



La geometría en el salón de clases a través del uso de algunos elementos del arte

Fernando **González** Aldana
Colegio Santa Teresa de Jesús de Ibagué
Colombia
fernalmat@hotmail.com
Osvaldo Jesús **Rojas** Velázquez
Universidad Antonio Nariño
Colombia
orojasv69@uan.edu.co

Resumen

La matemática es una de las áreas del conocimiento que contribuye al desarrollo cognoscitivo en las estudiantes, el teorema de Pitágoras y Tales, las construcciones de figuras geométricas, la perspectiva y la resolución de problemas geométricos, aportan a este fin. Este trabajo se dirige a favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en las estudiantes de grado octavo, a través de actividades que se sustentan en la resolución de problemas, en el uso de algunos elementos del arte, en la visualización y en la Comunidad de Práctica de Wenger. La implementación de las actividades sobre la matemática y arte, sirven como motivación para el estudio de la geometría, constituyendo la base conceptual para el desarrollo de otras temáticas; además, ayuda a fortalecer el pensamiento espacial, mejora la percepción visual y propicia motivación para la resolución de problemas retadores en la Educación Básica.

Palabras clave: resolución de problemas, elementos del arte, visualización, Comunidad de Práctica, enseñanza aprendizaje de la geometría.

Introducción

El contenido geométrico está presente en todos los currículos de los diferentes niveles educativos, por tal motivo es necesario lograr un aprendizaje adecuado de este contenido en cada grado, pues el contenido dado sirve de base para los estudios posteriores.

La matemática y el arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en el grado octavo, ha ocupado a los investigadores en diferentes reuniones y congresos, en particular se destacan las investigaciones presentadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática

(ICME), en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), en la Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), en las reuniones latinoamericanas de matemática educativa (RELME), entre otros. En el ICMI (2001), se considera a la geometría como una herramienta vital para el entendimiento, y también como una parte intuitiva y concreta de las matemáticas, ligada a la realidad. El ICMI 2008 centra su atención en la enseñanza-aprendizaje de la geometría mediante software de geometría dinámica (SGD). Koyuncu, Akyuz & Cakiroglu (2014) enfatizan que la interacción con los SGD favorece el desarrollo cognitivo y la adquisición de conocimientos. Se considera que para ubicar de nuevo la geometría en un lugar prominente se hace necesario retomar las herramientas con las que se generó la geometría y a su historia.

Por otra parte el uso de los elementos artísticos para el aprendizaje de la geometría, es una propuesta que surge de la experiencia de trabajo en el aula, lo cual ha llevado a observar el limitado desarrollo del componente geométrico en los estudiantes. En este sentido, se pretende retomar, además de materiales manipulables como la regla y el compás, conceptos básicos de geometría, el uso de la tecnología, elementos artísticos y sumados a esto, el ingenio y la creatividad para que haya una apropiación y disfrute de la geometría.

Este trabajo parte de las dificultades que presentan las estudiantes, y se dirige a buscar herramientas que fortalezcan el aprendizaje geométrico, a través de los elementos artísticos. Para ello se diseñan y aplican actividades didácticas y pedagógicas, que favorecen el aprendizaje y razonamiento geométrico en las estudiantes. La investigación tiene como objetivo favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, mediante la implementación de actividades basadas en problemas, que permitan a las estudiantes adquirir habilidades y destrezas creativas que conduzcan a la visualización y apreciación del arte en una demostración o práctica matemática.

Marco teórico

Esta investigación, toma como punto de referencia la historia del arte desde Paolo Ucello (1397-1475), Leon Battista Alberti (1404-1472), Piero de la Francesca (1416-1492), Leonardo Davinci (1452-1519), cuando tuvieron que resolver el problema de como plasmar un objeto tridimensional en un plano, problema matemático que fue resuelto por estos matemáticos artistas, con el concepto de perspectiva. Para Platón, la importancia y el valor de una obra de arte residen en la asimilación de la belleza absoluta, por ello, una obra de arte es bella si contiene orden y armonía. Por otro lado Kant contrapone lo bello y lo sublime en términos de forma y contenido, aunque no necesariamente como unidad dialéctica; Para los pitagóricos, la armonía, uno de los ingredientes de la belleza, va unida al número en la constitución ontológica de todo el universo, Aristóteles por su parte, en su Metafísica enuncia que las formas expresan la belleza desde el orden, la simetría, la precisión y las matemáticas se ocupan de estudiarlas. Esta es la base de esta investigación como herramientas pedagógicas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Las matemáticas y el arte han estado siempre estrechamente vinculadas: el número de oro, las simetrías, las proporciones, la geometría, son elementos presentes en el arte; no en vano muchos grandes artistas de la historia han sido grandes matemáticos; se han apoyado en la matemática para expresar la realidad con un lenguaje artístico. Euclides, en el siglo III a. de C. condensó todo el conocimiento matemático de la antigüedad en los trece volúmenes de los “Elementos”. En la escuela Platónica, consideraban la geometría como una ciencia pura que existía por derecho propio. Era inevitable que otras ciencias y el arte, adoptaran sus descubrimientos.

