



Resolução de Problemas e Modelização Matemática na Sala de Aula

Roger Ruben Huaman **Huanca**
Universidade Estadual da Paraíba
Brasil

roger@uepb.edu.br

Marcos Antônio **Petrucci** de Assis
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Brasil

petrucci@ifpb.edu.br

Resumo

Este trabalho tem por objetivo discutir a Modelização Matemática associada à Resolução de Problemas na sala de aula enquanto um caminho para despertar o interesse, nos alunos, por tópicos matemáticos ainda desconhecidos. Para tanto, trazemos um recorte da disciplina Fundamentos de Álgebra, ministrada no ano de 2015, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Educação Matemática – PPGECEM da UEPB, por meio do relato de uma das aulas. A modelização matemática é, atualmente, uma forma de produção de conhecimento pelos alunos através de situações-problema nos quais eles são estimulados a pensar criticamente e criteriosamente sobre as melhores práticas para a resolução de questões, oriundas de suas próprias inquietações ou de provocações por parte do professor. Enxergamos a modelização matemática com uma alternativa metodológica para a sala de aula, em função das percepções dos alunos ao vivenciarem o trabalho com modelos matemáticos e problemas propostos em um momento de aprendizagem.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Modelização Matemática, Modelo, Álgebra, Geometria.

Introdução

Nos últimos anos, diversos pesquisadores e estudiosos se debruçam sobre as melhores práticas de resolução de problemas e de modelização matemática que resultem nesses objetivos de inserção do estudante no papel de protagonista da construção do próprio conhecimento ao modelar um problema/situação-problema. Trabalhar em sala de aula, a partir de um problema não é fácil, é uma tarefa desafiadora para os educadores matemáticos que buscam estratégias baseadas em Resolução de Problemas como suporte para melhorar sua prática de ensino,

conduzindo à aprendizagem do aluno.

Nesse sentido, consideramos que o ensino de matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada para a resolução de problemas e a modelização matemática. Os alunos devem ser desafiados a resolver um problema e devem desejar fazê-lo, a partir de seus conhecimentos anteriores. Por outro lado, o problema ou um modelo matemático deverá exigir que busquem novas alternativas, novos recursos e novos conhecimentos para obter a solução, caso contrário não será para os alunos um problema ou modelo.

Com relação ao entendimento da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, Walle (2001) coloca que é preciso entender que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que uma mágica aconteça. Pelo contrário, pressupõe-se todo um rigor metodológico, no qual o professor, apesar de intermediador entre o conhecimento e o aluno, é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante, em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na segunda parte, os alunos trabalham e o professor avalia esse trabalho. Na terceira parte, o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão, enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos matemáticos construídos.

Por essas razões, o ensino de Matemática através da resolução de problemas é importante, pois nos oferece uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de ter acesso às capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. O ensino através da resolução de problemas coloca ênfase nos processos de pensamento, de aprendizagem e trabalha os conteúdos matemáticos, cujo valor não se deve deixar de lado.

Modelização Matemática na sala de aula

A Matemática é uma ciência de padrão e ordem que pode nos revelar padrões ocultos que nos ajudam a compreender o mundo ao nosso redor. Hoje, a Matemática, muito mais do que aritmética e geometria, é uma disciplina diferente que trabalha com dados, medidas e observações da ciência, com inferência, dedução e prova e com modelos matemáticos de fenômenos naturais, de comportamento humano e de sistemas sociais. Se a Matemática é uma ciência de padrão e ordem, as representações são os meios pelos quais esses padrões são registrados e analisados (Onuchic & Huanca, 2013).

Segundo Huanca (2014, p. 115), “modelizar é estabelecer um modelo; modelo é o esquema teórico que representa um fenômeno”. Assim, entende-se modelização matemática como a criação de modelos que constroem o entendimento conceitual e habilidades para resolução de problemas. A modelização matemática também reflete os principais componentes de competências e habilidades definidos por estudos de investigação como a compreensão conceitual, a resolução de problemas, o raciocínio matemático, comunicação, conexões e representação matemática.

