



## La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto

Edna Paola **Fresneda** Patiño<sup>1</sup>  
Colegio Técnico Menorah IED  
Colombia  
epfresnedap@gmail.com

Francisco Javier **Camelo** Bustos<sup>2</sup>  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Colombia  
fjcamelob@gmail.com

### Resumen

Discutimos en este documento el desarrollo y análisis de una práctica pedagógica que incorporara elementos de la perspectiva socio crítica de la modelación matemática para dar cuenta del desarrollo de la competencia democrática —caracterizada por la alfabetización matemática y el conocer reflexivo—. La propuesta se aborda con un grupo de estudiantes de grado quinto de un colegio —femenino— de carácter oficial de la ciudad de Bogotá a partir del estudio de asuntos relacionados con el medio ambiente. Ponemos en discusión cinco etapas que permiten desarrollar y analizar prácticas pedagógicas en ambientes de modelación matemática. Matizamos retos y posibilidades que experimentamos como docentes e investigadores al asumir el enfoque de la Educación Matemática Crítica en nuestro hacer y sentir como educadores matemáticos que le apostamos a la transformación social desde la escuela.

*Palabras clave:* modelación matemática, competencia democrática, alfabetización matemática, conocer reflexivo, perspectiva socio crítica, educación matemática crítica.

### A manera de contextualización

*“¿Cuánto demora en descomponerse una amistad?”*

Nicolle, 11 años.

Desarrollar un ambiente de modelación matemática con estudiantes de grado quinto del Colegio Técnico Menorah IED, a partir del estudio de una situación que genere interés en las

---

<sup>1</sup> Magíster en Educación y Docente del Colegio Técnico Menorah IED.

<sup>2</sup> Doctor en Educación y Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

estudiantes, es uno de los retos que nos propusimos alcanzar, luego de que Paola —una de las autoras de este documento— finalizara sus estudios de maestría. Lo anterior en tanto una de las preguntas abiertas que nos generó su trabajo de grado (Fresneda & Sarmiento, 2018) se relaciona con las posibilidades de crear, reflexionar e investigar prácticas pedagógicas e investigativas en donde sea posible dar cuenta de la competencia democrática —caracterizada por el conocer reflexivo y alfabetización matemática— desde el estudio de una situación social que movilice las intenciones de la mayoría de las estudiantes en la clase de matemáticas.

Bajo el propósito anterior, y dado que Francisco —el otro autor de este documento— ha desarrollado trabajos sobre modelación matemática, decidimos incorporar resultados de investigación de este campo —tanto a nivel nacional (Camelo, 2017; Salazar, Mancera, Camelo, & Perilla, 2017) como internacional (Barbosa, 2004; Kaiser, & Sriraman, 2006; Araújo, 2009)— para crear espacios donde fuera posible que el grupo de estudiantes asumiera posicionamientos críticos que nos permitieran reflexionar sobre la pregunta que nos habíamos planteado.

Con el ánimo de poner en discusión ante la comunidad académica el trabajo que desarrollamos, en este documento presentamos, en un primer aparte, los entendimientos que incorporamos en torno de la modelación matemática. En un segundo momento, mostramos las comprensiones sobre competencia democrática que asumimos. Para, en un tercer apartado, describir y analizar la práctica pedagógica creada con las estudiantes. Finalmente damos cuenta de algunas conclusiones y reflexiones finales, producto del desarrollo de esta práctica pedagógica.

## **Marco de referencia**

### **Modelación matemática**

Partimos por reconocer que cuando nos remitimos a la modelación matemática en la educación matemática, nos estamos refiriendo a un concepto polisémico que adquiere significado para cada investigador de acuerdo a los marcos de referencia que asume y a los intereses que persigue (ver por ejemplo: Kaiser & Sriraman, 2006; Acevedo & Camelo, 2018). Para este trabajo aceptamos con Barbosa (2003) y Araújo (2009) que es posible en ambientes de modelación matemática contribuir al desarrollo de posicionamientos críticos en los estudiantes, por lo que nos alineamos con la perspectiva socio crítica de la modelación matemática.

