



## Evento contextualizado: estudo de um problema da Engenharia Civil para o ensino de Matemática

Eloiza **Gomes**

Instituto Mauá de Tecnologia

Brasil

[eloiza@maua.br](mailto:eloiza@maua.br)

Gabriel Loureiro de **Lima**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

[gllima@pucsp.br](mailto:gllima@pucsp.br)

Barbara Lutaif **Bianchini**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

[barbara@pucsp.br](mailto:barbara@pucsp.br)

Karina Bradaschia **Rocha**

Instituto Mauá de Tecnologia

Brasil

[karina.rocha@maua.br](mailto:karina.rocha@maua.br)

Paula Meirelles **Bolelli**

Instituto Mauá de Tecnologia

Brasil

[paula.bolelli@maua.br](mailto:paula.bolelli@maua.br)

### Resumo

O objetivo deste trabalho é o de apresentar um evento contextualizado, elaborado a partir de um problema clássico da Engenharia Civil e também uma possível organização didática com vistas a ser desenvolvida em aulas de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, com o intuito de revisar conceitos anteriormente trabalhados na Educação Básica, mas sob um novo olhar: o das aplicações de tais conteúdos em disciplinas específicas da Engenharia e na futura área de atuação profissional do graduando. Como embasamento teórico, adotamos pressupostos da Matemática no Contexto das Ciências e do modelo didático associado a tal referencial, o Modelo Didático da Matemática em Contexto. O principal desafio vivenciado durante o processo de elaboração do evento contextualizado foi adaptar, tendo em vista o público-alvo constituído por ingressantes na universidade, um problema da Engenharia que engloba uma série de conceitos matemáticos, físicos e específicos que esse público ainda não domina.

*Palavras-chave:* Educação Matemática, Engenharia Civil, Evento Contextualizado, Cálculo Diferencial e Integral.

### **Introdução**

Este artigo faz parte de uma pesquisa mais ampla, em desenvolvimento, em que estudamos, fundamentados na teoria a *Matemática no Contexto das Ciências* (MCC) (Camarena, 2013, 2017), a construção de *eventos contextualizados* (EC) para o ensino de Matemática em cursos de Engenharia. Apresentamos, neste trabalho, alguns elementos daquilo que Camarena (2017) denomina de *história de um evento contextualizado*, construído para ser utilizado em uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, com o intuito de revisitar questões relativas ao estudo das funções trigonométricas e exponenciais reais de uma variável real, já trabalhadas pelo aluno na Educação Básica, mas que, em nossa visão, devem ser retomadas com um enfoque direcionado ao ensino superior e às aplicações com as quais ele irá se deparar nas disciplinas específicas da Engenharia e em sua futura atuação profissional.

O evento foi construído a partir de um problema clássico da Engenharia Civil normalmente trabalhado nos cursos de graduação desta habilitação da Engenharia. Tal problema é modelado por uma equação diferencial de 2ª ordem, conteúdo que, no âmbito da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, ainda não é acessível ao estudante. Da mesma maneira, há uma série de conceitos específicos da Engenharia que também não serão, neste momento, de domínio do graduando. Foi necessário, portanto, realizarmos uma adaptação do problema, tanto do ponto de vista da Matemática quanto da Engenharia, para que ele se tornasse viável de ser trabalhado com esse público. Ressaltamos que, na proposta que estamos apresentando, o estudante não irá resolver a equação diferencial envolvida na situação. Partindo da solução que já será fornecida, ele irá explorar, de maneira contextualizada, os conteúdos matemáticos visados.

Como um primeiro passo para efetivamente aplicarmos em sala de aula o EC construído, é que detalhamos, em relação a alguns aspectos, a história de tal evento e propomos uma primeira organização didática para o trabalho com o EC. Para que os conceitos de EC e de história de um EC possam ser devidamente compreendidos, na próxima seção abordamos alguns preceitos da teoria MCC.

