



## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

Albano Dias **Pereira Filho**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins

Brasil

[albano\\_filho@ifto.edu.br](mailto:albano_filho@ifto.edu.br)

Nielce Meneguelo **Lobo da Costa**

Universidade Anhanguera de São Paulo

Brasil

[nielce.lobo@anhanguera.com](mailto:nielce.lobo@anhanguera.com)

### Resumo

Neste artigo discute-se um experimento de ensino sobre Probabilidade realizado com doze professores de matemática inseridos em um processo formativo. A pesquisa objetivou analisar a construção de conhecimentos profissionais dos participantes sobre Probabilidade, que vivenciaram uma proposta de aula investigativa e criaram atividades para levar os alunos a construir os conceitos de espaço amostral, aleatoriedade, definição de probabilidade, distribuição de frequências e Lei dos Grandes Números. No texto aborda-se a atividade intitulada “jogo com dois dados”. A metodologia da pesquisa foi à qualitativa do tipo *Design-Based Research*, na concepção de Brown e de Collins. Analisaram-se as contribuições da formação continuada para o conhecimento profissional docente dos participantes. Como resultado, constatamos indícios de ampliação do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Palavras – chave: Jogo de dados, investigação, probabilidade, formação.

### Aulas Investigativas: Apoio teórico

A ideia do ensino por investigação como metodologia foi proposta por John Dewey no início do século XX nos Estados Unidos. Dewey apontou que era necessário que as escolas acompanhassem as mudanças ocorridas no contexto da época integrando métodos científicos à Educação, possibilitando aos estudantes realizarem experiências práticas.

As ideias de Dewey só foram difundidas e incorporadas na Educação na metade do século XX quando o educador Joseph Schwab recomendou o professor propusesse problemas com base em investigações fazendo o uso de experiências para conduzir as aulas. Isso deveria ser uma fase a cumprir, antes de introduzir a teoria, conceitos e princípios das ciências (Sá, 2009).

## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

No Brasil as aulas investigativas começaram a surgir nas décadas de 50 e 60. Nessa época prevalecia o modelo de ensino como uma sequência fixa de comportamentos que iniciavam na identificação de problemas, passavam para elaboração de hipóteses e verificação experimental e por fim conclusão das hipóteses. Assim sendo as ideias de aulas investigativas pouco difundidas.

De acordo com Vieira (2012), somente no fim da década de 80 e início da década de 90 do século passado, a proposta de ensino por meio de aulas investigativas foi retomada no Brasil, criando assim expectativas quanto à promoção de um ensino mais científico e dinâmico. Contudo, somente a partir de 2000 surgiram pesquisas pretendendo definir o conceito de aula investigativa. Nesse aspecto muito embasado nas pesquisas portuguesas, tais como as de Ponte (2003, 2009).

O ensino por meio de aulas investigativas possibilita a construção de conceitos e conhecimentos possibilitando ao educando intuir presumir, experimentar, provar, avaliar e apresentar os resultados encontrados. A ação de investigar significa compreender e procurar soluções para os problemas propostos e assim buscar relações, procurando sempre justificá-las. O uso de aula investigativa no ensino gera um chamado desequilíbrio que é necessário para instigar o raciocínio do aluno, esse desequilíbrio ocorre quando o aluno é retirado da passividade das aulas clássicas da sala de aula e passa a fazer parte da ação sobre o meio, sobre os objetos, sobre as ideias com os colegas, e ainda a experimentação, criação e solução de problemas, observações, testes e pesquisas (Bona & Souza, 2015).

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006) as aulas investigativas são aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Os autores afirmam que, dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática. Ou seja, postura do professor, pode ajudar a trazer para sala de aula um aluno participativo, uma vez que ele é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões, conjecturas e nas realizações de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e nas discussões e argumentações com os seus colegas e com o professor.

## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

Segundo Ponte, Brocado, & Oliveira (2009) a realização de investigação na sala de aula pode ajudar a estabelecer um ambiente em que os alunos participam ativamente. Facilita a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática. Desta forma, tarefas de natureza investigativa podem assumir relevância, pois os alunos viverão experiências com características semelhantes à dos matemáticos profissionais.

Ponte (2003) propõe o uso de metodologias investigativas na sala de aula e discute como a investigação pode contribuir para aprendizagem dos alunos. Além disso, aponta as competências necessárias aos professores para promover a investigação na sala de aula. Aborda também o que ainda precisa melhorar para que essa prática se torne integrada á gestão escolar, a investigação deve ser contínua e não momentânea. A investigação não pode ocorrer apenas em uma aula e na aula seguinte voltar à aula com repetições de fórmulas e tradicionalismo.

