDT].

### **Referencias**

- Biryucov, P. (2004). Metacognitive Aspects of Solving Combinatorics Problems. *International Journal for Mathematics teaching and learning*, 84.
- Bransford, J.D., Brown, A.L. y Cocking, R.R. (2000). Learning: From Speculation to Science. En Bransford, J.D., Brown, A.L. y Cocking, R.R. (Eds.), *How People Learn: Brain, Mind, Experience and School* (pp. 3-27). Washington D.C.: National Academy Press.
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics Word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 211-230.
- Depaepe, F., De Corte, E. y Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards Word problema solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education*, 26, 151-160.
- Díaz, M.V. y Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 33-41.
- Elbers, E. (2003). Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 77-99.

- Kantowski, M.G. (1981). Problem solving. En Fennema, E. (Ed.). *Mathematics Education Research: Implication for the 80's*. NCTM: Reston.
- Nathan, M.J. y Knuth, E.J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instrucion*, 21 (2), 175-207.
- Ramos, M., Rosales, J., Vicente, S. y Sastre, S. (2016). Aspectos metacognitivos durante la resolución de problemas en aulas de primaria. Actas. *VIII Congreso Internacional de Psicología y Educación*, pp. 1848-1849. Alicante: CIPE.
- Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. y Chamoso, J. (2008). Studying mathematics problem-solving classrooms. A comparison between the discourse of in-service teachers and student teachers. *European Journal of Psychology of Education*, 23 (3), 275-294.
- Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J. M<sup>a</sup>., Múñez, D. y Orrantia, J.(2012). Teacher-student interaction in joint Word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 28, 1185-1195.
- Sánchez, B., Carrillo, J., Vicente, S. y Juárez, J. A. (2015). *Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de Primaria*. Comité Interamericano de Educación Matemática. Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 3: Formación Continua. Editores: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz (pp. 34-47). República Dominicana.
- Sánchez-Barbero, B., Ramos, M., Chamoso, J.M., Vicente, S., Rosales, J. y Rodríguez M.M. (2017a). Una herramienta para analizar el grado de participación en la interacción de maestro y estudiantes cuando resuelven conjuntamente tareas matemáticas. Actas. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, pp. 217-221. Madrid: CIBEM.
- Sánchez-Barbero, B., Ramos, M., Chamoso, J.M., Vicente, S., Rosales, J. y Rodríguez M.M. (2017b). Una herramienta para analizar los procesos que se promueven entre el profesor y los alumnos al resolver tareas matemáticas en el aula. Actas. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, pp. 217-221. Madrid: CIBEM.
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). *Realistic considerations in mathematical modelling of school word problems*. En W. Schnotz, S. Vosniadou y M. Carretero, (Eds), *New perspectives on conceptual change* (pp. 175-189). Oxford: Elsevier.
- Vicente, S. y Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación* 19, 1, 61-85.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Toward a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: CUP.
- White, B. y Frederiksen, J.R. (1998). Inquiry, modeling and metacognition: making science accessible to all students. *Cognition and instruction* 16 (1), 3-118.