### **Preceitos da MCC e a noção de EC**

A teoria MCC, elaborada por Patricia Camarena há mais de trinta anos para subsidiar reflexões relativas ao ensino e a aprendizagem de Matemática em cursos nos quais essa ciência está a serviço, contempla, em uma de suas fases – para maiores detalhes a respeito desse referencial consultar Camarena (2010, 2013, 2017) e Lima, Bianchini e Gomes (2018) – um modelo didático específico, denominado *Modelo Didático da Matemática em Contexto* (MoDiMaCo).

Em tal Modelo, a principal ferramenta de trabalho para o professor em sala de aula é o que Camarena (2013) denomina de *evento contextualizado*. Um EC é concebido como um problema ou um projeto construído com o objetivo de integrar disciplinas matemáticas e não matemáticas que compõem o currículo de determinado curso de graduação, possibilitando, portanto, um trabalho interdisciplinar no ambiente de aprendizagem. No MoDiMaCo, desenvolvido a partir de pilares construtivistas, prevê-se que o evento seja trabalhado de forma colaborativa pelos estudantes, que devem atuar em equipes de três integrantes, tendo cada um deles um papel: *líder emocional*, *líder intelectual* e *líder operativo*. Para maiores esclarecimentos, consultar Camarena (2017).

Após identificar uma situação com potencial para gerar um EC – e, no caso específico desse trabalho, a fonte a que recorreremos para a busca dessa situação foi um livro adotado como referência em uma disciplina específica da Engenharia Civil, a saber Mazzili, André, Bucalem e Cifú (2016) – o docente deve construir de fato o evento. Ressaltamos que, no caso do evento em análise neste trabalho, seu *nível cognitivo* (Camarena, 2017) é médio, uma vez que o problema que o originou é proveniente de uma outra disciplina que o aluno cursará em sua graduação.

Finalizada a construção do evento, o docente deve começar a redigir a história desse evento, ou, em outras palavras, realizar uma análise *a priori* daquela situação de ensino e elaborar um documento que, segundo Lima et al. (2018) a partir de Camarena (2017), deve incluir, dentre outros aspectos: a descrição e o papel do EC, os conhecimentos matemáticos envolvidos, as habilidades prévias esperadas durante a resolução do evento, os conhecimentos prévios de Matemática esperados, os conhecimentos do contexto que estão presentes no evento, as possíveis formas de resolução, os recursos tecnológicos que podem ser empregados, etc.

Antes de passarmos, na seção seguinte a apresentar alguns destes elementos da história do evento que elaboramos, convém salientar que, há dois eixos que estruturam o MoDiMaCo: a contextualização e a descontextualização. No primeiro, realiza-se, a partir dos EC, um trabalho interdisciplinar. Já no segundo, por meio de atividades individuais ou em grupos contemplando diferentes estratégias, “trabalha-se de forma disciplinar somente com a Matemática, com o nível de formalismo exigido pela futura profissão do estudante” (Camarena, 2017, p. 10), evidenciando que o conceito trabalhado por meio daquele EC poderá também ser aplicado em outras situações.

### **O EC elaborado<sup>1</sup>, elementos de sua história e uma proposta de organização didática do EC**

Nesta seção, apresentamos, em primeiro lugar, o contexto no qual a situação que originou o EC está imersa. Em seguida, explicitamos o evento, elementos de sua história e, finalmente, uma possível organização didática do trabalho com o EC.

#### **O contexto a partir do qual o EC foi construído**

O objeto de estudo no problema que deu origem ao EC é um pórtico de um pavimento, submetido a uma força estática, que fará com que a estrutura vibre livremente. Na engenharia estrutural, os pórticos são formas compostas por elementos lineares (normalmente vigas e colunas), conectados em suas extremidades de forma a não permitir rotações relativas (conexões rígidas). Os pórticos são projetados de modo a resistir a esforços normais (que tendem a esticar ou encurtar a estrutura), cortantes (forças que tendem a cisalhar a estrutura) e, principalmente, aos esforços de flexão (que tendem a curvar a estrutura) e são muito utilizados no travamento de edifícios, principalmente dos mais elevados, em que o padrão com repetições resulta em estruturas hiperestáticas.