A Modelização Matemática, na sala de aula, pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece. Ao mesmo tempo em que aprende

a arte de modelar, os alunos utilizam os modelos matemáticos para resolver determinadas situações nas áreas da Física, Química, Engenharia, Astronomia, Economia, Biologia, Psicologia e outros. Nesse sentido, o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também “para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social” (BRASIL, 1999, p. 7). Dá-se, assim, ao aluno a oportunidade de estudar modelos matemáticos através de situações-problema.

Walle (2001), fala do papel dos modelos no desenvolvimento da compreensão, dizendo que, com frequência, ouve-se que bons professores usam uma abordagem de “pôr as mãos na massa” para ensinar matemática. Trata-se de materiais manipulativos ou físicos para modelar conceitos matemáticos que são, certamente, ferramentas importantes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Ainda esse autor diz que, na utilização de modelos na sala de aula podem-se identificar três aspectos: ajudar a desenvolver novos conceitos ou relações; ajudar a fazer conexões entre conceitos e símbolos e assegurar a compreensão dos alunos.

De acordo com Huanca (2014), a Modelização Matemática enfatiza a importância de saber modelar problemas, condição necessária à formação do aluno no sentido de que: ela desperta o interesse pela Matemática, leva a sentir sua beleza; melhora a busca pela construção de novos conceitos matemáticos; desenvolve a habilidade em resolver problemas; e estimula a criatividade nos alunos. Para nós, implementar a Modelização Matemática em sala de aula e fora dela significa fazer Matemática ao modelar o problema.

Para Sadovsky (2010), a atividade de modelização integra conhecimentos de diferentes naturezas. Ao abordar um problema é necessário: escolher uma teoria para tratá-lo; reconhecer um modelo; escolher uma relação pertinente e encontrar os meios para representá-la; realizar explorações e reconhecer nelas algumas regularidades relevantes; utilizar conhecimentos sobre números e álgebra que permitam ajustar o uso do modelo; usar propriedades adequadas que permitam transformar as expressões e produzir conhecimento novo a respeito. Estes são aspectos essenciais no processo de modelização.

Lesh e Zawojewski (2007) dizem que, quando envolvido no processo de modelização, os modeladores passam por iterações de expressar, testar e rever o modelo de julgamento. Ao fazê-lo, simultaneamente, eles melhoram o seu modelo e também desenvolvem uma compreensão mais profunda das restrições e das limitações que ainda existem em cada fase do desenvolvimento deste, e aprendem a articular (para membros do grupo) os “trade-offs” e os benefícios de um modelo particular. Portanto, um componente muito importante do desenvolvimento de processos de modelização do indivíduo é o de aprender a interpretar e, eventualmente, produzir diferentes pontos de vista, a fim de facilitar o processo de revisão do modelo encontrado.

Na Modelização Matemática, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua aula mais dinâmica juntamente com os alunos de acordo com o nível em que estão, além de obedecer ao programa curricular. É bom que se tenham vários modelos para que se possa optar entre eles e não por eles. Pois o seu aprimoramento ou adaptação cabe ao professor e a seu bom senso.

Olhando sob este prisma, estamos desenvolvendo, no Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática - GPRPEM da UEPB, uma pesquisa sobre Modelização

Matemática encarada como método de ensino-aprendizagem na sala de aula.

Com relação à Resolução de Problemas e à Modelização Matemática, podemos perceber que existem inúmeras formas de conceber o ensino da Matemática, cabe ao professor adequá-las a seu trabalho. Elas constituem duas alternativas bastante ricas dentro de um variado espectro de possibilidades que se apresentam como alternativas para o ensino-aprendizagem de Matemática na sala de aula.

