

Conferencia Interamericana de Educación Matemática Conferencia Interamericana de Educação Matemática Inter-American Conference on Mathematics Education







Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas en ingeniería: un primer acercamiento

Rafael Antonio Arana-Pedraza
Universitat de Barcelona
España
rafael.arana.pedraza@gmail.com
Silvia Elena Ibarra Olmos
Universidad de Sonora
México
silvia.ibarra@unison.mx
Vicenç Font Moll
Universitat de Barcelona
España
vfont@ub.edu

Resumen

El presente trabajo es parte de una investigación en curso que pretende responder qué conocimientos y competencias didáctico-matemáticas necesita el profesor de matemáticas que labora en las escuelas de ingeniería, tomando como referencia el estudio de los Sistemas de Ecuaciones Lineales. Específicamente se reporta la información generada en la primera fase del proyecto, con referencia al análisis ontosemiótico de los documentos curriculares y el libro de texto propuestos por una institución de educación superior. La identificación y articulación de los objetos matemáticos primarios presentes en dichos documentos permiten definir la práctica matemática que se promueve.

Palabras clave: configuración ontosemiótica, formación de profesores, enfoque ontosemiótico, sistemas de ecuaciones lineales, educación superior.

Antecedentes

Aproximadamente dos décadas después de su creación, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (por sus siglas en inglés, UNESCO) en conjunto con la Organización Internacional del Trabajo (OIT) emite en 1966 la Recomendación relativa a la situación del personal docente, la cual toma en consideración numerosos aspectos del ámbito profesional del profesor entre ellos la capacitación inicial y continua. En términos de la presente investigación, es de vital importancia retomar dos de ellos, el profesionalismo y la capacitación del personal docente.

En cuanto al primero, la recomendación menciona que la enseñanza debería considerarse como una profesión cuyos miembros prestan un servicio público, por lo tanto, debería de exigir del docente una preparación mantenida mediante estudios rigurosos y continuos que lo ayuden a tener un conocimiento profundo y una competencia especial, además de un sentido de las responsabilidades que se adquieren en la profesión. En cuanto a la capacitación del personal docente, menciona que aquellos individuos encargados de esta labor (formador de formadores) deberían de estar capacitados para dar una formación equiparable al de la enseñanza en nivel superior y quienes proporcionan la formación pedagógica deberían contar además con la experiencia en la enseñanza escolar, renovando esta experiencia de manera periódica mediante la práctica de la docencia. Aunque esta disposición se dirige a profesores de los niveles desde preprimaria hasta secundaria, brinda pautas que han permeado en la formación de los profesores.

Es hasta 1997 cuando la UNESCO emite la Recomendación relativa al personal docente de la enseñanza superior, la cual es complementaria a la emitida en 1966 pero se dirige a todo el personal docente e investigador de la educación superior. De forma similar, se abordan diferentes aspectos referentes al profesor, de los cuales retoman el profesionalismo o profesionalidad definiendo nuevamente la profesión como un servicio público que requiere conocimientos profundos, pero agregan a diferencia de la recomendación de 1966 la necesidad de un saber especializado. En términos de la capacitación, en el rubro de condiciones de empleo menciona que el personal docente de la enseñanza superior debería gozar de un sistema abierto y equitativo de desarrollo profesional. Actualmente, la formación del profesorado es aspecto sujeto a observación por la UNESCO, como se contempla en la Estrategia a plazo medio 2014-2021 aprobada en su 37ª. Conferencia General.

La formación del profesorado en Educación Matemática

Dentro del campo de la Educación Matemática, la formación del profesor de igual manera ha sido un aspecto analizado e investigado desde diferentes perspectivas teóricas y en los diferentes niveles educativos. De acuerdo con Ball (2017), un problema fundamental ha sido el identificar cuál es el conocimiento que el profesor de matemáticas necesita para una buena enseñanza de las matemáticas, ya que, si bien ha existido un consenso en que el profesor debe saber matemáticas para enseñarlas no sucede lo mismo con la idea de *cuántas* matemáticas debería saber, incluso diversos estudios han fallado al tratar de demostrar la relación entre la cantidad de matemáticas que el profesor conocer con la predicción del aprendizaje de los estudiantes.

