



## De Ptolomeo a la formación inicial docente en matemáticas

Gerardo **Cruz-Márquez**

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional  
México

[gerardo.cruz@cinvestav.mx](mailto:gerardo.cruz@cinvestav.mx)

Gisela **Montiel** Espinosa

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional  
México

[gmontiele@cinvestav.mx](mailto:gmontiele@cinvestav.mx)

### Resumen

En el presente escrito esbozamos el proceso de construcción y estado actual de la problemática de una investigación en desarrollo. Para ello, partimos de una investigación previa –un estudio referente a la construcción social de las nociones trigonométricas– fruto de la cual nos planteamos algunas cuestiones de partida; presentamos una revisión bibliográfica inicial, llevada a cabo con la intención de robustecer dichas interrogantes; y finalmente reformulamos las preguntas de investigación, dentro de las que ahora podemos destacar: ¿cómo la problematización de las nociones trigonométricas ‘dialoga’ con los demás saberes docentes de los futuros profesores de matemáticas?

*Palabras clave:* Teoría Socioepistemológica, trigonometría, formación inicial docente.

### Abstract

In this paper we outline the process of construction and current state of the problem of a research in development. With this in mind, we start from an antecedent investigation –a study referring to the social construction of trigonometric notions– based on which we pose some initial questions. We present an initial literature-review, carried out with the intention of strengthening these issues. Finally, we reformulated the research questions, within which we can now highlight: how the problematization of trigonometric notions 'dialogues' with the other «saberes docents» of mathematics teachers in initial training?

*Keywords:* Socioepistemological Theory, trigonometry, initial teacher training.

Con el afán de mostrar, grosso modo, el proceso de construcción de una propuesta de investigación –principal producto de este escrito–, enmarcada en la construcción social del conocimiento matemático y la formación inicial docente, nos planteamos algunas preguntas iniciales, fruto de una investigación previa. En el siguiente apartado damos cuenta de dicho estudio y presentamos las preguntas de partida formuladas a causa de este.

### Una investigación de partida

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa sostiene que, en tanto el saber matemático se ha construido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción en el sistema educativo –fruto de su valioso papel en la formación ciudadana– obliga a un proceso de transposición didáctica. Esto es, la matemática (en tanto saber humano) se somete a un conjunto progresivo de modificaciones que permiten seleccionar, organizar y estructurar los conocimientos que son incluidos en la Matemática (en tanto espacio escolar) (Reyes-Gasperini, 2016). Al sistema de razón que determina estas modificaciones –y, en consecuencia, la estructura y funcionamiento de la Matemática– es lo que, desde esta teoría, se denomina *discurso Matemático Escolar*.

Una de las características del discurso Matemático Escolar asociado a la trigonometría, que se manifiesta de forma natural a través de los distintos planos educativos, como ser el discurso escolar, los planes y programas de estudio, los libros de texto, y las creencias y concepciones de profesores, estudiantes y comunidad académica en general (Montiel y Jácome, 2014), es su centración en el dominio aritmético de las nociones trigonométricas y una marcada disociación entre la trigonometría escolar y la geometría –que históricamente le dio origen y además la precede de forma general en los programas y planes de estudio–. Consecuencia de este fenómeno, denominado *arritmetización de la trigonometría* (Montiel, 2011), se admite un significado lineal y se promueve un significado aritmético para las nociones trigonométricas, al mismo tiempo que se reduce su uso al de una técnica de cálculo de un valor faltante (Montiel y Jácome, 2014).

Ante esta problemática, y desde la perspectiva que ofrece la Teoría Socioepistemológica, en Cruz-Márquez (2018) se realizó un proyecto de investigación –titulado “De Sirio a Ptolomeo: Una Problematización de las Nociones Trigonométricas”– cuyo supuesto implícito de partida fue que al extender los usos de las nociones trigonométricas y aminorar la brecha existente entre el estudio de la trigonometría y las nociones y procedimientos geométricos, es posible confrontar la aritmetización de la trigonometría y sus fenómenos asociados.