O Estudo da Álgebra e da Geometria no Ensino

Quantos professores de matemática se sentiriam acossados pela pergunta: o que é Álgebra? E o que é Geometria? Com certeza, estas perguntas não devem possuir respostas simples ou, pelo menos, não uma que se aplique a todos os contextos algébricos ou geométricos.

Usiskin (1995) diz que não é fácil definir Álgebra e reforça o fato de que o conceito desta é diferente em contextos diversos, ao afirmar que a álgebra do ensino primário tem conotações muito diferentes daquela ensinada em cursos superiores. Nesse sentido, a modelização matemática proporciona uma compreensão melhor de técnicas e métodos de pesquisa em relação à esse estudo.

Sem dúvida, a Álgebra é um dos temas mais importantes e presentes em, praticamente, todas as áreas da matemática, desde estudos elementares até tópicos mais avançados. Ela tem um papel de extrema importância na representação dos mais variados elementos estudados em matemática, apesar de estudantes, professores e profissionais de diversas áreas fazerem uso desta com muita frequência e da importância de seu papel no ensino e na aprendizagem, algumas questões relativas à Álgebra são deixadas de lado, como: o que a diferencia da Aritmética e da Geometria? Qual a relação existente entre a Álgebra da Educação Primária e a Álgebra do Ensino Superior, que nos permite chamar ambas de Álgebra?

Segundo Brasil (2017), o ensino da Geometria tem tanta importância como qualquer outra parte da Matemática, são muitos os obstáculos encontrados para não o inserir no ensino, como também são diversas as causas dos erros cometidos, desde o ensino primário até as licenciaturas. Nesse sentido, o contato estabelecido entre os alunos das séries iniciais até o curso superior em relação à Geometria começa bem cedo, antes mesmo de qualquer tipo de formalização, eles ainda não têm conhecimento dessa relação e talvez isso acabe sendo perdido pelo modo como a formalização é estabelecida com o passar dos anos no ensino formal. Assim, a tendência por diversas vezes é de que os conhecimentos prévios que os alunos possuem acabem sendo desconsiderados quando entram na sala de aula e isso influencia muito para afastar do aluno a sua autonomia.

A geometria tem sido menos ensinada nos últimos anos do que há vinte anos. A razão desse declínio deve ser buscada não na insatisfação quanto a seu conteúdo, mas antes nas dificuldades conceituais causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da geometria. A maioria das dificuldades que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada com a maneira de organizarem raciocínio e construir argumentações lógicas a partir de modelos matemáticos (Dreyfus & Hadas, 1994, p. 59).

Nesse sentido, para que aconteça uma mudança no ensino da Geometria que seja realmente significativa é preciso utilizar a modelização matemática além de um interesse maior pelo assunto. Também, o professor sempre será a peça fundamental para que essa mudança aconteça, por isso é preciso uma boa formação, boas condições de trabalho e métodos adequados

a sala de aula.

No primeiro semestre de 2015, na disciplina Fundamentos de Álgebra do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, escolhemos alguns textos sobre Álgebra e Modelização Matemática para leitura e discussão em sala de aula. O intuito era de aprofundar os conhecimentos teóricos, para que os estudantes obtivessem um conhecimento e uma preparação melhor para que pudessem levar a Modelização Matemática para as salas de aula. Não pretendíamos apenas aplicar tarefas prontas, mas oportunizar o desafio de aprender a criar modelos.

Neste trabalho, tentamos descrever um episódio de aula vivido pelo primeiro e segundo autores e pelos estudantes com relação ao modelo apresentado. O professor comentou:

– Seria bom procurar saber qual a melhor forma para fazer uma caixa, isto é, a que utilize um mínimo de material para um máximo de aproveitamento. Para isso, o primeiro autor entregou a folha A4 (recortada) na forma quadrada para todos, medindo 20 cm de lado. Conforme o esquema representado na figura 1.

