



Reconceptualización de la geometría escolar como medio para la profesionalización docente en matemáticas de educación básica

Karla **Gómez** Osalde

Facultad de Matemática, Universidad Autónoma de Yucatán
México

karla.gomez@correo.uady.mx

Leslie **Torres** Burgos

Facultad de Matemática, Universidad Autónoma de Yucatán
México

leslie.torres@correo.uady.mx

Resumen

Se plantea una propuesta para la profesionalización docente en matemáticas (PDM), particularmente en educación básica (12-16 años de edad). La propuesta consiste en favorecer espacios de reconceptualización de saberes escolares y las prácticas educativas como medio para el cuestionamiento y reconstrucción colectiva de los conocimientos y significados de saberes escolares y disciplinares. En particular, se estudia el papel de los procesos de reconceptualización geométrica y su relación con el grado de conciencia del docente sobre los alcances y limitaciones de su práctica para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial en sus estudiantes. Las experiencias obtenidas hasta el momento, indican que la reconceptualización didáctica de saberes geométricos favorecen aspectos de la práctica docente como la ampliación de los conocimientos geométricos, el reconocimiento de formas didácticas alternativas orientadas al desarrollo del pensamiento geométrico, como referente para diseñar actividades en dicha dirección, así como en el incremento de la autonomía respecto a su práctica.

Palabras clave: reconceptualización de las matemáticas, profesionalización docente en matemáticas, pensamiento geométrico espacial.

Introducción

En las últimas décadas, las crecientes demandas hacia la docencia en matemáticas para favorecer la mejora educativa en el área en los distintos niveles educativos, ha orillado a posicionar la actividad docente en el ámbito de la profesionalización. Ejemplo de ello se

evidencia en el desarrollo del trabajo investigativo sobre el tema en el seno de la Matemática Educativa, el cual ha transitado de un plano individual sobre el docente de matemáticas y derivó hacia un plano colectivo, enfocándose en la docencia en matemáticas como campo profesional.

Ciertamente, en la década de los años ochenta prevalecía el interés por el estudio de la práctica educativa a partir de las caracterizaciones y relaciones entre las creencias, concepciones y representaciones de los docentes, tanto respecto a su conocimiento matemático y didáctico, así como sobre la manera en que éstos determinan su comportamiento, conocimiento, habilidades y decisiones del aula (Thompson, 1992; Pajares, 1992; Contreras, 1998). En un sentido estricto, esta perspectiva obvia el papel del saber matemático y las relaciones complejas que surgen al relacionarse con los actores didácticos en un aula de clase.

En consecuencia, el estudio de los procesos de formación y desarrollo profesional docente en matemáticas se posiciona en el tipo de conocimientos del profesor de matemáticas, en palabras más específicas, se precisa sobre el tipo de conocimiento pedagógico del contenido en la formación de profesores y el conocimiento del contenido matemático para su enseñanza (Shulman y Shulman, 2007), así también los conocimientos sobre los pensamientos de los estudiantes, de los métodos o recursos didácticos y del currículo que el profesor logre asumir (Ponte y Chapman, 2008). Por medio de esta perspectiva se retoma fuertemente el papel de la matemática, sin embargo, se soslayan aspectos de carácter sociocultural y contextual que enmarcan la práctica docente como característica fundamental.

Más recientemente, el tema de la profesionalización docente en matemáticas (PDM) se centra en aspectos más amplios, múltiples y sistémicos que incorporan lo cognitivo y epistemológico del saber con aspectos relacionados a lo didáctico y sociocultural para proveer explicaciones de las interacciones entre los componentes del sistema didáctico (profesor-alumno-saber) que permitan entender con mayor profundidad y precisión los fenómenos que ocurren tanto en los procesos de enseñanza y aprendizaje como en los procesos formativos de profesores de matemáticas. En este sentido, adquiere un papel relevante los contextos de profesionalización, las cuestiones relacionadas con las prácticas comunicativas en el aula, la cultura del aprendizaje, así como el papel del trabajo en comunidad (Lewis, Perry y Murata, 2006; Lee, 2008; Parada, 2011; Reyes-Gasperini, 2016; Sosa, Aparicio, Jarero y Tuyub, 2014).