O autor afirma que, investigar não significa fundamentalmente trabalhar com problemas de grande dificuldade. Mas sim, refletir a partir de questões que nos interessam e que apresentam primeiramente obscuras, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado. Nesse sentido, investigar corresponde a realizar descobertas, recorrendo a processos metodologicamente válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e construir argumentos e demonstrações. Segundo o autor, em uma investigação matemática o aluno parte de uma questão geral pouco estruturada e tenta formular uma questão mais específica e sobre ela produzir várias conjecturas que devem ser testadas para que em caso de refutações as questões sejam revistas ou novas questões sejam avaliadas até ganharem credibilidade.

A opção de trazer João Pedro da Ponte como luz do referencial teórico do trabalho investigativo, se deve ao fato do autor considerar a investigação como sendo o ato de descobrir relações, padrões, procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Ele destaca a importância dessa atividade por contribuir para a construção do conhecimento, levando o aluno a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, e apresentar o(s) resultado (s) encontrado reforçando atitudes de autonomia cooperação e capacidade de comunicação oral e escrita (em se tratando do trabalho em grupo). Essas definições do autor vão todas ao encontro aos nossos objetivos do trabalho, que busca trabalhar o ensino de probabilidade através de aulas investigativas.

## **Método**

A pesquisa maior que subsidia este artigo, foi desenvolvida com metodologia qualitativa do tipo *Design Based Research*, segundo Cobb et al (2003). Essa metodologia caracteriza-se pela flexibilidade, por permitir modificações ao longo do percurso de pesquisa, baseadas nos feedbacks recebidos a cada experimento de ensino desenvolvido, são os re-designs, os quais permitem corrigir rumos ao longo da formação continuada e da pesquisa. Nela foram analisadas as contribuições de uma formação continuada para o conhecimento profissional docente. A formação focou o ensino de probabilidades por aulas investigativas. Os procedimentos metodológicos de coleta de dados durante a formação continuada foram por observações, recolha dos materiais produzidos/ adaptados pelos professores para suas classes, gravações de áudio e vídeos do processo formativo e da sala de aula. Os dados coletados foram analisados pelo método de análise de conteúdo, segundo Bardin (1979), considerando as etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Além disso, foram analisados os vídeos dos encontros.

## **A atividade: Jogo de Dois Dados**

Neste texto discutimos um episódio da formação continuada e os resultados parciais das análises. Entendemos que trabalhar com investigações matemáticas na sala de aula pode proporcionar ao professor um espaço de reflexão sobre suas práticas de ensino. Segundo Ponte, Brocado, & Oliveira (2009) estudos em Educação têm mostrado que este tipo de trabalho constitui uma poderosa forma para auxiliar o aluno a construir conhecimentos. Sob a ótica de ensinar por atividades investigativas, professores de matemática participantes do processo formativo, refletiram nos encontros sobre essa metodologia e criaram uma atividade para levar os alunos a tomar contato de forma investigativa com conceitos de espaço amostral, aleatoriedade, definição de probabilidade, distribuição de frequências e Lei dos Grandes Números. Tal atividade foi intitulada “jogo com dois dados”.

A seguir, apresentamos um relato do episódio com os professores no qual a atividade foi discutida.

Inicialmente dividimos os professores participantes em grupos de cinco em cada mesa e propusemos que se engajassem em um jogo. Um dos professores de cada grupo ficou responsável de jogar os dados e conferir as somas, paralelamente, os outros quatro professores formaram duas duplas, sendo uma equipe contra a outra.

Figura 1- Algumas das cédulas fictícias e dados da atividade

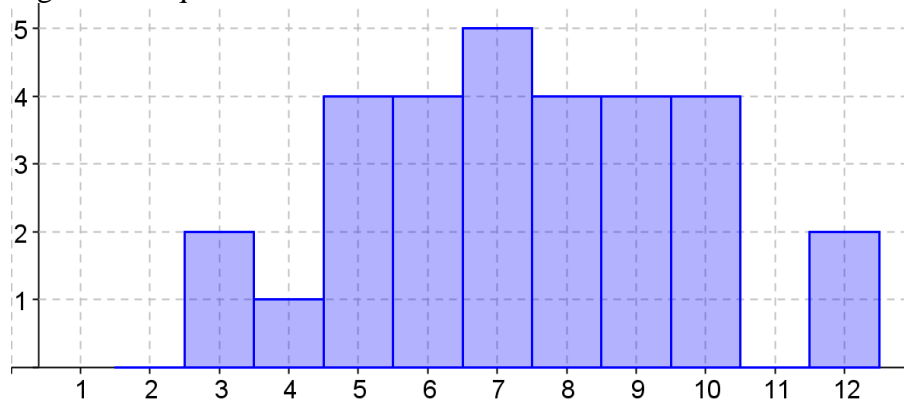


Fonte: Dados da pesquisa.