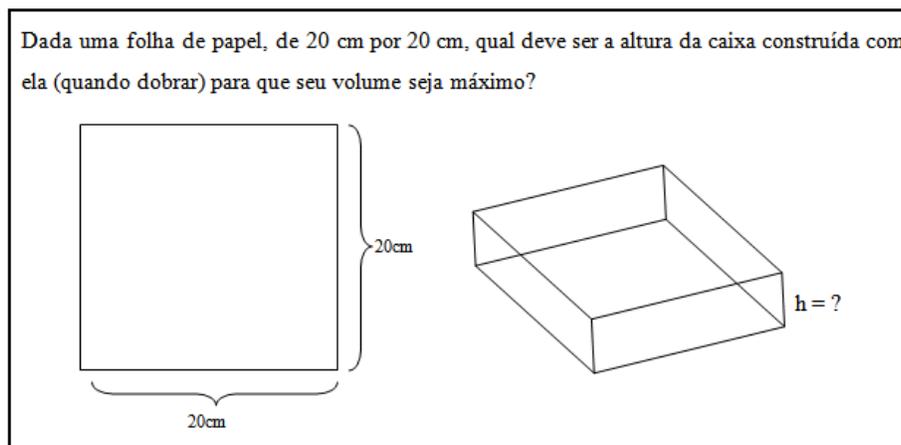


Figura 1. O modelo da embalagem.

Iniciou-se a discussão da resolução da situação-problema. O professor perguntou, referindo-se ao esquema exposto na figura 1, o seguinte:

– O que é um modelo? Esse modelo está relacionado com Álgebra? Com a Geometria? O que temos que fazer para construir a caixa?

Nesse momento, o representante de um dos grupos respondeu:

– Primeiro, temos que encontrar a equação que determina o volume da caixa em função da altura: $V = \text{área da base} \times \text{altura}$.

Um componente de outro grupo complementou, com base na construção da figura 2:

– Como a base é quadrada, então a área da base é $(20 - 2h)^2$. Tomando “h” como sendo a altura da caixa, fizeram: $V = (20 - 2h)^2 \cdot h$. Deduziram que, como $0 < h < 10$, não há altura negativa, nem podemos considerar $h \geq 0$, senão não teríamos como fazer uma caixa.

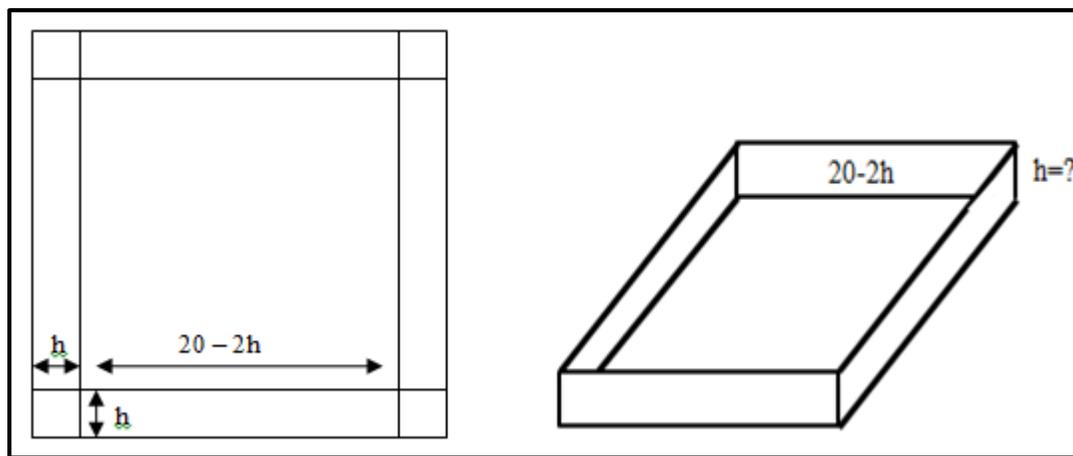


Figura 2. Medidas em função de h .

$$\text{Então, } V = V(h) = (400 - 80h + 4h^2) \cdot h.$$

$$\text{Logo, } V(h) = 4h^3 - 80h^2 + 400h.$$

Neste momento, apresentaram na lousa o conceito de pontos críticos de uma função. Para isso, usaram o cálculo diferencial, que estudaram na graduação. Mais especificamente, o ponto de máximo local e o ponto de mínimo local, justificando que a função derivada, nesses casos, era igual a zero.