Según De Guzmán (2013) ésta temática ha sido abordada por diferentes investigadores,

donde plantean sus ideas y características importantes. La relación entre la geometría, la matemática, el arte y el diseño es bastante obvia. La belleza de muchos objetos de la geometría es inspiración para los artistas. Comúnmente se ve la matemática como una ciencia; pero la matemática es un lenguaje de la ciencia. Muchos matemáticos ven también a la matemática como un arte; un artista crea cosas que considera bellas pero para un matemático un teorema es bello y algunos teoremas son más bellos que otros, lo cual un artista lo transforma en obra de arte.

La naturaleza por sí sola tiene un diseño único artístico-matemático. Cada uno de los objetos naturales tiene una armonía, un juego de colores que contrastan todo tipo de sensación y es allí, donde se encuentra implícita la matemática porque esto hace que sea perfecto, que sea irreplicable. Cada fenómeno natural funciona gracias a su matemática. Falk de Losada (2013), precisa que los griegos no fijaron su atención en la simetría sino en la proporcionalidad y terminaron por estudiar temas relacionados con construcciones de regla y compás.

En una demostración matemática se despiertan sentimientos y cambios de estado de ánimo que también se encuentran al realizar una obra de arte, siendo éste, el verdadero valor de motivación. Esto implica que podemos incluir la técnica de Omar Rayo (1928-2010), artista colombiano considerado geométrico-óptico, que aprovecha los cuadrados, los rectángulos y las líneas en zig zag y se expresa con el blanco, el negro y el rojo; Víctor Vasarely (1906-1997) artista Húngaro, considerado como el padre del op art o modelo propio de arte abstracto geométrico, con efectos ópticos de movimiento, ambigüedad de formas y perspectivas, e imágenes inestables. Emmer, Michelle (2005) “Un hecho matemático debe ser, ante todo bello. Un teorema puede y debe ser bello, como lo es, por ejemplo, una poesía...”. Es allí donde se puede encontrar la relación matemática y arte.

Además la investigación se sustenta en la teoría de la resolución de problemas y en la visualización. Con respecto a la teoría de la resolución de problemas se destacan los aportes de Polya (1973), Krulik y Rudnik (1980), Pochulu y Rodríguez (2012), Sigarreta, Rodríguez y Ruesga (2006); Santos-Trigo, Moreno y Camacho-Machín (2016), entre otros. Se asume que un problema “... es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para el cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma” (Krulik y Rudnik, 1980: 4). Para el momento de resolución de los problemas en el aula se consideran las fases “... comprender el problema, diseñar un plan, llevar a cabo el plan y mirar hacia atrás...” (Polya, 1973: 5-16).

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría a través de algunos elementos del arte se hace necesario un constante apoyo en el aula y en el trabajo extraescolar, para dotar a los estudiantes de herramientas y estímulos para hacer descubrimientos visuales. Por su parte, Arcavi (2003, p. 216) aduce que “La visualización ofrece un método de ver lo invisible”, criterios que se consideran útiles para las clases de matemática. Con respecto a la visualización, se asume en esta investigación la definición dada por Arcavi (2003, p. 217), pues se ajusta al propósito del trabajo, pues expresa que:

... es la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas.

Metodología

La población objeto de investigación son las estudiantes del grado octavo del colegio Santa teresa de Jesús de Ibagué, de carácter estatal, nivel muy superior, ubicado en el departamento del Tolima, país Colombia y como muestra 37 estudiantes del grado octavo C.