Conjetura que orilla al autor, en primera instancia, a atender tres cuestiones: ¿qué usos le son propios a las nociones trigonométricas, en especial la razón?, ¿cómo acercar las nociones y procedimientos geométricos a la introducción y evolución de las nociones trigonométricas? y ¿qué nociones y procedimientos geométricos son pertinentes a la introducción de las nociones trigonométricas? Y, en segunda instancia, a confrontar dicho supuesto, llevando las respuestas esbozadas para las preguntas anteriores a un ambiente escolar.

Como principales resultados de la investigación –y atendiendo a la hipótesis y las preguntas planteadas–, el autor concluye que la *medición indirecta de distancias en el contexto del círculo* constituye un escenario apropiado para confrontar el significado lineal y aritmético asociado a la razón trigonométrica bajo el discurso Matemático Escolar vigente, así como para promover su resignificación mediante su uso. Además, reconoce la importancia del *trabajo geométrico* –en tanto sinergia de usos: como herramienta de construcción, como herramienta

teórica y como herramienta aritmético-algebraica– sobre nociones como el *círculo*, el *triángulo rectángulo* y la *proporcionalidad*, para dicho proceso.

Posterior a dicho estudio, el autor realizó una segunda experiencia de aula en un centro de formación inicial docente –la Universidad Autónoma de Baja California, Campus Mexicali, Baja California, México–. El objetivo del estudio fue, además de enriquecer la información obtenida en la experiencia anterior, atender a una pregunta formulada producto de esta: ¿cambian notablemente las estrategias, argumentos y las reacciones entre los futuros profesores que cursan su formación disciplinar y los que transitan su formación didáctico-pedagógica al enfrentar la situación de medición indirecta de distancias construida?

Durante la aplicación y descripción de esta experiencia el autor se percató de algunas situaciones particulares. En primer lugar, que la situación de medición indirecta de distancias presentada a los estudiantes produjo –especialmente en el grupo que cursaba su formación didáctico-pedagógica–, no solo la problematización (confrontación y resignificación) de las nociones trigonométricas reportada en Cruz-Márquez (2018), si no cierto cuestionamiento respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática puesta en juego. Si bien esta observación podría estar influenciada por el énfasis puesto en el porqué de la aplicabilidad y la funcionalidad de las herramientas matemáticas involucradas y por la instancia de formación en la que se encontraba el grupo aludido, consideramos que la actividad matemática trabajada también pudo jugar un papel determinante en tal hecho.

En consecuencia, y referente al estudio que aquí nos compete, nos planteamos las siguientes preguntas de partida: ¿problematizar las nociones trigonométricas permite –o propicia– la reflexión y análisis respecto a su enseñanza y aprendizaje?, esto es, ¿problematizar las nociones trigonométricas ‘moviliza’ otros conocimientos docentes no disciplinares?, ¿cómo?

Con el afán de informar y robustecer estas preguntas, y concretarlas en una propuesta de investigación –principal producto de este escrito–, comenzamos una revisión bibliográfica alrededor de la formación inicial docente, parte de la cual mostramos en la sección siguiente.

### **Sobre la formación docente**

Las reformas educativas se producen de forma ineludible y periódica dada la necesidad de la sociedad por revisar y actualizar el sistema de enseñanza. “Se re-organizan los saberes, se examinan las prácticas, se modifican ciertos enfoques para evitar el fenómeno –estudiado por la didáctica– de obsolescencia del saber, de la enseñanza, de los resultados” (Fregona y Alagia, 2002, p. 141). Sin embargo, “los cambios en planes y programas de estudio no pueden ser efectivos en la medida que quien los opera no está preparado para hacerlo de manera creativa y dinámica” (Mancera, 2014, p. 228). Es así como, desde unas décadas a la fecha, adquiere gran importancia mejorar la formación, inicial y continua, de los docentes (Fregona y Alagia, 2002).