En la investigación referente a la formación del profesor se han desarrollado diferentes modelos teóricos que describen los tipos de conocimientos puestos en práctica por el profesor para el aprendizaje de los alumnos (Pino-Fan & Godino, 2015). A pesar de que estos modelos generaron una base sobre los conocimientos que el profesor debería poner en juego en el proceso de enseñanza, Godino (2009) puntualizaba que éstos consideran categorías muy generales siendo útil el desarrollo de un modelo que permita realizar un análisis más pormenorizado de cada uno de los tipos de conocimiento.

Tomando en cuenta lo anterior, se desarrolló un modelo teórico que contemplara lo desarrollado por las investigaciones anteriores, pero que permitiera ampliar el nivel de análisis y que brindara una forma sistemática para la investigación de este tema, denominado modelo de conocimiento didáctico-matemático del profesor (Pino-Fan & Godino, 2015; Godino, 2009) y que en investigaciones posteriores se desarrolla e incorpora la noción de competencia del

profesor de matemáticas generando así el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor (CCDM) (Godino et al., 2016; Godino et al., 2017). El modelo propuesto tiene su base en los constructos teóricos desarrollados en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero, & Font, 2007).

Contexto de la investigación

El presente trabajo se enmarca en una investigación que se lleva a cabo en una institución del nivel superior ubicada en el noroeste de la República Mexicana, la cual brinda formación tecnológica a nivel licenciatura a jóvenes en edades entre los 18 y 22 años. Se estudian profesores de matemáticas que imparten clases a los programas educativos (PE) de ingeniería, centrando la atención en la noción de Sistemas de Ecuaciones lineales (SEL), específicamente en la asignatura de Álgebra Lineal.

Tomando en cuenta las aportaciones en el desarrollo del modelo CCDM y la naturaleza de los sujetos de estudio surge la siguiente interrogante que motiva esta investigación: ¿qué conocimientos y competencias didáctico-matemáticas, con respecto a la noción de los SEL, necesita el profesor de matemáticas en ingeniería?

En los siguientes apartados, se desarrolla el sustento teórico que nos brinda soporte para responder a esta pregunta que guía, así como las consideraciones y acciones metodológicas que llevan a buen término la investigación.

Consideraciones teóricas

Como se menciona anteriormente, para el desarrollo de la investigación se toman como base los constructos teóricos desarrollados en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática y del modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor (CCDM).

Según Godino, Batanero y Font (2007), una práctica matemática es toda actuación o expresión realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos. Sin embargo, más que estudiar una práctica en particular, resulta de mayor interés estudiar el sistema de prácticas (operativas y discursivas) puestas en manifiesto al abordar algún tipo de situación problemática. Los sistemas de prácticas se clasifican en aquellos que realiza una persona (personales), o las que se realizan en el seno de una institución (institucionales).

En el EOS se considera que los objetos matemáticos emergen de un sistema de prácticas donde se ponen en juego diferentes elementos para resolver cierta situación que se presenta. Godino, Batanero y Font (2007) identifican estos elementos que se ponen en juego en seis objetos primarios: (1) Situaciones, (2) Lenguajes, (3) Conceptos, (4) Proposiciones, (5) Procedimientos y (6) Argumentos. El análisis de los seis objetos primarios y sus relaciones permiten establecer una Configuración Epistémica, en otras palabras, como interactúan los objetos puestos en juego.

El modelo CCDM, se compone de tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática; a su vez dentro de la dimensión didáctica se encuentran seis facetas: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica; además se considera que las dos competencias clave son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. Esta última se considera una competencia general del profesor de matemáticas, caracterizada mediante cinco sub-competencias: a) Competencia de análisis de

Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas en ingeniería: 4 un primer acercamiento

significados globales, b) Competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, c) Competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas, d) Competencia de análisis normativo, y e) Competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (Godino et al., 2016; Pino-Fan & Godino, 2015; Godino, 2009).