La investigación se lleva a cabo bajo el paradigma cualitativo, con un enfoque de investigación cualitativo y un diseño de investigación acción. Este enfoque en el área de la matemática y el arte permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente, dirigido a despertar la motivación y el interés para lograr un aprendizaje significativo en las estudiantes de grado octavo del colegio Santa teresa de Jesús de Ibagué.

Durante la investigación se utilizan elementos del arte y de la geometría, imágenes pictóricas de los artistas Omar Rayo y Víctor Vasarely, software de geometría dinámica (GeoGebra), materiales visuales manipulables de geometría y dibujo como la regla, compás, escuadras, colores, borrador, lápices, entre otros. El instrumento de contenido se dirige a constatar cómo se manifiesta el proceso de diseño y reproducción de ejercicios pictóricos (representación visual), como resultado de una práctica o de una demostración geométrica, importante en la resolución de problemas.

La investigación se orienta a encontrar la relación entre matemática y arte en el aula, con una metodología que propicia “conocer y actuar” en el contexto de un proceso de apropiación y aplicación del conocimiento geométrico. Para ello, en el grupo seleccionado se realizan talleres sobre dominio de herramientas físicas y tecnológicas. La observación participante, los instrumentos de geometría, de dibujo y el uso de la tecnología a través de GeoGebra, conducen a encontrar la relación entre matemáticas y el arte.

Se realiza una implementación en la práctica con estudiantes de grado octavo y se muestran los resultados alcanzados, los cuales se contrastan con una encuesta de satisfacción aplicada a las estudiantes para valorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría con ayuda de la relación que existe entre las matemáticas y el arte, una vez terminada la aplicación de la práctica pedagógica.

Resultados

Las actividades diseñadas para la clase de geometría, donde se integra el arte y la matemática, están orientadas hacia el aprendizaje de las construcciones geométricas, Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, perspectivas en el op art y solución de problemas geométricos. Este proceso se lleva a cabo a través de la resolución de problemas geométricos retadores.

Las actividades propuestas propician la manipulación y exploración de los objetos artísticos y geométricos, para lograr el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en el grado octavo, a través de la relación arte y matemática.

Para la búsqueda de la relación entre matemática y arte, en la investigación se desarrollan seis actividades basadas en problemas retadores. Estas actividades son:

- Construcción de figuras geométricas con regla y compás.
- Teorema de Pitágoras y su aplicación a los números irracionales.
- Aplicación del Teorema de Tales para la resolución de problemas.
- Perspectiva en el arte óptico.
- Problemas geométricos.
- Exposición concurso intercolegiado “Matemáticamente” 2017.

Resultados de la encuesta de satisfacción aplicada a los estudiantes y discusión

Al realizar el análisis respectivo de la encuesta de satisfacción, aplicada a 33 estudiantes presentes del grado octavo C, del colegio Santa Teresa de Jesús de Ibagué, acerca de la percepción que tienen las niñas involucradas en la práctica pedagógica, se evidencia en alto porcentaje de favorabilidad el cumplimiento de los objetivos planteados en la tesis (ver gráfico 2), tabla de datos de la encuesta de satisfacción.

Preg	Valor	1	2	3	4	5
1				1	2	30
2					8	25
3		1	1	1	6	24
4		1		2	7	23
5				2	3	28
6				2	10	21
7					12	21
8				1	7	25

Gráfico 1. Tabla de datos de la encuesta de satisfacción.

Fuente: Elaboración propia.

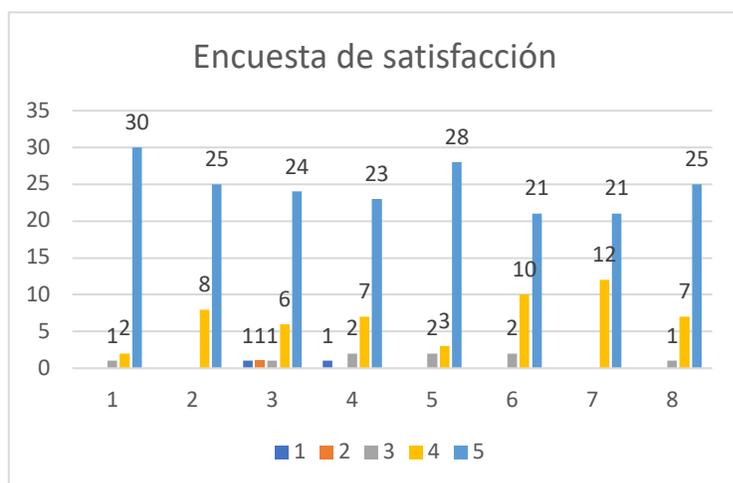


Gráfico 2. Análisis estadístico de la encuesta de satisfacción

Fuente: Elaboración propia.