Desde entonces, los estudios sobre la formación de los profesores –en general y de matemáticas– se han llevado a cabo por profesionales de diversos ámbitos y desde una gran variedad de campos científicos. Respecto a la formación inicial en particular, aunque todos los estudios tienen como idea transversal el “posibilitar una formación completa y adecuada a futuros profesionales de la enseñanza, los puntos de partida, así como las aportaciones para la consecución de esta idea global, toman distintas formas” (García, 2005, p. 154). Así, es posible encontrar desde estudios de caso que analizan la relación entre las creencias de un profesor y su práctica, como el realizado por Lloyd (2005), hasta proyectos de investigación como “The

Teacher Education Study in Mathematics (TEDS-M)” (Tatto et al., 2012), un estudio comparativo sobre la formación de los profesores de matemáticas en el nivel de primaria y de primer ciclo de secundaria, llevado a cabo durante cinco años y abarcando 17 países.

### **Algunas tendencias de la investigación en formación docente en matemáticas**

Dada esta diversidad de investigaciones, los estudios de Sánchez (2011) y Strutchens et al. (2017) consideran necesario el llevar a cabo revisiones bibliográficas amplias y sistemática alrededor de la formación inicial docente en matemáticas. Tomando como base dichos estudios, consideramos cinco como las principales tendencias de investigación en este campo: 1) las creencias y concepciones del profesor de matemáticas en formación, 2) la dualidad teoría-práctica, 3) el papel de la tecnología en la formación inicial docente, 4) la identidad del profesor de matemáticas en formación, y 5) el conocimiento y habilidades del profesor de matemáticas en formación.

Existe una vasta cantidad y variedad de estudios vinculados a la primera de estas tendencias, sin embargo, y pese a la presencia de algunas líneas predominantes (Philipp, 2007), todas las investigaciones adscritas a esta descansan en el hecho “que las creencias y concepciones de los profesores informan y definen sus prácticas de enseñanza [trad.]” (Skott, 2009, citado en Sánchez, 2011, p. 134), lo que las convierten en un potencial vehículo para la mejora de la formación inicial docente en matemáticas.

Por otro lado, las investigaciones sobre la relación teoría-práctica, especialmente las que indagan sobre el papel de las experiencias de campo en la formación inicial, han cobrado suma relevancia en los últimos años. Lo anterior debido a que diversos estudios, como los realizados por el Consejo Nacional de Investigación, evidencian que las experiencias de campo tienen uno de los mayores efectos en los resultados de los futuros profesores (NCR, 2010, citado en Strutchens et al., 2017). No obstante, en el marco de esta tendencia de investigación, también se ha reportado múltiples dificultades, entre ellas la de ubicar maestros cooperantes que estén preparados para fomentar el desarrollo de los futuros profesores de matemáticas, y el establecer relaciones bilaterales sólidas entre los programas de formación inicial docente y las escuelas en las que se llevan a cabo las experiencias de campo (Strutchens et al., 2017).

Respecto a la tercera tendencia mencionada, el papel de la tecnología en la formación inicial docente, Strutchens et al. (2017) la ramifican en tres direcciones principales: a) como herramientas interactivas y dinámicas para construir conocimientos disciplinares y desarrollar actitudes positivas hacia el uso de tecnologías en su enseñanza posterior; b) como herramientas en los cursos sobre ‘métodos de enseñanza’, donde pueden ayudar a cuestionar y planificar las lecciones, así como para anticipar, observar y motivar el pensamiento matemático de los estudiantes; y c) como herramientas de aula, que ayuden directamente a provocar el pensamiento, razonamiento y la resolución de problemas de los estudiantes.

