



## Raciocínio covariacional em aulas de Cálculo: propostas de tarefas

Daniel Daré Luziano da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina  
Brasil

[dlsilvadaniel@hotmail.com](mailto:dlsilvadaniel@hotmail.com)

André Luis Trevisan

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina  
Brasil

[andrelt@utfpr.edu.br](mailto:andrelt@utfpr.edu.br)

William José Gonçalves

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina  
Brasil

[williamboatematica@gmail.com](mailto:williamboatematica@gmail.com)

Muitas das dificuldades estudantes apresentam na compreensão de conceitos matemáticos é que esses são “passados” de forma expositiva e o conhecimento matemático resume-se assim a um conjunto de fórmulas e normas pré-estabelecidas, em que eles são meros repetidores de processos. Elegemos como foco de discussão matemática deste trabalho o pensamento funcional, cuja gênese envolve atentar-se às quantidades que variam e na relação entre essas quantidades. Há duas formas de abordagem de relações no conceito de função: a covariação entre quantidades (análise coordenada das variações de duas grandezas interdependentes) e a correspondência entre quantidades (Thompson & Carlson, 2017)

Em uma abordagem tradicional para quantificar uma função dinâmica do mundo real o estudante geralmente recebe uma tabela de valores de amostragem, plota pontos no plano cartesiano e, em seguida, usa o gráfico (união de pontos) para estender a tabela. Em um curso de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), o aluno é então questionado sobre a dinâmica da situação do mundo real que requer a extração de informações dinâmicas de um gráfico estático como taxa de crescimento e decrescimento, por exemplo. Quando se trata de situações dinâmicas, a maioria dos alunos esbarram na dificuldade de visualização da situação e de como se relacionam as variáveis.

Para Thompson e Carlson [2017, p. 422], “ideias de variação e covariação em valores de variáveis não se encaixam na definição matemática de função atual de hoje”, pois adotam os passos de determinação de pontos, produtos cartesianos e o significado de Dirichlet de necessidade de lei de correspondência entre os valores de  $x$  e  $y$ . A partir disto, redescobrem o conceito de função a partir da óptica da lente covariacional: “uma função, covariacionalmente, é

uma concepção de duas quantidades que variam simultaneamente, de modo que existe uma relação invariante entre seus valores que tem a propriedade de que, na concepção da pessoa, cada valor de uma quantidade determina exatamente um valor do outro” (Oehrtman, Carlson, & Thompson, 2008; Thompson e Carlson, 2017, p. 422). Assim o conceito de função passa ser dependente de como a pessoa concebe a relação entre duas quantidades, de modo que ela tenha um atributo que possa ser medido. Vai muito além de um número atribuído. Pensar em quantidades que variam não é pensar em tabelas de números que aumentam ou diminuem grandezas, mas sim em objetos que se alteram continuamente.

Assumindo a necessidade em se “desconstruir” o ensino tradicional de CDI e a possibilidade de organização de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas (Trevisan e Mendes, 2018), desenvolveu-se uma pesquisa que objetivou a produção de aplicativos que pudessem subsidiar a organização de tarefas matemáticas (Ponte, 2014), a partir de uma abordagem covariacional do conceito matemático de função.

Os aplicativos desenvolvidos e as tarefas organizadas, que serão apresentadas neste pôster, ajudam a mobilizar o RC, e assim contribuem para uma ressignificação do conceito de função, necessária ao entendimento de conceitos próprios do CDI. Para sua organização, aplicou-se uma busca sistemática de aplicativos que possibilitassem a exploração do RC, em sites e plataformas, como o “GeoGebra - Aplicativos Matemáticos”. Em seguida, realizou-se adaptação de alguns dos recursos encontrados e desenvolvimento de novos aplicativos para cumprirem os objetivos determinados em tarefas encontradas na revisão de literatura ou desenvolvidas pelos autores.

A título de exemplo, trazemos o enunciado de uma das tarefas propostas a estudantes de CDI 1: *Investigar possibilidades de se construir uma praça em forma retangular dentro de um terreno quadrado de 80m de largura, sendo que cada vértice da praça deve estar sobre um dos lados do terreno..* O trabalho com essa tarefa possibilitou a vários grupos de estudantes mobilizar ideias relacionadas ao RC, como a constituição das quantidades envolvidas na situação e o processo de medição dessas quantidades, a compreensão de que as quantidades envolvidas variam continuamente e sua coordenação, reconhecendo a direção de crescimento e mudanças na taxa de crescimento.

### Referências

- Oehrtman, M. C., Carlson, M. P., & Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' understandings of function. In: Carlson, M. P., & Rasmussen, C. (Eds.). *Making the connection: Research and practice in undergraduate mathematics* Washington, DC: Mathematical Association of America, pp. 27-42.
- Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: Ponte, J. P. (Ed.) *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, pp. 13-30.
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017) Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In Cai, J. (Ed.). *Compendium for research in mathematics education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 421-456.
- Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018) Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautados em episódios de resolução de tarefas: uma proposta de caracterização. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11, pp. 209-227.