Consideraciones metodológicas

Para responder la interrogante central de la investigación, se ha establecido como objetivo general "Caracterizar la competencia general de análisis e intervención didáctica para el profesor de matemáticas en ingeniería". A su vez, el objetivo general se desglosa en seis objetivos específicos con las preguntas de investigación que deberán de ser respondidas, los cuales han sido planteados en término de las cinco sub-competencias planteadas en el modelo CCDM. Con respecto al proyecto de investigación se definen cuatro fases de trabajo: (1) análisis documental, (2) investigación de campo siguiendo el método del estudio de casos, (3) integración de la información generada y, (4) establecimientos de pautas para un programa de desarrollo profesional docente. Para los términos de lo que se reportan, se centra la atención en la primera de las fases.

El análisis documental consistió en la revisión y análisis de documentos oficiales que establecen los conocimientos y las competencias básicas declarados por uno de los organismos nacionales encargados de la acreditación de los PE de ingenierías, específicamente el Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería (CACEI) que, en el caso de la institución en que se realiza la investigación, es el responsable de la evaluación de los PE de ingeniería. Asimismo, el análisis de los programas y planes de estudio en ingeniería que propone la institución, donde se pone especial énfasis en el currículo matemático. Finalmente, se revisaron los libros de texto propuestos por la citada institución en los documentos curriculares. Tanto la información presentada en el programa del curso, como lo que presenta el libro sugerido en la bibliografía básica, se analizan utilizando herramientas teórico-metodológicas propuestas por el EOS como lo son los sistemas de prácticas y la articulación de las redes de objetos primarios intervinientes y emergentes en configuraciones epistémicas.

Considerando lo anterior, se resumen las siguientes acciones metodológicas:

- a) Análisis de los mapas curriculares de los PE de ingeniería para determinar las asignaturas del bloque de Ciencias Básicas.
- b) Selección de las asignaturas del bloque de Ciencias Básicas por analizar, las cuales en una primera instancia son las del área de matemáticas.
- c) Identificación y articulación mediante configuraciones ontosemióticas de los objetos primarios presentes en el programa de curso de la asignatura de Álgebra Lineal.
- d) Identificación y articulación mediante configuraciones ontosemióticas de los objetos primarios presentes en el libro de texto propuesto por el programa del curso.

Análisis de resultados

La organización de los PE se plantea en términos de lo que establece CACEI. Esta distribución se refleja en los mapas curriculares de los PE de cada institución, donde por lo general, se forman grandes bloques donde coexisten asignaturas las cuales tienen objetivos afines como lo son Ciencias Básicas, Ciencias de la Ingeniería e Ingeniería Aplicada y Diseño en Ingeniería.

Analizando el mapa curricular de los PE, se observa la agrupación de las asignaturas en dos grandes bloques: Formación Básica y Especialización. Asimismo, dentro del bloque de Formación Básica se encuentra, entre otros, el programa de Ciencias Básicas que se constituye de asignaturas referentes a Matemáticas, Física y Química; es en este bloque donde se sitúa la asignatura de Álgebra Lineal, con una duración de 45 horas al semestre. En ella se contempla como competencia específica el aplicar los principios, leyes y modelos de las ciencias básicas en la resolución de problemas relacionados con procesos y sucesos en fenómenos que se presenten en su quehacer o desempeño profesional. La competencia específica señalada se disgrega en cuatro unidades de competencia, ubicando el estudio de los SEL en la tercera, la cual propone "solucionar problemas con base en diferentes métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales".

Con la información que se presenta en el programa del curso, se llevó a cabo un análisis ontosemiótico, que se ejemplifica a continuación. Se identificaron el tipo de práctica matemática que se promueve en la unidad de competencia, así como, los objetos matemáticos primarios intervinientes y emergentes de estas prácticas matemáticas; lo anterior se puede observar en la Tabla 1.