Con relación a la cuarta tendencia, la identidad del profesor de matemáticas en formación inicial, Strutchens et al. (2017) consideran que dada la complejidad de la noción de identidad, en tanto “reúne aspectos personales y sociales, abarcando conocimientos y creencias, emociones y relaciones, y contexto y experiencias [trad.]” (Van Putten, Stols y Howie, 2014, citado en Strutchens et al., 2017, p. 25), es de vital importancia que los investigadores adscritos a esta tendencia expliquen cómo leen, entienden y ponen en práctica la identidad profesional en sus estudios. Además, si bien enfatizan los avances que esta corriente ha tenido en los últimos años, también aluden a las preguntas que aún quedan por resolver al respecto, entre ellas: qué papel

juegan los maestros de escuela y los supervisores universitarios en el desarrollo de las identidades profesionales de los profesores de matemáticas en formación, y la relación entre los conocimientos del profesor en formación –especialmente el disciplinar y pedagógico– y el desarrollo de su identidad profesional.

Finalmente, dado que los estudios sobre el conocimiento del profesor en formación –que representan quizá el cúmulo más extenso de investigaciones en este campo– son la corriente de investigación que más nos interesa en el presente escrito, considerando la naturaleza de las preguntas de partida planteadas, dedicamos el próximo apartado a su descripción.

### **Sobre el conocimiento del profesor de matemáticas en formación**

Las investigaciones realizadas en el marco de esta tendencia parecen partir de una misma cuestión: “¿qué tipo de conocimientos y habilidades necesita una persona para ser un ‘buen’ profesor de matemáticas? [trad.]” (Sánchez, 2011, p. 135). En este sentido, uno de los primeros y más representativos aportes al respecto es el de Shulman (1986). Estudio en el cual, desde una perspectiva más bien cognitiva-constructivista, parte de preguntarse cuáles son “las fuentes del conocimiento de los maestros” (Shulman, 1986, citado en Mercado, 2002, p. 18). Como respuesta, el autor presenta tres categorías de conocimiento: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido y conocimiento del currículum, a los que anexa algunos *dominios* importantes de conocimiento, entre ellos los métodos de organización y manejo del salón de clases (Mercado, 2002).

Con este como antecedente, comienzan a estructurarse diversas corrientes de investigación respecto al conocimiento del futuro profesor de matemáticas. Dentro de estas, Strutchens et al. (2017) destacan los estudios que intentan esclarecer la relación entre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido. Al respecto mencionan que, aunque existen numerosas investigaciones sobre nexos positivos entre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico de este, algunos estudios –como el realizado por Subramaniam (2014)– enfatizan que los conocimientos y competencias matemáticas no garantiza el conocimiento para la enseñanza ni la efectividad pedagógica.

Otra línea notable de la investigación en el marco de esta tendencia es la relación existente entre las experiencias de campo y el conocimiento del futuro profesor de matemáticas. Al respecto, y con base en diversos estudios a gran y pequeña escala, Strutchens et al. (2017) concluyen que las experiencias de campo influyen de forma positiva en sus conocimientos sobre la enseñanza de las matemáticas. No obstante, Fregona y Alagia (2002) acentúan que la inmersión en experiencias de campo también puede tener consecuencias peligrosas para la formación inicial docente, ya que:

Por un lado, puede estabilizar prácticas escolares que aparecen como tradicionales pero que no proveen una buena relación de los alumnos con la matemática; y por otro, no asegura una buena preparación académica de los docentes, no da flexibilidad ni favorece las adaptaciones. (p. 148)

Aunque existen otras líneas de investigación referentes al conocimiento del profesor de matemáticas en formación, dadas nuestras preguntas de partida, hay un último par que son de nuestro especial interés: las que retoman una pieza de conocimiento matemático en particular y las que rescatan elementos histórico-epistemológicos en pro de la formación inicial docente.

Se ha llevado a cabo una amplia variedad de investigaciones sobre el conocimiento del

futuro profesor de matemáticas alrededor de un tópico matemático específico. Strutchens et al. (2017), con base en más de 15 investigaciones de este tipo, concluyen que los estudios sobre las concepciones de los futuros profesores de matemáticas sobre nociones matemáticas específicas, en resolución de problemas y modelación, y razonamiento y prueba, parecen indicar que los profesores en formación “no han desarrollado un conocimiento matemático profundo que pueda informar su enseñanza hacia el desarrollo de la comprensión de los conceptos matemáticos y el razonamiento [trad.]” (Strutchens et al., 2017, p. 9).

