



A (re) construção de saberes matemáticos proporcionada pela metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de derivadas através da Resolução de Problemas

Erica Marlúcia Leite **Pagani**
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Brasil
ericapagani@terra.com.br

Resumo

Este artigo é um recorte dos resultados de uma tese de doutorado em que se investigou como ocorre o ensino e a aprendizagem de derivadas no contexto da Resolução de Problemas. A pesquisa é qualitativa e foi desenvolvida por meio da observação participante e análise documental, numa turma de 2º ano do Ensino Médio integrado ao Técnico. Assumimos a concepção de resolução de problemas como um ponto de partida para ensinar Matemática, entendida como um meio de (re)construir conhecimentos a partir de anteriores e ao longo do processo de resolução de um ou mais problemas. Assim é considerada como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação permitindo que o aluno possa construir seu próprio aprendizado com compreensão e significado. Retratamos alguns episódios ocorridos durante a realização das atividades e apresentamos recortes que nos permitiram perceber como a (re)construção de conhecimentos é favorecida ao se ensinar derivadas através da resolução de problemas.

Palavras chave: Educação Matemática, resolução de problemas, ensino profissionalizante, derivadas, (re)construção de saberes.

Introdução

Este trabalho apresenta parte dos resultados de uma tese de doutorado desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Médio integrado ao Técnico do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), na qual investigamos como ocorre o ensino-aprendizagem-avaliação de derivadas através da Resolução de Problemas.

Julgamos adequado, primeiramente, ouvir professores e alunos do curso técnico de Eletrônica sobre a importância dos conteúdos de Cálculo na grade curricular e sobre suas aplicabilidades na área técnica. Nesse sentido, uma das nossas primeiras ações de pesquisa foi conhecer, através de questionários, o que professores das disciplinas técnicas e alunos do 3º ano do curso técnico de Eletrônica têm a dizer sobre a utilização dos conteúdos de Cálculo em disciplinas da área técnica de Eletrônica (Pagani, Allevato, 2014a). Através das vozes desses

professores e alunos constatamos que o ensino de derivadas¹ e integrais no Ensino Médio Técnico de Eletrônica do CEFET-MG realmente se fazia necessário e carecia de atenção.

O grupo que participou da pesquisa desenvolvida em sala de aula era composto por 34 alunos que desenvolveram as atividades em duplas. Eram alunos de 16 e 17 anos de idade, que cursavam as disciplinas técnicas no período da manhã e as disciplinas do núcleo comum, como a Matemática, no turno da tarde. Não havia nesse grupo alunos que estivessem repetindo a série, de maneira que os conteúdos relativos a derivadas eram, até então, supostamente desconhecidos pelos mesmos.

Metodologia da pesquisa

Este trabalho se inseriu numa pesquisa de abordagem qualitativa realizada por meio da observação participante e da análise documental.

A pesquisa qualitativa tem como principal objetivo compreender os fenômenos que se observa, favorecendo o enfoque interpretativo e presumindo que o conhecimento vai se (re)construindo constantemente nas relações estabelecidas entre os sujeitos de pesquisa. Não se preocupa com a representatividade numérica dos dados, nem trabalha com instrumentos estatísticos ou regras. Ao contrário, esse tipo de abordagem enfatiza a descrição e a indução (Bogdan; Biklen, 1994).

Na pesquisa que realizamos, a partir da proposição de problemas (problema gerador) os alunos eram estimulados a construir conhecimentos sobre derivadas, recorrendo, inicialmente, aos seus conhecimentos de Matemática. Os alunos trabalharam em grupos (duplas), discutiram processos de resolução do problema, analisaram as soluções, sempre estimulados e orientados pela professora pesquisadora. A professora pesquisadora também pode avaliar continuamente o ensino e a aprendizagem, adequando e reformulando os problemas, quando necessário. Dessa forma é que entendemos que a investigação que aqui relatamos se insere na modalidade de pesquisa participante. Os documentos utilizados para obtenção de informações são os manuscritos com os registros das resoluções dos problemas propostos aos alunos e que foram entregues à professora pesquisadora.