Con base en los planteamientos previos, se considera que el estudio y desarrollo de la PDM va más allá de un enfoque individual y cognitivo sobre la actividad docente en matemáticas, pues sitúa a ésta en el terreno de la ejecución de ciertas prácticas y por ende, al saber matemático escolar un carácter estático y modificable sólo en términos de forma, más inalterable en términos conceptuales. Contrariamente, se requiere situar a la docencia en matemáticas como una actividad social y holística que sea capaz de generar mecanismos de construcción y consenso de sus saberes disciplinares. Lo anterior, implica un cuestionamiento y reconstrucción de los entendimientos y significados de los saberes matemáticos escolares, su sentido social, así como su organización y difusión en ámbitos escolares.

Con la idea de contribuir en esta última dirección, se presenta una propuesta orientada hacia el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en educación básica (secundaria), como una forma de coadyuvar en las problemáticas de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en particular para la enseñanza aprendizaje del pensamiento geométrico espacial, y a su vez, para la construcción de los saberes disciplinares.

Por tanto, esta propuesta se basa en situar la PDM en contextos de reconceptualización tanto del saber disciplinar como de la práctica didáctica como mecanismo para la reorganización de las prácticas educativas que integren a la matemática desde su perspectiva conceptual, procedimental y estructural, con su especificidad didáctica y sociocultural.

Marco Conceptual

Profesionalización docente y reconceptualización de saberes matemáticos

Como se mencionó previamente, la comunidad de matemáticos educativos se ha preocupado por atender la PDM desde enfoques que atienden tanto los aspectos cognitivos, contextuales y formativos, mismos que posicionan a la docencia en matemáticas como un campo profesional. Precisamente, esta propuesta se sitúa en el entendido de desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como un proceso continuo asociado a los mecanismos de construcción y difusión social de saberes profesionales que se construyen tanto en ámbitos escolares como fuera de ellos, esto es, profesionalizar implica más que propiciar o ampliar conocimientos, demanda otorgar a la actividad o práctica del profesor de matemáticas, referentes teóricos-metodológicos propios de un campo disciplinar que no segregue, por el contrario, que integre lo matemático en dicha actividad con su especificidad didáctica y los aspectos socioculturales que le son inherentes (Sosa, Aparicio, Jarero y Tuyub, 2014, p. 37).

En este entendido, el asunto de la formación de profesores y el desarrollo profesional conviene enmarcarlo en escenarios que propicien la ampliación y consenso de conocimientos tanto a nivel personal como profesional. Así, se reconoce a la reconceptualización de saberes como un proceso de construcción de significados matemáticos más amplios o ampliados por la toma de conciencia durante una experiencia de aprendizaje (Aparicio, Sosa, Torres y Gómez, 2018). En otras palabras, la reconceptualización es una transformación de lo que se conoce, el cómo y el por qué se conoce de un objeto matemático. Tal proceso de reconceptualización no podría devenir en lo individual, sino en lo colectivo, en donde se precisa reconocer que el pensamiento del profesor está asociado a un conjunto de vivencias desde y en su realidad (Sosa y Aparicio, 2017, p. 804)

Así y en relación con lo anterior, se plantean los procesos de la reconceptualización como una forma o medio para favorecer procesos de profesionalización docente. Por una parte, se busca situar a los docentes en la posibilidad de desarrollar y compartir continuamente experiencias colectivas de su profesión y de su saber disciplinar (Aparicio y Sosa, 2013). Por otra parte, promover una variedad de experiencias de aprendizaje docente relacionadas con la autorreflexión y reorganización de los saberes propios e inherentes de la profesión, en el sentido que señalan Parada y Pluvinage (2014). De manera particular, interesan los conocimientos y explicaciones de los profesores respecto a la naturaleza y función social de los saberes matemáticos, así como en la lógica de organización de sus prácticas al interior del aula de clases.

Reconceptualización de la geometría escolar

Con base en los planteamientos previos, el proceso de reconceptualización de saberes busca promover en los profesores el reconocer, argumentar y reorganizar dichos saberes con base en su naturaleza epistémica (conceptual, procedimental y estructural) y su función social que aporten sentido y funcionalidad tanto a los saberes escolares como a las prácticas de enseñanza-aprendizaje. A continuación, se plantearán aspectos a considerar para la reconceptualización de

la geometría escolar, en específico para la educación básica.

Se reconoce que, actualmente la geometría escolar se ha centrado en el estudio de las figuras y objetos geométricos, sus propiedades, clasificaciones y medidas, aun cuando el desarrollar un pensamiento geométrico requiere de experiencias de uso y transformación del espacio. Lo anterior, obstaculiza que los procesos de comunicación en el aula proporcionen sentido a la geometría como una herramienta para visualizar y modelar el espacio (Aparicio et. al., 2018).