Sua aplicação nas edificações data do final do século XIX e início do século XX, quando as estruturas de aço formavam um “esqueleto estrutural” fácil de ser construído, que gerava um

---

<sup>1</sup> A descrição de pórticos na Engenharia Estrutural que trazemos nesta seção, contexto que originou a construção do EC em tela, foi originalmente apresentada em trabalho ainda não publicado, de autoria dos autores desse artigo, que foi discutido durante a reunião do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia ocorrida em setembro de 2018 durante o XLVI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, em Salvador, Bahia, Brasil.

espaço amplo sem pilares centrais e possibilitava versatilidade no *design* (Pauletti, 2010). As vantagens de se utilizar uma estrutura aporticada são que elas possuem menores deflexões (alterações ou desvios da posição natural para um dos lados) e distribuem melhor a carga quando comparadas com uma estrutura composta por viga-pilar (vigas simplesmente apoiadas nos pilares), pois a conexão rígida entre vigas e pilares faz com que os efeitos de flexão sejam também absorvidos pelos pilares. Além disso, a utilização na construção de edifícios do pórtico estrutural rígido de aço tem como vantagens os fatos dos pórticos serem economicamente viáveis, energeticamente eficientes, os pavimentos não serem tão suscetíveis a vibrações, entre outros fatores.

Antigamente, como forma de simplificar qualquer problema de Engenharia, era usual realizar apenas uma análise estática das estruturas, majorando os carregamentos (ou seja, forças atuantes na estrutura) pelos chamados coeficientes de amplificação dinâmica. Porém, com o passar do tempo e devido ao desenvolvimento de novas tecnologias, os sistemas estruturais tornaram-se cada vez mais esbeltos e passíveis de vibrações, sendo necessário, para que se faça corretamente, e conforme as normas técnicas, seu dimensionamento e verificação, o estudo das ações dinâmicas sobre eles atuantes - tais como ventos muito fortes, terremotos ou até mesmo grandes máquinas rotativas que podem ser colocadas dentro desses edifícios. (Mazzilli et al, 2016). Como é previsto por norma, os edifícios possuem um máximo deslocamento horizontal permitido, que é diretamente proporcional à altura do edifício, considerado tanto como um fator de segurança da estrutura, quanto para o próprio conforto dos usuários.

Na situação – inspirada naquelas abordadas por Mazzili et al. (2016) - a partir da qual o EC foi elaborado, o modelo estrutural é tido como *shear building*, no qual as vigas são consideradas infinitamente rígidas quando comparadas às colunas, além de toda a massa da estrutura estar concentrada nas lajes. Em modelos deste tipo, o deslocamento vertical e a rotação são restringidos. Além disso, no caso considerado, a estrutura é simétrica, o que faz com que o modelo passe de um sistema com 6 graus de liberdade (ou seja, 3 possíveis movimentos que podem ocorrer em cada nó da estrutura, que são o deslocamento horizontal, vertical e a rotação) para apenas um grau de liberdade (o deslocamento horizontal), como pode ser visto na Figura 1.

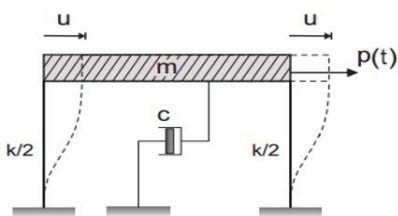


Figura 1. Modelo de um pavimento com um grau de liberdade.

## O EC elaborado

Na sequência, apresentamos o evento contextualizado exatamente da maneira como ele seria proposto a uma turma de estudantes de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, com as devidas adaptações e explicações que se fazem necessárias para que ele possa ser compreendido por esse público. Salientamos que não apresentaremos a resolução do problema e nem esse será o objetivo em sala de aula na disciplina para a qual o evento foi elaborado; partindo da solução do evento e de questões diretamente relacionadas ao contexto do

*Evento contextualizado: estudo de um problema da Engenharia Civil para o ensino de Matemática*

problema, nossa intenção é levar os graduandos a revisitar conceitos matemáticos anteriormente estudados e que serão fundamentais na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral e ao mesmo tempo a estabelecer vinculações entre tais conteúdos e aspectos da Engenharia Civil.