O ensino e aprendizagem de Cálculo

A partir do nosso interesse no ensino e na aprendizagem de Cálculo, julgamos conveniente fazer um levantamento de algumas teses e dissertações (Pagani; Allevato, 2014b) que, de alguma forma, abordassem esse tema, a fim de construirmos um balanço que apontasse os rumos que as pesquisas estão seguindo e quais contribuições têm trazido em seus textos.

Como era de se esperar, este mapeamento realizado apontou que, apesar de existirem alguns trabalhos que discutem o Cálculo no Ensino Médio, a maior parte das pesquisas discute o Cálculo no âmbito do Ensino Superior. Esse mapeamento nos levou a perceber que as dificuldades existentes no ensino e na aprendizagem de Cálculo, evidenciadas pelos altos índices de reprovação nos cursos iniciais, constituem a principal motivação para a realização dos trabalhos analisados.

Observamos, na literatura pesquisada, que o debate sobre o ensino e a aprendizagem de conteúdos e ideias básicas do cálculo no ensino médio ainda é bastante limitado. Todavia, há

¹Quando usamos a palavra derivadas, estamos nos referindo a derivadas de funções reais de uma variável real

consenso quanto ao ensino de ideias e elementos do Cálculo no Ensino Médio ser bastante pertinente nos dias de hoje, uma vez que esses conteúdos podem estar ao alcance de alunos desse nível de ensino e que o cálculo é uma disciplina de relevante importância no desenvolvimento da ciência e da tecnologia.

Os estudos realizados apontam que as discussões sobre o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Cálculo no Ensino Médio ainda carecem de atenção e reforçaram nossa proposta de investigar novas metodologias que favoreçam o ensino-aprendizagem de derivadas nesse nível de ensino. Vale ressaltar que não encontramos na literatura pesquisada trabalhos que investiguem o ensino de Cálculo no contexto do Ensino Médio Técnico. Isso nos levou a crer que há carência de investigações sobre o ensino de Cálculo na Educação Básica.

O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas

As investigações sobre Resolução de Problemas surgem com George Polya, na década de 1940 e ressurgem na década de 1970, após o declínio da Matemática Moderna e, no fim desse período, a Resolução de Problemas emerge na Educação Matemática e é caracterizada por considerar o aluno, no processo de ensino e aprendizagem, um ser ativo, e por primar pela construção do conhecimento, e não pela simples repetição de técnicas e algoritmos.

A partir da década de 1980, principalmente, foram feitos grandes esforços no sentido de desenvolver materiais e currículos que pudessem favorecer o trabalho com Resolução de Problemas na Matemática. Esses esforços foram e continuam sendo úteis para ajudar os professores interessados em tornar a Resolução de Problemas o foco em suas salas de aulas. Entretanto, isso não foi suficiente para que esse trabalho em sala de aula atingisse o sucesso desejado, e isso se deve, provavelmente, à pouca ou quase nenhuma concordância entre as diferentes formas de se trabalhar com Resolução de Problemas sendo ela o foco da matemática escolar (Onuchic, 1999; Schroeder e Lester, 1989). Uma das maneiras de distinguir essas diferentes concepções sobre Resolução de Problemas, apresentada por Hatfield (1978 apud Shroeder, Lester, 1989, p. 32) e ratificada por Schroeder e Lester (1989), continua presente no ambiente de ensino, sendo elas: (1) Ensinar **sobre** a Resolução de Problemas, (2) Ensinar (Matemática) **para** a Resolução de Problemas, (3) Ensinar (Matemática) **através** da Resolução de Problemas.