Prueba de ello es que distintas investigaciones señalan dificultades, tanto cognitivas como didácticas, para una adecuada conceptualización de los contenidos geométricos por parte de los niños y jóvenes en educación básica. Por un lado, destacan dificultades para apropiarse de ideas geométricas que involucran más de una dimensión, por ejemplo la noción de superficie. Y más aún si se pone en juego la relación entre forma y medida esto es, se ha puesto en evidencia cómo al presentar situaciones que involucran la variación en cuanto a la forma, los estudiantes tienden a no aceptar la posible inmutabilidad de la medida de superficie (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1960).

Por otro lado, trabajos como el de D'Amore y Fandiño (2007) exponen el papel de las convicciones y elecciones de profesores, y cómo éstas pueden convertirse en obstáculos de naturaleza didáctica para la adecuada construcción de conocimiento geométrico, en particular, de las relaciones entre perímetro y área de una figura plana. Por ejemplo, la concepción recurrente en cuanto al concepto de área en relación con el empleo de las fórmulas para calcularla, más que en un concepto de dicho saber.

De lo anterior, se desprende la necesidad de favorecer procesos de reconceptualización de los saberes geométricos con el fin de enfatizar aspectos como la percepción y visualización de las formas espaciales, primordiales para el desarrollo del pensamiento geométrico. Por tanto, conviene un acercamiento donde lo empírico y la observación sean medios para el desarrollo de la perspectiva espacial (Alsina, 1997). Siendo así primordial, el favorecimiento de ideas relacionadas con el espacio, su forma, generación y medición; así como procesos del pensamiento como la generalización geométrica a partir del desarrollo de habilidades para establecer relaciones geométricas, analizar patrones de figuras y abstraer generalizaciones (Aparicio et. al., 2018).

Así, favorecer la reconceptualización de saberes geométricos escolares consiste en confrontar entendimientos y establecer interrelaciones en tres direcciones: en torno a los significados asociados a los objetos geométricos, incluso más allá del escenario en el que originalmente fueron presentados o tratados, la naturaleza operativa de dichos objetos, es decir, los procesos, métodos o algoritmos asociados y finalmente, las estructuras generales y abstractas como las fórmulas para el cálculo de medidas espaciales. De esta manera se generan mecanismos de análisis sistémicos que posibiliten construir referentes tanto teóricos como prácticos para la reorganización de las prácticas docentes en las aulas de matemáticas incorporando una perspectiva geométrica espacial dinámica y funcional.

Metodología del taller

La dinámica de actividades del presente taller consta de cuatro momentos, mismos que se describen a continuación:

- Momento 1. Discusión colectiva sobre el proceso de reconceptualización de saberes, en particular de la geometría escolar.

Estrategia: Reflexión guiada sobre qué se entiende y porqué se propone la reconceptualización de saberes geométricos como medio para el desarrollo profesional docente. Ejemplificación.

- Momento 2. Análisis de actividades que permitan una confrontación entre tratamientos didácticos sobre el estudio de la medida y su papel en la construcción de formas geométricas en educación básica.

Estrategia: discusión guiada sobre los tratamientos didácticos que se favorecen en la geometría escolar, así como sus implicaciones respecto al desarrollo del pensamiento geométrico espacial de forma transversal en la educación básica (nivel secundaria).

- Momento 3. Resolución y análisis colectivo de algunos diseños de experiencias de aprendizaje para el favorecimiento del pensamiento geométrico espacial.

Estrategia: Con base en el análisis de las tareas propuestas en los diseños de las experiencias de aprendizaje, se reconocerán las consideraciones didácticas asociadas, así como consideraciones sobre adaptaciones de la práctica docente que se consideran para su implementación.

- Momento 4. Reflexiones sobre el tránsito o modificación de las prácticas educativas a partir de contextos de reconceptualización escolar.

Estrategia: Ejemplificación del tipo de reflexión y argumentos por parte de los profesores de educación básica, para evidenciar el grado de sensibilización sobre su saber disciplinar y con ello concluir respecto al desarrollo y alcance del programa en cuanto a la profesionalización docente en matemáticas.