Considere um pórtico com massa  $m = 384$  kg, rigidez de cada pilar  $\frac{k}{2} = 19200$  N/m e taxa de amortecimento  $\xi = \frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} = 0,05$ , sendo  $c$  a constante de amortecimento. Uma força estática é aplicada

sobre essa estrutura, causando um deslocamento inicial  $u_0 = 0,1$  m. Em seguida, essa força é retirada bruscamente e a estrutura passa a vibrar livremente com velocidade inicial nula. Considerando apenas a possibilidade de deslocamento horizontal desse pórtico, a expressão que permite analisar o comportamento do deslocamento  $u$  em função do tempo é dada por:

$$u(t) = e^{-0,5t}[0,10 \cos(10t - 0,05)]$$

Determine o número de ciclos necessários para que a amplitude do movimento se reduza a aproximadamente 80% da amplitude inicial.

### Alguns elementos da história do EC

- O papel do evento: revisitar questões relativas ao estudo das funções trigonométricas e exponenciais reais de uma variável real, com um enfoque direcionado ao ensino superior e às aplicações com as quais o estudante irá se deparar nas disciplinas específicas da Engenharia e em sua futura atuação profissional.
- Habilidades prévias esperadas durante a resolução do evento: controle e validação das respostas obtidas; senso crítico, estabelecimento e validação/descarte de conjecturas, defesa de argumentos e ideias, interpretação da solução matemática encontrada em termos do contexto, autonomia, trabalho em equipe e comunicação.
- Conhecimentos matemáticos envolvidos: função exponencial (domínio, imagem, crescimento/decrescimento, intersecção com o eixo  $y$ , assíntotas, representação gráfica com sua devida interpretação); funções trigonométricas (domínio, imagem, período, amplitude, crescimento/decrescimento, interseções com os eixos coordenados, representação gráfica e sua devida interpretação).
- Conhecimentos prévios de Matemática esperados do estudante: aqueles oriundos da Educação Básica em relação aos conceitos matemáticos envolvidos no evento, habilidade de construir (com lápis e papel e recorrendo a recursos de tecnologias digitais), analisar e interpretar representações gráficas de funções, manipulação de expressões algébricas.
- Conhecimentos do contexto presentes no EC: a noção de pórtico; rigidez de uma estrutura; força estática; diferentes tipos de esforços sobre uma estrutura; vibração livre de uma estrutura; taxa de amortecimento; modelo estrutural *shear building*.
- Formas de resolução do evento: dentre as diferentes maneiras de resolver o EC, destacamos, em uma primeira análise, a gráfica (via lápis e papel ou via algum recurso tecnológico) e a analítica. Evidentemente, ao aplicar de fato tal evento em sala de aula, outras resoluções não previstas poderão ser apresentadas pelos estudantes.
- Obstáculos que os estudantes podem enfrentar durante a resolução do EC: ausência parcial dos conhecimentos prévios esperados; uma postura não proativa diante de um problema; dificuldade em trabalhar em equipes; desestímulo perante às primeiras dificuldades intrínsecas à resolução do EC.

- Possíveis recursos tecnológicos a serem empregados na resolução do EC: softwares como, por exemplo, MatLab e GeoGebra, calculadoras gráficas e ambientes virtuais de aprendizagem.

Tendo sido apresentados alguns elementos da história do EC elaborado, passamos, na sequência a detalhar uma possível organização didática para o trabalho com esse evento.