Assumimos que problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em fazer” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81) e conduzimos o trabalho em sala de aula sob a perspectiva terceira concepção, em que a resolução de problemas é considerada como um ponto de partida para ensinar Matemática, entendida como um meio de se obter novos conhecimentos a partir de anteriores ou ao longo do processo de resolução de um ou mais problemas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas é uma perspectiva de ensino que está apoiada na tríade ensino-aprendizagem-avaliação e que utiliza o problema para desenvolver a construção do conhecimento de algum conceito matemático de forma que o aluno possa construir seu próprio aprendizado com compreensão e significado. O ensino-aprendizagem de tópicos matemáticos começa a partir de um problema, que seja útil ao desenvolvimento do conteúdo; ou seja, que contenha aspectos fundamentais desse tópico matemático que se quer trabalhar em aula. Encaminhamos as atividades em sala de aula

segundo essa metodologia, utilizando 9 (nove) etapas apresentadas por Allevato e Onuchic (2009): 1) Preparação do problema- Selecionar o problema visando a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado de problema gerador. 2) Leitura individual. 3) Leitura em conjunto-Formar grupos (duplas) e solicitar a leitura do problema. 4) Resolução do problema- Os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo. 5) Observar e incentivar- O professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. 6) Registro das soluções na lousa-representantes dos grupos registram na lousa, suas soluções. 7) Plenária-Para essa etapa todos os alunos são convidados a discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas. 8) Busca do consenso- Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto. 9) Formalização do conteúdo-Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal”- organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

Saberes matemáticos e (re)construção de conhecimentos

As atividades realizadas pelos alunos e as respostas às mesmas registraram episódios que nos levaram a estruturar a análise e a discussão dos dados segundo categorias seguintes, dentre elas, os saberes matemáticos e (re)construção de conhecimentos. Não discutiremos aqui todas as atividades realizadas pelos alunos, e sim, recortes das resoluções entregues por eles. Analisando os protocolos entregues pelos alunos, esses recortes foram escolhidos por realçarem elementos e episódios que evidenciam saberes matemáticos e estratégias utilizadas pelo grupo de alunos para construir o conceito de derivadas e reconstruírem outros. Para realizarmos o trabalho, cujo objetivo principal era desenvolver o conceito de derivada de uma função, iniciamos com problemas que tratavam do conceito de taxa de variação média, como a seguir, apresentado na figura 01:

Um corpo em movimento retilíneo inicia seu movimento num instante $t=0$. A Tabela I informa sua posição em cada instante t da sua trajetória:

Tempo (t) em segundos	Posição (s) em metros
0	0
1	$1/4 = 0,25$
2	1
3	$9/4 = 2,25$
4	4
5	$25/4 = 6,25$

Tabela I

A partir das informações acima, registre na segunda coluna da Tabela II o valor (em metros) da distância percorrida pelo corpo por segundo em cada intervalo de tempo Δt :

Tempo (Δt) em segundos	Deslocamento por segundo (em média)
de $t=0$ a $t=1$	
de $t=0$ a $t=2$	
de $t=2$ a $t=5$	
de $t=1$ a $t=4$	
de $t=0$ a $t=5$	

Tabela II

- 1) Explique como você fez para calcular os valores da tabela acima.
- 2) Analise as respostas acima e interprete-as no contexto do problema.

Figura 01. Problema 01/atividade 01

Nos protocolos analisados, observamos que todos os alunos entenderam o que foi solicitado na Tabela II e, desconsiderando os pequenos erros de cálculo, realizaram essa parte da atividade corretamente. Entretanto, ao responderem os itens 1 e 2 deste problema, apresentaram respostas como as das figuras 2 e 3 a seguir.