El anterior gráfico de barras (gráfico 2), análisis estadístico de la encuesta de satisfacción, en donde participaron 33 estudiantes de las 37 de la muestra, se evidencia la calificación más alta de uno a cinco, la tienen un gran número de estudiantes en cada una de las ocho preguntas realizadas, en la pregunta uno, 30 estudiantes manifestaron 5, dos en 4 y una en 3; en la segunda pregunta, 25 en 5 y ocho en 4; en la tercera pregunta 24 en 5, seis en 4 y una estudiante en el 1, 2 y 3; en la cuarta pregunta 23 en 5, siete en 4, dos en 3 y una en 1; la quinta pregunta 28 en 5, tres en 4, dos en tres; en la sexta pregunta 21 en 5, diez en 4 y dos en 3; en la pregunta 7, 21 estudiantes 5, y doce estudiantes en 4 y en la octava pregunta 25 en el 5, siete estudiantes en 4 y una en 1.

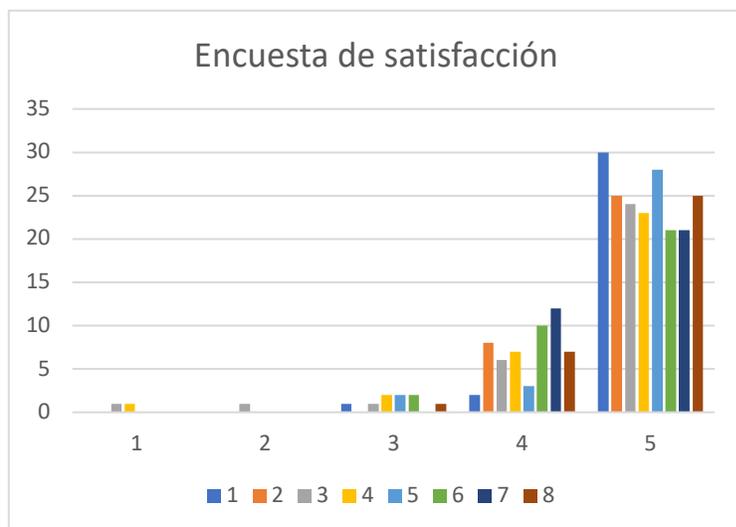


Gráfico 3. Análisis de datos por valoración

Fuente: Elaboración propia.

El gráfico 3, análisis de datos por valoración, nos muestra que de las 33 estudiantes encuestadas, se concentra en la valoración de 5 en cada una de las preguntas así; la 1 en un 91%, la 2 en un 76%, la 3 en un 73%, la 4 en un 70%, la 5 en un 85%, la 6 y la 7 en un 64% y la 8 en un 76%; en la valoración 4, el porcentaje es en la pregunta 1 es de 6%, la 2 de 24%, la 3 de 18%, la 4 de 21%, la 5 de 9%, la 6 de 30%, la 7 de 36% y la 8 es de 21%; la valoración de 3 en un porcentaje en la preguntas 1, 3 y 8 de un 3% y las pregunta 4, 5 y 6 en un 6%, las preguntas 2 y 7 0%; la valoración de 2, la pregunta 3 un 3% las demás preguntas 0%, en la valoración de 1, sólo las preguntas 3 y 4 con un 3%, las preguntas 0%. Las estudiantes hicieron valoración de la pregunta 3 y 4 de 1 porque no consideraron un reto las actividades y tienen ciertas dificultades en el manejo de los elementos artísticos y geométricos.