Por otro lado, respecto a las investigaciones que presentan una discusión sobre la inclusión de elementos histórico-epistemológicos, Larios (2001) subraya la importancia de la incorporación de estos en la formación inicial en tanto proporcionan “elementos al docente para su práctica didáctica, para la interpretación de la investigación educativa y para su propia concepción de la ciencia matemática” (p. 64). Con esto en mente, Fregona y Alagia (2002) se preguntan: “¿significa esto que habría que introducir cursos de epistemología y/o filosofía de la ciencia o de la matemática?” (p. 147). Como una alternativa más *adecuada* –y acaso más práctica–, los autores proponen “profundizar directamente en las nociones matemáticas, estudiar la sucesión de dificultades y preguntas que provocaron su aparición” (p. 147).

Además de las tendencias y líneas de investigación aludidas, la revisión bibliográfica realizada alrededor de una propuesta teórica para el estudio del conocimiento del docente ha sido trascendental en la construcción de la propuesta de investigación que aquí desarrollamos. Damos cuenta de ella en el siguiente apartado.

### **Sobre los saberes docentes**

En los últimos años, las investigaciones de corte social han comenzado a tomar cierto realce en nuestra disciplina, esto es especialmente cierto en la formación inicial docente en lo que al estudio del conocimiento del futuro docente de matemáticas de refiere. De manera general, los investigadores ubicados en esta perspectiva consideran que la “discusión sobre el conocimiento del profesor de matemáticas debería estar moldeada por el contexto en el que el profesor desarrolla su trabajo [trad.]” (Sánchez, 2011, p. 135).

En el marco de esta postura, y desde una óptica más bien etnográfica, destaca la propuesta de los *saberes docentes* de Mercado (1991, 1994, 2002). En ella, la autora plantea a los saberes docentes como *saberes cotidianos*, en tanto “conocimiento [énfasis agregado] sobre la realidad que *utilizamos* [énfasis agregado] de un modo efectivo en la vida cotidiana, del modo más heterogéneo (como guía para las acciones, como temas de conversación, etcétera)” (Heller, 1977, citado en Mercado, 2002, p. 13).

Bajo esta perspectiva, el docente solo se *apropia* de los saberes que estima necesarios para su labor. En el transcurso de este proceso de apropiación el docente genera nuevos saberes a la vez que integra o rechaza conocimientos provenientes de distintos ámbitos sociales y momentos históricos. En consecuencia, y como puede ser evidente en este punto, los saberes docentes son considerados –bajo esta perspectiva– de carácter *histórico, dialógicos y socialmente construidos* (Mercado, 2002).

El carácter histórico de los saberes docentes refiere a que, al tomar una decisión, los docentes ponen en juego *voces* provenientes de distintos momentos históricos, reformas educativas pasadas o vigentes, experiencias de formación inicial o de actualización docente, la experiencia docente en general, por ejemplo. Por otro lado, el carácter dialógico de los saberes

docentes refiere a que –bajo esta postura– las acciones y expresiones de los docentes sobre su enseñanza no pueden verse únicamente desde una perspectiva individual, sino que deben entenderse como “producto de construcciones sociales, históricas, ya que representan huellas provenientes de distintas épocas y ámbitos sociales con las cuales *dialogan* [énfasis agregado] las percepciones individuales” (Mercado, 2002, p. 15).

Finalmente, es importante subrayar que, al considerar los saberes docentes como construcciones sociales, deviene natural postular que los maestros construyen “su conocimiento o su saber cotidiano sobre la enseñanza en determinados contextos definidos *situacionalmente* [énfasis agregado]” (Mercado, 2002, p. 16), así como caracterizar los procesos de construcción y desarrollo de dicho saber como *ilimitados o inacabados*.

En suma, las investigaciones aludidas nos dan una visión ligera –igual que panorámica– de la investigación que se ha realizado alrededor de los conocimientos de los futuros docentes de matemáticas. En particular, han resultado trascendentales las que versan sobre la multiplicidad de conocimientos y saberes –sus diversas naturalezas, orígenes, etc.– que interactúan en la toma de decisiones en el quehacer docente.