Desde tal perspectiva se plantea que las prácticas pedagógicas deben iniciarse en discusiones a partir de problemas del día a día con origen en la realidad de los estudiantes, cuyo abordaje sea cuestionado y reflexionado colectivamente (Araújo, 2012). Además, Barbosa (2004) propone que tales problemas pueden ser definidos de tres maneras diferentes, a las que denomina caso 1, 2 y 3.

Para crear un ambiente de modelación desde el caso 1, el profesor asume la definición del problema a estudiar, su simplificación y recolección de datos, mientras el estudiante se limita a reflexionar el problema y encontrar una posible solución. En el caso 2, las responsabilidades del estudiante se amplían a la definición de problemáticas específicas en un marco de referencia que el docente propone, simplificando y recolectando datos para conducir a resultados (ver por ejemplo: Camelo, Perilla, & Mancera, 2016; Vanegas, & Camelo, 2018). En el caso 3, tanto la formulación como la simplificación, recolección de datos y búsqueda de soluciones son responsabilidad de los estudiantes, siendo el maestro un soporte para las gestiones y decisiones

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

que se tomen (ver por ejemplo Camelo, 2017; Mancera, Perilla & Camelo 2017).

Bajo estos presupuestos, Salazar et al. (2017) y Camelo (2017) plantean el seguimiento de cinco etapas que recontextualizan desde Burak (1994) y a través de las que se: *i)* selecciona colectivamente un problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al macro y micro contexto; *ii)* desarrolla una investigación exploratoria de esa temática o problema seleccionado; *iii)* levanta datos y delinear trayectorias de acción; *iv)* reinterpretan las situaciones soportadas en consideraciones matemáticas; y *v)* analizan críticamente los desarrollos planteados.

Con estas consideraciones decidimos crear un ambiente de modelación matemática y, a partir de su puesta en marcha, analizar si es posible contribuir al desarrollo de la competencia democrática, entendida como se explica a continuación.

### **Competencia democrática, conocer reflexivo y alfabetización matemática**

Reconocemos con Skovsmose (1999) que la Educación Matemática Crítica —EMC— se preocupa por el desarrollo de una educación matemática que sustente la democracia. Lo que quiere decir que la micro sociedad del salón de clase debe encarnar aspectos democráticos en donde se desarrollen competencias que posibiliten interpretar y actuar en una situación social y política determinada. Aceptamos que la democracia no es una realidad efectiva sino un ideal que se quiere —o al menos se intenta— alcanzar.

En tanto que es un concepto abierto, no tenemos la intención de proporcionar una definición tajante, más bien queremos cuestionar la idea de que la democracia está solamente conectada con organizaciones formales y en expresiones como “el gobierno es democrático”, “la escuela es democrática” o “el salón de clase es democrático”, pues de esta forma se retrata la creencia de que la democracia es externa a la gente —en el sentido en que reside solamente en organizaciones formales y no en las relaciones cotidianas entre las personas que la constituyen— (Skovsmose y Valero, 2012).

Es necesario enfocar la democracia en la esfera de las interacciones sociales; es decir, en aquella en la que día a día las personas se relacionan unas con otras para producir sus condiciones materiales y culturales de vida. Allí, la democracia representa una “manera de vivir”, una acción política abierta llevada a cabo por las personas en la entremezcla compleja de relaciones y procesos locales, nacionales, regionales y globales” (Held, 1995, p. IX; citado por Skovsmose y Valero, 2012).

Para caracterizar el desarrollo de la competencia democrática reconocemos que ésta se ejerce gracias a la alfabetización matemática (Skovsmose, 1997), y que ésta, a su vez, es necesaria para que se desarrolle el conocer reflexivo (Skovsmose, 1997). Desde la EMC, la competencia democrática requiere de la alfabetización matemática para caracterizar la habilidad de calcular y usar técnicas formales y matemáticas.

Como constructo radical enraizado en un espíritu de crítica y proyecto de posibilidad, le permite a personas participar en la comprensión y transformación de la sociedad, de forma que se convierte en una condición para la emancipación social y cultural (Skovsmose, 1997). Es decir, posibilita usar elementos de carácter matemático para interpretar, analizar y tomar decisiones frente a las problemáticas de la sociedad.