Conclusiones

El proceso de investigación sobre matemática y arte, en el grado octavo de la Educación Básica, permitió dar respuesta al objetivo. Los resultados obtenidos permiten destacar algunos elementos en éste trabajo, ellos son:

- La teoría de la resolución de problema es fundamental para el trabajo en el aula con la solución de problemas de matemática y arte. En la investigación se retoman las ideas de especialistas en Educación Matemática, los cuales aportan definiciones sobre problemas, resolución de problemas y estrategias para la resolución, que constituyen elementos básicos en la propuesta de actividades, basada en problemas retadores.
- La resolución de problemas aporta a la construcción de ejercicios artísticos con contenido matemático, a través del uso de algunos elementos del arte, pues las estudiantes aprenden a pensar y a razonar de manera geométrica abstracta, a explorar y a crear sus representaciones y modelos mentales. Mediante este proceso se propicia resolver situaciones de la matemática, del arte y de la vida real.
- La visualización favorece la construcción de ejercicios artísticos, a través del uso de elementos de geometría como la regla y el compás. En este proceso se considera que la visualización es una habilidad, que permite formar imágenes y representaciones, para la

búsqueda de una interpretación geométrica de las obras de arte y de utilizar las técnicas artísticas como el op art y geometría abstracta en una gráfica geométrica o en un teorema.

- La comunidad de práctica para el trabajo de la matemática y arte en el aula, transitó durante su desarrollo por las fases: potencial, coalescencia, madurez, gestión y transformación. El tránsito por estas fases permite su consolidación como comunidad y favorece la construcción del conocimiento, donde es esencial la participación, la imaginación de las estudiantes, para la búsqueda de su propia identidad. El trabajo en comunidades de práctica permite la comprensión y socialización en el salón de clases de la construcción y apropiación de conocimientos geométricos.
- Como resultado de la implementación de las actividades en la práctica escolar, se constata:
 - ✓ Comprensión por las estudiantes acerca del proceso de relacionar imágenes de obras de arte con sus respectivas soluciones geométricas y viceversa.
 - ✓ El diseño de las actividades, la heurística utilizada en los problemas, el estilo de trabajo en grupo, la relación entre matemática y arte, motivaron a las estudiantes en querer socializar sus ideas y mostrar sus experiencias pictóricas.
 - ✓ Se interpretan y analizan los Teoremas de Pitágoras y Tales y, se fortalecen otros conceptos matemáticos y geométricos que implican estas demostraciones.
 - ✓ El uso de los materiales didácticos en la clase, genera mayor motivación en las estudiantes para la resolución de los problemas geométricos que relacionen la matemática y el arte.
 - ✓ Los diferentes procedimientos que utilizaron las estudiantes para la resolución de los problemas se constatan en la socialización de las actividades, tanto en los grupos de comunidades de práctica, como en el debate con todas las estudiantes del aula.
 - ✓ Se fortalece el sentido de cooperación, responsabilidad y compañerismo y la participación entre las estudiantes, lográndose su satisfacción al notar avances en el desarrollo de sus procesos matemáticos.
 - ✓ En las actividades participaron 10 grupos de trabajo, para un total de 37 estudiantes, de ellos un 90% responde de forma correcta cada una de las actividades.
 - ✓ La exposición de sus trabajos sobre matemática y arte en el concurso intercolegiado “Matemáticamente 2017”, a diez delegaciones de instituciones privadas y públicas de Ibagué, fortalecen su motivación y autoestima.

Referencias y bibliografía

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- De Guzmán, M. (2013) *Polivalencia de las matemáticas: Ciencia, técnica, arte, juego, filosofía*. Real Academia de Ciencias. Recuperado de www.rac.es/ficheros/doc/00337.pdf, p.243
- De Losada, M. (2013). *Corrientes de pensamiento matemático del siglo XX*. Segunda parte: Estructuralismo. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.
- Emmer, M. (2005). La perfezione visibile: matematica ed arte. *Arnodes*, 1-9. Recuperado de <https://www.sectormatematica.cl/arte/emmer0505.pdf>.

- González, A. F. (2017). La matemática como arte en el desarrollo del pensamiento espacial, sistema geométrico. En O. Pérez (presidencia), Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 31), Lima, Perú.
- Koyuncu, I. Akyuz, D & Cakiroglu E. (2014) investigating plane geometry problem-solving strategies of prospective mathematics teachers in technology and paper-and-pencil environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*. Recuperado <http://link.springer.com/article/10.1007/s10763-014-9510-8>.
- Krulik, S., y Rudnik, J. (1980). *Problem solving: a handbook for teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires: Eduvim.
- Polya, G. (1973). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Stanford University, Second Edition, New Jersey: Princeton University Press.
- Santos-Trigo, M., Moreno, L. y Camacho-Machín, M. (2016). Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework. *ZDM Mathematics Education*, Spriger.
- Sigarreta, J., Rodríguez, J. y Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana* (Venezuela), vol. 13, núm. 1, pp.53-66.