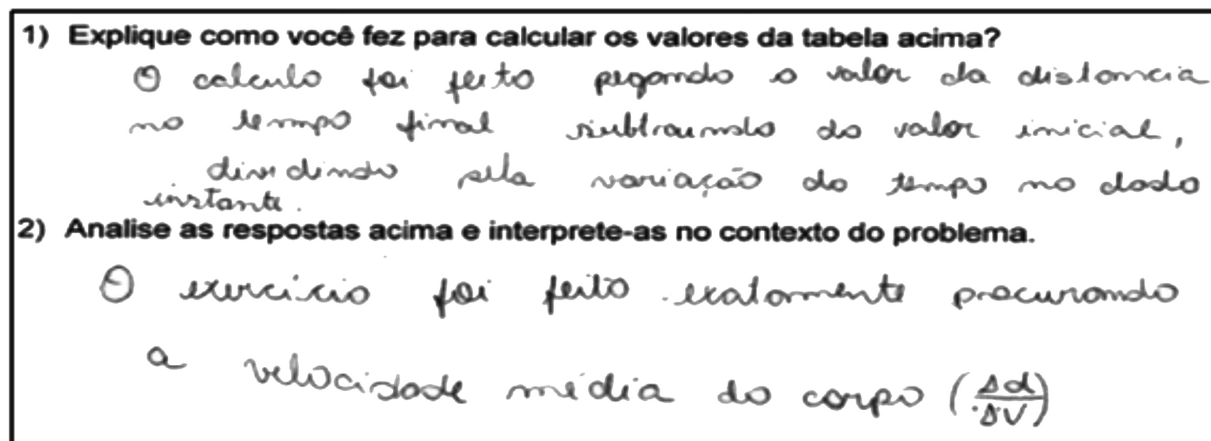


Figura 02

Percebemos nas respostas da figura anterior que a dupla conseguiu descrever corretamente como resolveu essa parte do problema. Em seguida, relacionou o deslocamento por segundocalculado à velocidade média do corpo, embora cometendo um pequeno erro ao representar essa velocidade por $\frac{\Delta d}{\Delta V}$ ao invés de $\frac{\Delta d}{\Delta t}$.

Outros participantes procederam da mesma maneira para realizarem os cálculos, entretanto, foram além ao responderem o item 2.

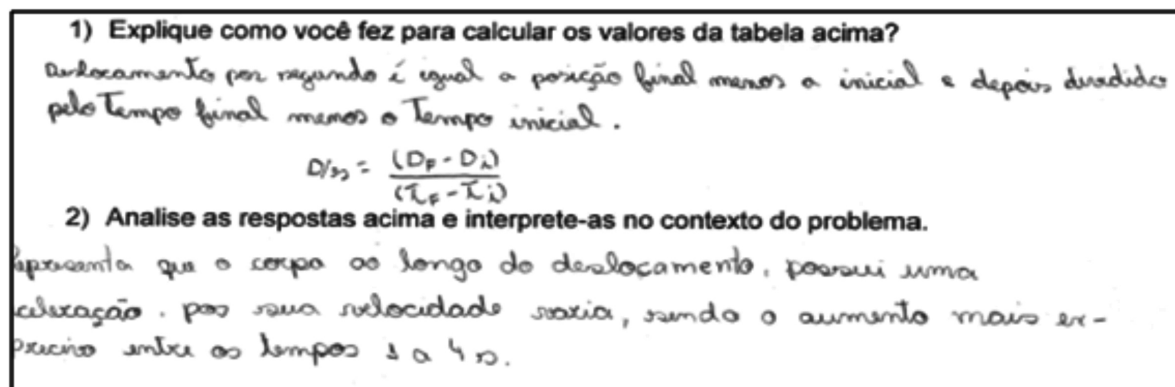


Figura 03

A resposta do item 1, apresentada por essa dupla, também reflete a compreensão de que o deslocamento solicitado é dado pela variação do deslocamento dividido pela variação do tempo no intervalo dado. Ao responderem o item 2, os integrantes da dupla deixaram claro que associaram esse deslocamento à velocidade média e perceberam a variação da velocidade média, associando-a à aceleração positiva do objeto. O problema permitiu aos alunos perceberem detalhes das variações, variações nas variações, que ocorreram nessa situação relacionada ao deslocamento de um corpo. Isso indica que o aluno foi mostrando “frações” do seu

conhecimento construído durante o processo de ensino de derivadas através da Resolução de Problemas. Percebemos aí momentos em que os alunos tentaram relacionar o conteúdo matemático com outros, como os da Física, o que sugere que essa associação é facilitada pela metodologia de ensino através da Resolução de Problemas, pois ela permitiu ao aluno se expressar em cada uma das etapas propostas e utilizadas nesta pesquisa para encaminhar as atividades em sala de aula. Agora apresentamos outras respostas na figura 04 a seguir:

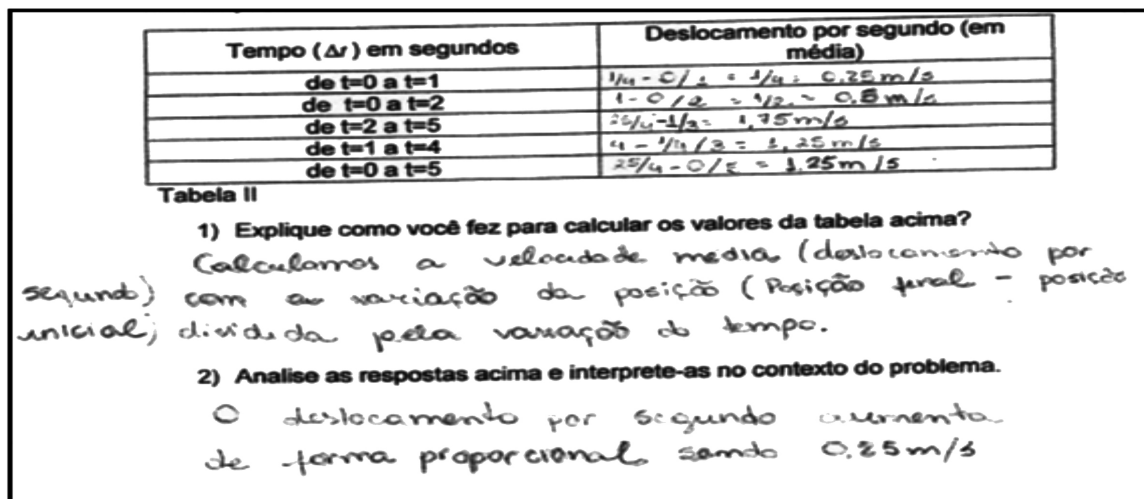


Figura 04

Esta figura retrata que alguns alunos, na tentativa de encontrarem padrões nas respostas, que lhes permitissem estabelecer relações com os conteúdos apre(e)ndidos no decorrer da trajetória escolar, cometeram enganos que nos fizeram retomar conceitos, como o de proporcionalidade, a fim de sanar as dúvidas que se apresentavam.

As respostas deste protocolo mostram que a dupla realizou corretamente os cálculos do deslocamento médio; no entanto, ao interpretá-lo no contexto do problema, “percebeu” que entre algumas linhas da Tabela II havia uma variação de 0,25. Com isso, acreditaram, erroneamente, que essa “regularidade” indicava uma relação de proporcionalidade. Ao recolhermos as atividades, convidamos essa dupla para registrar sua resolução na lousa, colocando-a para reflexão com os demais alunos, em plenária. Isso proporcionou um debate bastante produtivo sobre o conceito de proporcionalidade e nos deu a oportunidade de esclarecer aos alunos, ainda que rapidamente, o que são grandezas direta e inversamente proporcionais. Após sanarmos as dúvidas, destacamos a definição formal de proporcionalidade.

Desse modo, o momento da plenária nos oportunizou esclarecer dúvidas, tanto com relação a conhecimentos prévios quanto com relação ao novo conteúdo que estava sendo construído, além de nos permitir mostrar a necessidade e a relevância de uma escrita matematicamente correta. A professora pesquisadora salientou a importância dos alunos se expressarem, de questionarem e de ajudarem todo o grupo a chegar a um consenso sobre a resposta correta. Para concluir o trabalho com o Problema 01/Atividade 01, a professora pesquisadora formalizou a definição de taxa de variação média de uma função num intervalo dado.

Além disso, como já mencionado anteriormente, os alunos também já tinham conhecimento sobre velocidade e aceleração de um corpo. Observamos que o ensino de derivadas através da Resolução de Problemas permitiu que esses alunos identificassem

conhecimentos anteriores e promovessem relações entre a Física e a Matemática. Dessa forma, foram construindo novos conhecimentos, (re)construindo outros e, nesse movimento, identificaram relações entre conteúdos de Matemática ou entre conteúdos de Matemática e outras áreas do conhecimento.