### **Uma proposta de organização didática do EC**

Tendo consciência de que os conhecimentos do contexto da Engenharia Civil não são de domínio dos estudantes que estão ingressando na universidade e cursando uma primeira disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, consideramos necessária uma etapa de familiarização, na qual os alunos farão uma pesquisa bibliográfica e/ou consultas junto a professores das disciplinas de Física e daquelas específicas da Engenharia a respeito dos conhecimentos do contexto presentes no EC (trabalho a ser desenvolvido extraclasse e que será desencadeado 10 dias antes do início do desenvolvimento do evento em sala de aula). Ao término do prazo para a realização das tarefas, os resultados obtidos deverão ser socializados em sala de aula e, para concluir essa etapa, o docente poderá disponibilizar ao graduando um texto elaborado em conjunto com professores da área específica, como aquele que apresentamos neste artigo na seção *O contexto a partir do qual o EC foi construído*.

A próxima etapa consistirá na composição das equipes formadas por três integrantes que trabalharão na resolução do problema que, neste momento, será entregue aos estudantes. O primeiro trabalho das equipes será então uma pesquisa, em sala de aula, desencadeada por discussões provocadas pelo professor a respeito de como se chegou a expressão que modela o deslocamento horizontal do pórtico em relação ao tempo. Neste momento, os estudantes poderão recorrer a materiais acessíveis na *internet* (acessados, por exemplo, a partir de seus celulares) e a livros e artigos sobre o tema disponibilizados pelo docente.

Nessa pesquisa, o aluno irá se deparar com conteúdos matemáticos e físicos que ainda não domina. O professor então deverá argumentar que o objetivo não é compreender tais conteúdos nesse momento, mas sim ter consciência de que, no cerne de um problema clássico de sua futura área de atuação profissional, estão uma série de conceitos que ele estudará em disciplinas básicas de Matemática e Física e dos quais precisará se apropriar. De qualquer maneira, o professor poderá dar uma ideia intuitiva para os alunos especialmente a respeito do que é uma equação diferencial, principal ideia matemática para a efetiva obtenção da expressão do deslocamento horizontal  $u$  em função do tempo.

Finalizada essa primeira etapa em sala de aula, o docente pode propor, em um ambiente virtual de aprendizagem, atividades individuais visando, de maneira descontextualizada, trabalhar com aspectos relativos às funções exponenciais e trigonométricas, suas respectivas representações gráficas e com a noção de produto de funções. O objetivo de tais atividades será recuperar, na estrutura cognitiva dos estudantes, conceitos essenciais para a continuidade do trabalho, em sala de aula, com o EC.

O próximo encontro presencial entre as equipes e o professor será destinado à resolução do evento. Neste momento, caso os estudantes enfrentem obstáculos que os impeçam de avançar rumo à resposta do EC, o docente poderá realizar intervenções, no sentido de auxiliá-los, mas sem fornecer-lhes a solução. Uma das estratégias que pode adotar é propor questões/atividades auxiliares, como por exemplo:

*Evento contextualizado: estudo de um problema da Engenharia Civil para o ensino de Matemática*

- ✓ Caso você não consiga construir a representação gráfica de  $u$ , inicialmente represente graficamente as funções cujas expressões algébricas são dadas por  $f(t) = e^{-0,5t}$  e  $g(t) = 0,10 \cos(10t - 0,05)$ .
- ✓ Qual seria a resposta do EC caso  $u(t) = g(t) = 0,10 \cos(10t - 0,05)$ ?
- ✓ Como você poderia obter a função  $u$  a partir das funções  $f$  e  $g$ ?
- ✓ Finalmente, qual a representação gráfica de  $u$ ?
- ✓ Analise a representação gráfica de  $u$ , comparando-a com a representação gráfica de  $g$  e buscando similaridades e diferenças entre os comportamentos de tais funções.
- ✓ A representação gráfica de  $u$  é coerente com a situação presente no EC?
- ✓ Analisando essa representação, que considerações você poderia fazer em relação ao comportamento do pórtico decorrido certo intervalo de tempo após a retirada da força estática aplicada?
- ✓ Qual o significado, no contexto do problema, para  $u(t) < 0$ ,  $u(t) = 0$  e  $u(t) > 0$ ?
- ✓ Qual o comportamento de  $u$  quando os valores de  $t$  tendem ao infinito?
- ✓ Como identificar os ciclos e as amplitudes da função  $u$  a partir de sua representação gráfica?
- ✓ A partir do que foi discutido, qual é então o número de ciclos necessários para que a amplitude do movimento se reduza a aproximadamente 80% da amplitude inicial?