Cabe señalar que los diseños de experiencias de aprendizajes que se emplearán forman parte del material para la Educación Matemática en Secundaria “Actividades de aprendizaje para el aula. Primer, segundo y tercer grado”, (Aparicio, Sosa y Jarero; 2014 y 2015; Aparicio, Sosa y Gómez; 2016).

Ejemplo de un diseño de experiencia de aprendizaje en la geometría espacial

Para ganar en contextualización, se plantea un ejemplo de tareas (Figuras 1 a 3) que conforman un diseño de experiencia de aprendizaje para la educación secundaria y se acompañan con las consideraciones prácticas propias del tratamiento didáctico.

Título del diseño: Deducción de las fórmulas para el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.

Aprendizaje esperado: Inferir las fórmulas para calcular la medida del volumen de cubos, primas y pirámides rectos.

17 Cálculo de la medida de volúmenes de cuerpos geométricos regulares rectos

Actividad 17.1. Deducción de las fórmulas para el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.
Inferir las fórmulas para calcular la medida del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.

Ya has visto que un cuerpo geométrico como los estudiados hasta el momento: prismas y pirámides, se caracterizan por ocupar un volumen en el espacio. Luego entonces tiene sentido preguntarse ¿cómo medir el volumen de un cuerpo geométrico?

Forma, espacio y medida

Figura 1. Introducción de la experiencia de aprendizaje.

Consideraciones didácticas: Se establece la relación entre el saber (S), aprendizaje esperado (AE) y forma de pensamiento geométrico (PM), en este caso: medición del volumen (S), inferir la fórmula para calcular su medida (AE) y la visualización de un patrón (PM). De esta manera se precisa sobre la naturaleza procedimental del saber matemático a tratar y se hace corresponder con el proceso de pensamiento geométrico que el estudiante requiere desarrollar, todo ello con la finalidad de apoyar su aprendizaje.

Desarrollo de la actividad

Instrucción. A continuación se presentan unos procesos geométricos, analízalos para completar la Tabla 17.1. En la última columna expresa con tus palabras una manera de estimar el valor del volumen de cada uno de los sólidos (cuerpos geométricos).

Forma inicial	Adquiriendo forma	Figuras que lo conforman	PRISMA	Medida del volumen
			Rectangular a: altura	

		Triangular	
A_b : área de la base			
A_b		Cubo	a: altura
		Hexagonal	

Tabla 17.1. Estimación de la medida del volumen de prismas.

a) Propón una fórmula con la que se pueda calcular la medida del volumen de un prisma regular recto y que sea congruente con tu análisis en el proceso anterior.

Bloque 2

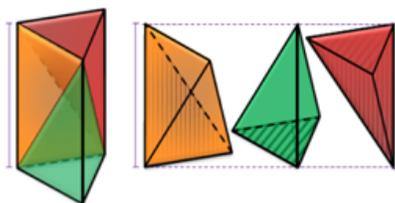
Forma, espacio y medida

Figura 2. Desarrollo de la experiencia de aprendizaje.

Consideraciones didácticas: En el desarrollo se busca propiciar que el estudiante sea partícipe de la construcción de relaciones entre los elementos que constituyen a un prisma, el espacio que ocupa y la medida de su volumen, al establecer un patrón de comportamiento geométrico a través de observar los elementos invariantes de las formas geométricas presentadas. Además, se favorece la relación entre dimensiones, es decir, se parte de lo bidimensional hacia lo tridimensional. Lo anterior pretende contribuir hacia la conceptualización de las unidades de medida asociadas, pues en situaciones contextualizadas que involucran volumen, área o perímetro, en su mayoría, los alumnos centran su atención a la cantidad numérica, y se obvia la naturaleza geométrica de las unidades de medida según la dimensión del objeto geométrico (D'Amore y Fandiño, 2007).

Otro aspecto se asocia al proceso cognitivo de visualización (análisis de características, observación, comparación y abstracción), ya que se propone como recurso para construir la relación matemática que permite medir el volumen de un cuerpo geométrico.

b) El siguiente prisma triangular recto está compuesto por tres pirámides triangulares (1, 2 y 3).



Bloque 2

110

Figura 3. Cierre de la experiencia de aprendizaje

Consideraciones didácticas: Finalmente, se requiere retomar lo previamente construido en las tareas anteriores para emplearlos en la situación propuesta. En particular, se emplea como referente el entendimiento conceptual del prisma y el proceso para medir su volumen con la finalidad de conceptualizar la relación matemática que expresa el proceso para medir el volumen de las pirámides.