Retratamos alguns momentos ocorridos durante a realização das atividades e apresentamos recortes que nos permitiram perceber como a (re)construção de conhecimentos é favorecida ao se ensinarem derivadas através da Resolução de Problemas.

Considerações Finais

Este trabalho teve origem nas inquietações a respeito do ensino e da aprendizagem de derivadas, que surgiram no decorrer da minha trajetória pessoal e profissional. Como professora de Matemática do Ensino Médio integrado ao Técnico no CEFET-MG, observei e vivenciei dificuldades no processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos durante muitos anos.

Fundamentadas em nossos estudos sobre a Resolução de Problemas, em particular sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, planejamos as atividades sobre derivadas a serem desenvolvidas em sala de aula. Essa metodologia considera o problema, aqui chamado de problema gerador, como recurso inicial e um meio através do qual o aluno vai (re)construir conhecimentos. Inicialmente, foram elaborados 17 problemas geradores que, por vezes, foram reelaborados durante o processo a fim de atender às demandas de sala de aula.

Ao desenvolvermos as atividades em sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, buscamos entender que contribuições o uso dessa metodologia traz para o trabalho com derivadas no Ensino Médio integrado ao Técnico. O desenvolvimento das atividades seguiu as 9 (nove) etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2009), em cujo processo o professor se apresenta como mediador na construção de conhecimentos.

Apesar das dificuldades e desconfianças iniciais dos alunos, vivenciamos uma experiência muito rica com esse trabalho. Presenciamos os alunos construindo gradativamente seus conhecimentos sobre derivadas, tendo o problema como ponto de partida para o ensino, para a aprendizagem e formalização do conteúdo.

Uma das metas deste trabalho era promover oportunidades aos alunos de construção de conhecimento, possibilitando-lhes questionar e entender seus próprios pensamentos. Nesse sentido, a metodologia utilizada para desenvolver o conteúdo de derivadas em sala de aula foi de fundamental importância, pois, ao utilizar o problema como veículo para aprendizagem, o aluno passa a ser protagonista desse processo.

Após o trabalho realizado com os problemas que envolviam cálculos, interpretação geométrica, reflexões sobre notação e linguagem matemática, a definição de derivada de uma função num ponto foi recebida com naturalidade pelos alunos, que perceberam a relação entre ela e os aspectos discutidos no decurso das atividades. Isso nos faz acreditar que trilhamos um percurso que favorece o processo de construção de conhecimentos.

Referências

- Allevato, N.S.G. ; Onuchic, L. R. (2009) *Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas*. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, ano 31, n. 55, p. 133-154. Disponível em <http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>. Acesso em 26 de set. 2015.
- Bogdan, R. C., Biklen, S. K.(1994)*Investigação Qualitativa em Educação Matemática: uma introdução à teoria e aos métodos*. Lisboa: Porto Editora.
- Onuchic, L. R. (1999). *Ensino-Aprendizagem de matemática através da resolução de problemas*. In: Bicudo, M. A. V.(Ed.) *Pesquisa em educação matemática*. UNESP, São Paulo, Brasil.p.199-220.
- Onuchic, L. R. ; Allevato, N. S. G. (2011) *Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. Bolema, Rio Claro, ano 25, n. 41, p. 73-98.
- Pagani, E. M. L; Allevato, N. S. G. (2014a) *Derivadas e integrais no ensino médio integrado ao técnico: o que pensam professores e alunos*. Disponível em <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/epd/issue/view/44/showToc>. Acesso em: 25 de set. 2015
- Pagani, E. M. L; Allevato, N. S. G. (2014b) *Ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil* Revista VIDYA, Santa Maria, v. 34, n. 2, p. 61-74, 2014. Disponível em <http://periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/42/166>. Acesso em: 07 de jun. 2015
- Schroeder, T. L.; Lester Jr, F. K. (1989)*Developing and Understanding in Mathematics via Problema Solving*. In: TRAFTON, P. R. ; SHUTLE A. P. (ed.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, p. 31-42.