Se $V(h) = 4h^3 - 80h^2 + 400h$, calculando a derivada, escreveram: $V'(h) = 12h^2 - 160h + 400$. Como $V'(h) = 0$, logo $12h^2 - 160h + 400 = 0$ e, conseqüentemente, $h_1 = 10$ e $h_2 = \frac{10}{3}$. Como h está entre 0 e 10, então ele não pode ser 10. Portanto, o valor da altura da caixa procurada é igual a $\frac{10}{3}$, a fim de obtermos o máximo volume pedido no modelo.

Um dos estudantes perguntou:

– Como conseguiremos cortar $\frac{10}{3}$ de cada canto da folha, se esta conta não é exata?

O professor respondeu:

– Esta é uma motivação para se trabalhar com valores aproximados!

Este foi um modelo matemático, no caso o modelo da caixa, que nos prendeu à atenção e nos estimulou a fazer a Modelização Matemática. Nele, foram usados conceitos algébricos e geométricos, embora tenha se descuidado do conceito de medida.

Conclusão

Acreditamos que o trabalho de sala de aula deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em resolução de problemas. Os alunos devem ser desafiados a resolver uma situação-problema e desejar fazê-lo. O modelo deve conduzi-los a utilizar seus conhecimentos anteriores e, por outro lado, deverá exigir que se busquem novas alternativas, novos recursos, novos

conhecimentos para a obtenção da solução. Na tentativa de compreender a complexa ação de trabalhar em sala de aula, pudemos perceber também como um dos métodos de ensino a Modelização Matemática. Ela norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um modelo matemático. O modelo deve ser o ponto de partida para o desenvolvimento dos alunos, dando oportunidade para que possam refletir sobre o modelo proposto e ir em busca do conhecimento matemático.

Entendemos a modelização como um processo que vai além da ideia generalizada de construir modelos, para situar-se na noção de prática envolvida na resolução de problemas por meio da construção, (re)construção e interpretação de modelos. Portanto, a experiência de um modelo matemático, com os alunos envolvidos na disciplina Fundamentos da Álgebra, foi satisfatória e eles puderam perceber uma nova forma de aprender e de fazer Matemática através da resolução de problemas e de modelos matemáticos. Esperamos que nosso trabalho possa levantar novos questionamentos que ajudem os professores a perceber o valor da Matemática na formação de um cidadão crítico e reflexivo, necessário para uma sociedade em mudança.

Bibliografia e referências

- BRASIL. (1999). *Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, Brasília, MEC.
- Brasil, T. C. (2017). *O ensino da geometria através de resolução de problemas: explorando possibilidades na formação inicial de professores de matemática*. 2017. 260 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologias da Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.
- Dreyfus, T. D., Hadas, N. (1994). Euclides deve permanecer – e até ser ensinado. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual.
- Huanca, R. R. H. (2014). *A Resolução de Problemas e a Modelização Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática*. 2014. 315f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Lesh, R., Zawojewski, J. (2007). Problem Solving and Modeling. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ounchic, L R.; Huanca, R. R. H. (2013). A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: Frota, M. C. R.; Bianchini, B. L.; Carvalho, M. F. T. (Orgs.). *Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior*. Campinas: Papirus.
- Sadovsky, P. (2010). *O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios*. Editora Ática: São Paulo.
- Usiskin, Z. (1995). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: Artur, F C; Albert, P. S. (Orgs.). *As ideias da álgebra*. Tradução H. D. Hygino. São Paulo: Atual editora.
- Walle, J. A. V. (2001). *Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally*. 4a ed. New York: Longman.