Após o final da aula e o fechamento do evento, solicitar que os estudantes produzam, individualmente, um relatório detalhado da atividade realizada, buscando explicitar, além das etapas de resolução do EC, os obstáculos enfrentados, as vinculações que estabeleceram entre os conteúdos matemáticos e aqueles específicos da Engenharia Civil presentes no problema e também os seus principais aprendizados oportunizados pela resolução do EC.

### **Considerações Finais**

A partir dos estudos que, desde 2015, estamos desenvolvendo com base nos pressupostos da MCC e da identificação, em pesquisas anteriores, de situações de diferentes habilitações da Engenharia que podem inspirar a construção de EC, optamos, neste trabalho, por apresentar um evento elaborado a partir de um problema clássico da Engenharia Civil e uma possível organização didática com vistas a ser desenvolvida em aulas de uma disciplina inicial de Cálculo, com o objetivo de revisar conceitos anteriormente trabalhados na Educação Básica, mas sob um novo olhar: o das aplicações de tais conteúdos em disciplinas específicas da Engenharia e na futura área de atuação profissional do graduando.

Futuramente, aplicaremos efetivamente o evento com estudantes de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral e confrontaremos os dados obtidos com a organização didática aqui apresentada, propondo, caso necessário, ajustes e refinamentos da proposta. Buscaremos ainda indícios da eficácia ou não, em termos de aprendizagem dos estudantes, da utilização desse tipo de EC junto àqueles que estão ingressando nos cursos universitários.

Concluimos esse trabalho, ressaltando uma dificuldade intrínseca à utilização de situações específicas da Engenharia em aulas de Matemática, especialmente naquelas ministradas no início dos cursos de graduação, que é o fato dos EC produzidos a partir delas envolverem muitos conteúdos matemáticos e do contexto das Engenharias que ainda não são de

*Evento contextualizado: estudo de um problema da Engenharia Civil para o ensino de Matemática*

domínio dos estudantes. Nesse sentido, precisamos nos atentar para não correremos o risco de simplificar demasiadamente a questão e torná-la tão desinteressante ao aluno quanto um problema usual em sala de aula ou, de maneira oposta, não realizarmos qualquer tipo de adaptação, partindo da premissa de que apresentarmos um problema contextualizado garante a motivação do estudante, e, desta forma, torna-la inacessível ao nosso público-alvo.

### Referências e bibliografia

- Camarena, P. G. (2010). Aportaciones de Investigación al Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería. Recuperado em 28 de janeiro, 2016, de [http://www.ai.org.mx/ai/archivos/ingresos/camarenagallardo/dra.\\_patricia\\_camarena\\_gallardo.pdf](http://www.ai.org.mx/ai/archivos/ingresos/camarenagallardo/dra._patricia_camarena_gallardo.pdf)
- Camarena, P. G. (2013). A treita añs de la teoria educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. *Inovación Educativa*, 13(62), 17-44. Recuperado em 20 setembro, 2018, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-26732013000200003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732013000200003)
- Camarena, P. G. (2017). Didáctica de la matemática en contexto. *Educación Matemática Pesquisa*, 19(2), 1-26. doi: 3156.2017v19i2p1-26
- Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2018). Conhecimentos docentes e o Modelo Didático da Matemática em Contexto: reflexões iniciais. *Educación Matemática e Debate*, 2(4), 116-135. doi: <https://doi.org/10.24116/emd25266136v2n42018a06>
- Mazzilli, C. E. N., André, J. C., Bucalem, M. L. & Cifú, S. (2016). **Lições em mecânica das estruturas: dinâmica**. São Paulo: Blucher.
- Pauletti, R. M. O. (2010). **Pórticos**. *Palestra/Notas de aula* da Universidade de São Paulo. Recuperado em 02 abril, 2018, de <http://www.lmc.ep.usp.br/disciplinas/pef2602/pef2602-2010-porticos.pdf>