Entregamos para cada equipe, dois dados enumerados de 1 a 6 e várias cédulas de uma moeda fictícia (relas), conforme o modelo da figura 1, com notas de 2 até 18. Explicamos que cada equipe poderia escolher números pertencentes aos conjuntos A ou ao B, formados pelos números  $A = \{2, 4, 5, 8, 10, 11\}$ ,  $B = \{3, 6, 7, 9, 12\}$ . Desta forma, em cada rodada do jogo, a equipe seria considerada vencedora se a soma dos dados fosse igual a algum dos números do seu respectivo conjunto. A equipe que ganha na rodada, guarda em seu banco a cédula com o valor correspondente. Por exemplo: Caso eu opte pelo conjunto A e em determinada rodada, saia em um dado o número 3 e no outro o número 5, sua soma é 8, assim eu guardaria no banco uma cédula de 8 relas.

Apresentamos na figura 2 os resultados das somas que ocorreram de fato na primeira rodada do jogo.

Figura-2 Frequência das somas dos valores nos dados na Rodada 1



Fonte: Dados da Pesquisa.

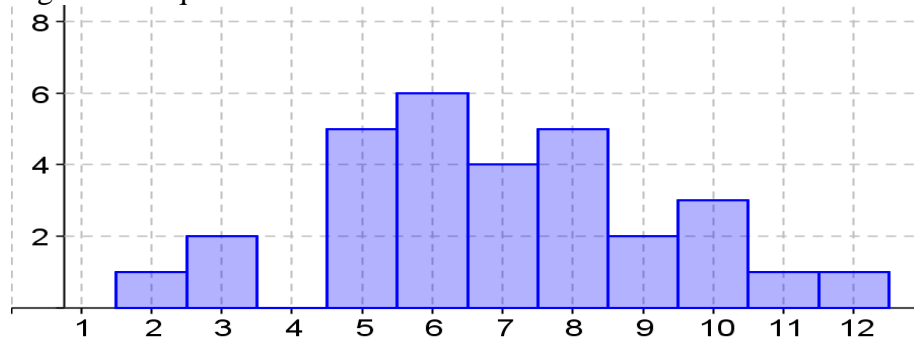
## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

Destacamos que a soma 7 obteve uma frequência de cinco, enquanto a soma 2 e onze não apareceram nenhuma vez.

Combinamos com os professores participantes que após as 30 rodadas, iríamos jogar novamente mais 30, sendo que os conjuntos da primeira rodada seriam invertidos.

A figura 3 apresenta os resultados da segunda rodada

Figura-3 Frequência das somas dos valores nos dados na Rodada 2

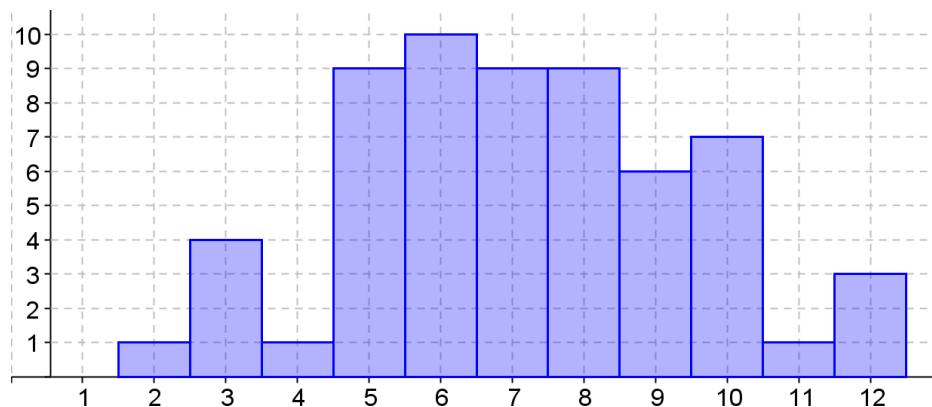


Fonte: Dados da Pesquisa.