Tabla 1 Prácticas matemáticas y objetos matemáticos identificados en el programa del curso

Práctica Matemática	Tipo de Objeto	Intervinientes	Emergentes
	Situaciones	Problemas de contexto	
Identificación		intra-matemático	
de los tipos de	Lenguaje	 Natural 	 Natural
sistemas de		 Algebraico 	 Algebraico
ecuaciones	Conceptos	 Rango de una matriz 	• Sistemas consistentes determinados
lineales con		 Determinante de una 	 Sistemas consistentes
base en sus		matriz	indeterminados
características			 Sistemas inconsistentes
			 Sistemas homogéneos
	Situaciones	 Problemas de contexto 	
		intra-matemático	
		 Problemas de contexto 	
		extra-matemático	
		(modelación de problemas)	
Resolución	Lenguaje	 Natural 	Natural
sistemas de		algebraico	 Algebraico
ecuaciones	Conceptos	 Sistemas consistentes 	 Ecuación matricial
lineales		determinados	 Solución trivial
utilizando		 Sistemas consistentes 	
diferentes		indeterminados	
métodos		 Sistemas inconsistentes 	
algebraicos		 Matriz inversa 	
		 Determinante de una 	
		matriz	
	Procedimientos	• Calcular el determinante	• Solucionar SEL:
		de una matriz	- Por medio de la Matriz inversa
		 Realizar operaciones 	- Utilizando la regla de Cramer

Notas. Elaboración a partir del Programa de Curso de Álgebra Lineal

De manera inicial, en lo que se plantea en términos de la práctica matemática que se promueve y los objetos matemáticos que intervienen y emergen de lo declarado en el programa del curso, parece existir una tendencia a privilegiar el desarrollo de la resolución de situaciones problemas carentes de un contexto extra-matemático que propicien el desarrollo de la competencia de modelación en los futuros ingenieros. En cuanto a los procedimientos y conceptos que intervienen y emergen de los sistemas de prácticas, se observaron aquellos relacionados con el álgebra de matrices.

De manera análoga a lo que se realizó para el programa del curso, se analiza para el libro de texto el tipo de práctica matemática que se promueve, así como los objetos matemáticos primarios intervinientes y emergentes que aparecen. Como bibliografía básica del curso se propone el libro Álgebra lineal fundamentos y aplicaciones (Kolman, & Hill, 2013). Para este caso, se dividió el texto en unidades de análisis más pequeñas que permitieran analizar de manera pormenorizada los objetos matemáticos que intervienen y emergen en la práctica que se promueve, las cuales a su vez de presentan de manera sintética en la Tabla 2.

Tabla 2

Prácticas matemáticas y objetos matemáticos identificados en el libro de texto

Práctica	Tipo de	Intervinientes		Emergentes	
Matemática	Objeto			Emergentes	
	Situaciones	 Problemas de context 			
		matemático sobre la verificación si			
		valores particulares de			
Presentación		satisfacen una ecuación	ı lineal.		
conceptual de	Lenguaje	Natural		Natural	
las		 Algebraico 		 Algebraico 	
características	Conceptos	Lineal		 Sistema de m ecuaciones 	
de los SEL		 Ecuación lineal 		lineales con n incógnitas	
		 Variable 		(sistema lineal)	
		 Incógnitas 		 Solución de un sistema 	
		 Solución 		lineal	
Identificación de los tipos de sistemas de ecuaciones lineales con base en sus características	Situaciones	Problemas de contexto intra-			
		matemático sobre SEL	con m = n,		
		m > n y $m < n$			
		 Problemas de context 	to extra-		
		matemático sobre SEL	con m = n y		
		m < n			
	Lenguaje	Natural		 Natural 	
		 Algebraico 		 Algebraico 	
				• Gráfico	
	Conceptos	IncógnitaR	ecta	 SEL con única solución 	
		• Ecuación • P	unto	 SEL con infinitas soluciones 	
		 Conjunto vacío p 	lano	 SEL sin solución 	