Reflexiones finales

La propuesta de PDM previamente expuesta se ha llevado a cabo con distintos colectivos docentes en matemáticas de educación básica (6-16 años) en Yucatán, México. A partir de dicha experiencia, se reconoce que la reconceptualización didáctica de saberes matemáticos ha favorecido en algunos aspectos que contribuyen a la profesionalización docente, en específico destacan los siguientes:

Por un lado, la reconceptualización posibilita la ampliación de los conocimientos matemáticos y didácticos que el profesor posee sobre los saberes matemáticos escolares, así como de las explicaciones sobre sus formas de comunicarlos en el aula. Particularmente, se ha destacado mayor conocimiento sobre una perspectiva de la geometría en relación con el espacio.

Por otra parte, se reconoce el aporte hacia el reconocimiento de formas didácticas-pedagógicas alternativas para incorporar a su práctica de aula orientadas hacia el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes, en particular del pensamiento geométrico.

También, destaca el papel de la reconceptualización como un referente para diseñar actividades que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. Lo anterior, a partir del proceso de análisis y reflexión colectiva sobre los saberes, así como de las intencionalidades didácticas que involucran las actividades.

Por último, se logra percibir mayor grado de autonomía del docente para reorganizar su práctica e incluso, adaptar las actividades matemáticas para favorecer experiencias de aprendizaje acordes con las demandas cognitivas, educativas y socioculturales propias de su región e institución.

Referencias y bibliografía

- Alsina, C., Brugués, C. y Fortuny, J. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. España: Síntesis.
- Aparicio, E., Sosa, L., Torres, L. y Gómez, K. (2018). *Reconceptualización del saber matemático en educación básica*. Mérida, Yucatán: Universidad Autónoma de Yucatán. ISBN: 978-607-8527-55-7.
- Aparicio, E. y Sosa, L. (2013). Contenidos matemáticos en secundaria. Una propuesta para su tratamiento escolar. En Sosa, L., Hernández, J. y Aparicio, E. (Eds.). *Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, (154 - 159). México: Red Cimates.
- Aparicio, E., Sosa, L. y Jarero, M. (Eds.) (2014). *Educación matemática en secundaria. Actividades de aprendizaje para el aula. Primer grado*. Yucatán, México: UADY-SEGEY.
- Aparicio, E., Sosa, L. y Jarero, M. (Eds.) (2015). *Educación matemática en secundaria. Actividades de aprendizaje para el aula. Segundo grado*. Yucatán, México: UADY-SEGEY.
- Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, K. (Eds.) (2016). *Educación matemática en secundaria. Actividades de aprendizaje para el aula. Tercer grado*. Yucatán, México: UADY-SEGEY.
- Contreras, L. (1998). Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula. Tesis doctoral. España, Universidad de Huelva.
- D'Amore, B. y Fandiño, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(1), 39-68.
- Lee, J. (2008). A Hong Kong Case of Lesson Study –Benefits and Concerns. *Teaching and Teacher Education*, 24(5), 1115-1124.
- Lewis, C., Perry, R. y Murata, A. (2006). How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- Pajares, M.F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*. 62(3), 307-332.
- Parada, S. & Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83 – 113.
- Parada, S. (2011). *Reflexión sobre la práctica profesional: actividad matemática promovida por el profesor en su salón de clases*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *Child's conception of geometry*. Routledge. ISBN 0415-20999-4
- Ponte, P. y Chapman, O. (2008). Preservice Mathematics Teachers' knowledge and development. En L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2da ed., 225-263). Nueva York: Routledge.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.
- Shulman, L. y Shulman, J. (2007). How and what teachers learn: A shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies* 36(2), 257-271.
- Sosa, L. y Aparicio, E. (2017). Profesionalización docente en matemáticas. Reflexiones desde una forma

de pensar didácticamente. *Primer Congreso Internacional de Investigación Educativa y Formación Docente*. Guerrero, México.

Sosa, L., Aparicio, E., Jarero, M. y Tuyub, I. (2014). Matemática Educativa y Profesionalización Docente en Matemáticas. El caso de Yucatán. En Dolores, C., García, M., Hernández, J. y Sosa, L. (Eds), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 31 – 47), México: Díaz de Santos. ISBN: 978.84.9969.664.5.

Thompson, A.G. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). Nueva York: MacMillan.