Observamos que a soma 4 não apareceu e que as somas 5 e 8 empataram com frequência absoluta de cinco, a soma 7 apareceu quatro vezes e a soma 6 obteve a maior frequência, sendo seis a sua frequência absoluta.

Após as duas rodadas de trinta jogadas, construímos o histograma de frequência absoluta com as sessenta jogadas, que pode ser observado na figura 4 abaixo.

Figura-4 Frequência das somas dos valores incluindo as duas Rodadas



Fonte: Dados da Pesquisa.

## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

Destacamos que as frequências 5 a 8 se mantiveram quase iguais, a soma 6 com uma frequência um pouco maior.

Ao final do encontro observamos que cada par de professores participantes o sagrou-se vencedor do jogo uma vez. Propusemos então que fosse feita uma análise do ocorrido. Feita a análise, percebemos também que ao final das duas partidas, houve um empate entre as somas, 5,7 e 8. Não houve a supremacia da soma 7, como imaginávamos. Os professores sugeriram que analisássemos as frequências de cada face dos dados separadamente. Desta forma, conferimos com um dos professores a contagem das frequências absolutas e relativas de cada face nas duas rodas e depois das 60 jogadas os resultados foram estocados em uma planilha eletrônica no software Excel.

O fato da soma 7 não ter obtido a maior frequência, como era esperado pelos professores participantes, foi uma boa oportunidade para discutirmos o conceito de aleatoriedade e, também, a lei dos grandes números.

Depois de experimentarem o jogo dos dois dados, os professores iniciaram o processo de criação de uma aula com teor investigativo para aplicar a seus alunos. Assim, adaptaram o jogo a novas situações para investigação. Um dos participantes da formação, o Professor T sugeriu a construção de um dado viciado; de um dado com duas ou três cores e também de um dado com cores e números diferentes. Outra ideia sugerida pelo grupo foi na aplicação do jogo com alunos, considerar o conjunto  $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$  e por uma disputa inicial no par ou ímpar, o grupo vencedor escolheria o primeiro número dentre os doze do conjunto X, após o primeiro escolhido, seriam então as escolhas alternadas pelas equipes de alunos. Foi enfatizado que, apenas após os alunos terem investigado e jogado é que os conceitos relativos à Teoria da Probabilidade, envolvidos seriam discutidos pelo professor na sala de aula.

### **Resultado e discussão**

Neste episódio, através da vivência da atividade investigativa do jogo de dois dados, os professores participantes do processo formativo tiveram a oportunidade de desenvolver uma experimentação que provocou uma situação de desequilíbrio quanto à expectativa de resultados.

Consideramos que a atividade proposta proporcionou a produção de significados sobre atividades investigativas, promoveu reflexões sobre aspectos inerentes ao trabalho em equipe, também sobre a importância de uma formação continuada, bem como sobre metodologia para

## Curso de Formação para Professores de Matemática: Aula Investigativa no Ensino de Probabilidade

ensino de probabilidade. As reflexões foram centradas na importância de que o ensino seja voltado para a participação dos alunos, como agentes ativos na construção dos conceitos e na apropriação das definições.

A composição do grupo de professores participantes foi relevante para as discussões, uma vez que tínhamos no grupo professores de matemática, que tinham formação em ciências da computação, economia, química, biologia, ciências e agronomia, de modo que os conhecimentos em outras áreas foram significativos para as demais atividades desenvolvidas no curso de formação continuada.

Ao final dos encontros, ficou evidente que a participação na formação pôde ampliar o conhecimento profissional docente (específico, curricular e pedagógico), oferecendo aos professores subsídios para reflexões sobre suas práticas em classe, oportunizando inserir as aulas investigativas para abordar os conceitos de probabilidade.

### Referências Bibliográficas

- Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo* (7ª ed). Lisboa: Edições 70.
- Bona, A. S., & Souza, M. T. (2015). Aulas investigativas e a construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de Piaget. *Psicologia USP*.
- Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehre, R. R. y Schauble, L. (2003). *Design experiments in education*. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Fiorentini, D. Lorenzato, S. A. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Ponte, J.P. (2003) Investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P., Brocado, J. y Oliveira, H. (2009). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Sá, E.F. (2009) *Discursos de professores sobre ensino de ciências por investigação*. Tese, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- Vieira, F. A. (2012). *Ensino por Investigação e Aprendizagem Significativa Crítica: análise fenomenológica do potencial de uma proposta de ensino*. *Ensino por Investigação e Aprendizagem Significativa Crítica: análise fenomenológica do potencial de uma proposta de ensino*. Tese . Bauru, São Paulo, Brasil.