	Procedimientos	 Sistema lineal Solucionar SEL por el método de eliminación. Intercambiar dos ecuaciones Multiplicar una ecuación por una constante diferente de cero Sumar un múltiplo de una ecuación a otra. 	
	Situaciones	 Problemas de contexto intramatemático Problemas de contexto extramatemático (modelación de problemas) 	
	Lenguaje	Naturalalgebraico	NaturalAlgebraico
Resolución sistemas de ecuaciones lineales utilizando diferentes métodos algebraicos	Conceptos	 Matriz aumentada Filas Columnas Matriz de m × n Matriz inversa Determinante de una matriz Matriz singular 	 Forma escalonada reducida por filas Columna pivote Fila pivote Sistemas consistentes indeterminados Sistemas inconsistentes Sistemas homogéneos Solución trivial Solución no trivial
	Procedimientos	 Calcular el determinante de una matriz Realizar operaciones elementales con renglones y columnas 	 Solucionar SEL: Por medio de la Matriz inversa Utilizando la regla de Cramer Por medio de eliminación de Gauss Por medio de eliminación de Gauss-Jordan

Notas. Elaboración a partir del libro Álgebra lineal fundamentos y aplicaciones (Kolman, & Hill, 2013).

Las situaciones que se aborda en el libro son tanto de contexto intra-matemático como extra-matemático. En el caso de los problemas en contexto extra-matemáticos, se presentan situaciones de cálculo del rendimiento de fondos de inversión, planeación de la producción, además de aplicaciones relacionadas con el área de ingeniería eléctrica y electrónica como son los circuitos eléctricos.

De manera general las prácticas matemáticas que se identifican en el programa del curso se corresponden con las que propicia el libro, por ejemplo, para la identificación los tipos de SEL recurre a un abordaje gráfico para identificar cual es el tipo de solución. Sin embargo, para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales utilizando diferentes métodos algebraicos, a diferencia de lo que se establece en el programa del curso, inicia utilizando como procedimiento de solución el método de eliminación, para continuar posteriormente con los que se indican en el programa del curso referentes al álgebra de matrices.

Conclusiones

Resulta interesante el hecho que desde la definición de la competencia a la que abona el curso se mencionen la solución de situaciones que se presenten en el quehacer profesional de un ingeniero. Sin embargo, en el programa del curso la modelación de problemas en el contexto del quehacer del ingeniero se pudiera considerar que no juega un papel preponderante en los sistemas de prácticas que se promueven, al ser relegado hasta considerarse como un requerimiento de información y no la parte medular de la competencia que desarrolla. Si bien, pudiera ser una cuestión que se refleja sólo en los documentos curriculares, será de especial interés el observar qué papel juega la modelación de situaciones problema en contextos extramatemáticos en la práctica docente de los sujetos de estudio. En estos términos, es también de importancia considerar lo establecido por estudios como el desarrollado por Ruiz, Dávila, Etxeberria y Sarasua (2013), quienes mencionan que diversas investigaciones muestran que más del 95% de los profesores utilizan el libro de texto como su principal recurso didáctico. Lo anterior, lleva a considerar el impacto del libro de texto en la práctica del profesor de matemáticas.

Referencias y bibliografía

- Ball, D. L. (2017). Uncovering the Special Mathematical Work of Teaching. In G. Kaiser (Ed.), Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (pp. 11–34). Hamburg: Springer.
- CACEI. (2017). Marco de Referencia 2018 del CACEI en el Contexto Internacional (Ingenierías). Recuperado a partir de http://cacei.org.mx/docs/marco_ing_2018.pdf
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN*, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (20), 13–31.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1), 127–135. doi:10.1007/s11858-006-0004-1
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. In J. A. Macias, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, ... A. Berciano (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (pp. 288–297). Málaga.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), pp. 90–113.
- Kolman, B., & Hill, D. R. (2013). Álgebra Lineal. Fundamentos y aplicaciones (1ra ed.). Colombia: Pearson.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87–109.
- Ruiz de Gauna, J., Dávila, P., Etxeberria, J., & Sarasua, J. (2013). Los libros de texto de matemáticas del bachillerato en el periodo 1970-2005. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 245–276.
- UNESCO. (1998). Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: visión y acción. Recuperado de http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm
- UNESCO. (2008). Recomendación conjunta de la OIT y la UNESCO relativa a la Situación del Personal Docente (1966) y Recomendación de la UNESCO relativa a la Condición del Personal Docente de Enseñanza Superior (1997) con la guía del usuario. Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001604/160495s.pdf
- UNESCO. (2015). Incheon Declaration and SDG4 Education 2030 Framework for Action. Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002456/245656E.pdf