### Algunas conclusiones

Con base en los elementos presentados y discutidos anteriormente, en especial los referentes al estudio del conocimiento docente y la postura teórica propuesta por Mercado (1991, 1994, 2002), nos replanteamos nuestras preguntas de partida. Así, en este punto de nuestra investigación, nos preguntamos: *¿cómo la problematización de las nociones trigonométricas ‘dialoga’ con los demás saberes docentes de los futuros profesores de matemáticas?, ¿cuáles son esos ‘otros saberes’, de qué naturaleza son? y ¿qué rol –con relación a los demás saberes docentes– juega la problematización de las nociones trigonométricas al momento de tomar decisiones de diseño, implementación y análisis de actividades de aula?*

Además, la revisión bibliográfica esbozada, nos ha hecho conscientes de que, dada la naturaleza de estas preguntas, nos es de interés un esquema metodológico que más que *diagnosticar* y *evaluar* los conocimientos de los futuros docentes nos permita acercarnos a los saberes que estos poseen, y sobre todo a la forma en como estos dialogan para la toma de decisiones respecto al diseño, implementación y análisis de actividades de aula.

Considerando que a la etnografía, en tanto metodología cualitativa, más que interesarle la *verdad* –aquello que es para el investigador– o la *moralidad* –lo que debería ser– de un determinado fenómeno, procura “aportar una *comprensión detallada* [énfasis agregado] de las distintas perspectivas” (Rodríguez-Gómez y Valldeoriola, 2012, p. 53); nos proponemos –en este punto de la investigación– un estudio de corte etnográfico que haga posible, mediante la observación, la descripción e interpretación, acercarnos a las prácticas y los conocimientos de nuestra comunidad de interés, los profesores de matemáticas en formación inicial.

### Referencias y bibliografía

- Cruz-Márquez, G. (2018). *De Sirio a Ptolomeo: Una Problematización de las Nociones Trigonométricas*. Tesis de Maestría no publicada. Ciudad de México, México: Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (Cinvestav). doi: 10.13140/RG.2.2.18095.64166
- Fregona, D., y Alagia, H. (2002). Problemas nuevos –y otros no tanto– en la formación de profesores de matemáticas. *Cuadernos de Educación*, (2).
- García, M. M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación matemática*, 17(2).
- Larios, V. (2001). Filosofía e historia de la matemática en la formación docente. *Educación Matemática*, 13(3), 64-74.
- Lloyd, G. M. (2005). Beliefs about the teacher’s role in the mathematics classroom: One student teacher’s exploration in fiction and in practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 441–467.
- Mancera, E. (2014). La otra matemática... la de enseñanza... la de los maestros.... *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 9, Número 12, 221-235.
- Mercado, R. (1991). Los saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros. *Infancia y aprendizaje*, 14(55), 59-72.
- Mercado, R. (1994). Saberes and social voices in teaching. *Education as cultural construction*, 61-70.
- Mercado, R. (2002). *Los sabers docents como construcción social*. La enseñanza centrada en los niños. México: Fondo de Cultural Económica.
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico*. Un estudio Socioepistemológico. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Montiel, G., y Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1193-1216.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers’ beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa* (Tesis de doctorado no publicada). Cinvestav–IPN, México.
- Rodríguez-Gómez, D., y Valldeoriola, J. (2012). *Metodología de la investigación*. España: Universitat Oberta de Catalunya.
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145.
- Strutchens, M., Huang, R., Losano, L., Potari, D., Ponte, J. P. D., Cyrino, M. C. D. C. T., y Zbiek, R. M. (2016). *The mathematics education of prospective secondary teachers around the world*. Springer Open.
- Tatto, M. T., Peck, R., Schwille, J., Bankov, K., Senk, S. L., Rodriguez, M., Ingvarson, L., Reckase, M., y Rowley, G. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).