Ahora, entendemos el conocer reflexivo como la competencia necesaria para ser capaces de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos sociales y políticos, lo que quiere

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

decir que se requiere de esta competencia general para reaccionar como sujetos críticos en la sociedad actual (Skovsmose, 1999). Es necesario buscar esta competencia particular en términos de habilidades y disposiciones —más que como la existencia de un cuerpo de conocimiento explícito o autorizado— y, en consecuencia, entenderla como un proceso, por lo que se usan acepciones como “reflexiones”, “reflexionar” o “conocer reflexivo” a cambio del término “conocimiento reflexivo” en sí mismo.

Además, no puede olvidarse que para alcanzar el conocer reflexivo se requiere de la conjugación de los conocimientos matemático y tecnológico, que surgen en el trabajo que se realiza en el ambiente propuesto en la clase de matemáticas a partir del estudio de una situación social que pueda ser relevante para los estudiantes.

### **Descripción de la experiencia**

El desarrollo del ambiente de modelación matemática que creamos junto al grupo de estudiantes de grado quinto de un colegio oficial de Bogotá, considera las siguientes etapas que recontextualizan Salazar et al. (2017) y Camelo (2017) para el desarrollo de tales ambientes.

#### **i) Escogencia del problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al micro y marco contexto**

Al considerar que uno de los proyectos institucionales del Colegio se enfoca en el cuidado del medio ambiente, en tanto es una problemática social que convoca a su comunidad, decidimos plantear un ambiente guiado por lo que Barbosa (2004) denomina el caso 2. Para ello incorporamos un videoclip en el que un personaje se acerca a un río para dejar caer la basura que lleva en la parte trasera del platón de una camioneta, para posteriormente dirigirse a su vivienda y tomar una ducha; curiosamente, en lugar de agua le cae la basura que había arrojado al río.

Adicionalmente se proyectaron imágenes relacionadas con el tiempo que tardan en biodegradarse residuos que generalmente desechamos sin tener conciencia de su impacto para el medio ambiente. A partir de estas estrategias, que buscaban generar la discusión en las estudiantes frente a esta problemática, resultó interesante notar las reflexiones y comentarios que hacían desde su experiencia. Sin duda, había interés en ellas por este asunto, el cual no era ajeno a sus vivencias, fuera en el colegio o en casa, lo que mostraba un panorama alentador para el trabajo investigativo que se pretendía desarrollar.



*Figura 1. Escogiendo un problema a abordar.*

### **ii) Desarrollo de una investigación exploratoria**

Con esta contextualización y la discusión en torno de la contaminación, propusimos a las estudiantes definir temáticas que les generaban interés, obteniendo diez opciones de trabajo. Posteriormente ellas elegían aquella sobre la cual deseaban investigar organizándose en pequeños equipos con afinidad de temáticas. Luego de asignar un nombre a su equipo de trabajo, plantearon una pregunta de investigación en relación a su tema de interés, que por supuesto no tuviera una respuesta inmediata y en torno a la cual se realizaría la investigación.

Se definieron estrategias que se debían tener en cuenta para el desarrollo de la investigación desde el cual era necesario indagar en distintas fuentes —internet, libros, periódicos, videos, noticias, imágenes, etc.—, hacer entrevistas a docentes, familiares o amigos que aportarán información nueva. Poner en discusión esa información recolectada para llegar a acuerdos, trabajar en el planteamiento o acercamiento a una posible solución a la problemática planteada y socializar el proceso de investigación para aprender del trabajo realizado por todos los equipos. Con estas pautas, las niñas se distribuyeron algunas funciones y tareas para consultar y seleccionar información que sería discutida y analizada por las integrantes en la siguiente sesión de trabajo.



*Figura 2. Investigación exploratoria.*

### **iii) Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción**

Con la información consultada se realiza una discusión para analizar y organizar los datos en busca del delineamiento de reflexiones y reinterpretaciones. Para ello se posibilita el uso de computadores con conexión a internet para socializar e incluso consultar información adicional en relación con el interés de investigación que estaban abordando.

Es interesante notar la curiosidad que evidenciaron las estudiantes en las actividades que ellas mismas planearon para dar cuenta de su trabajo, los cuestionamientos que se generaron y las reflexiones que se van suscitando frente a la situación estudiada, teniendo en cuenta que en sus indagaciones preliminares se reconocen algunos indicios de elementos matemáticos que desde la alfabetización matemática se pueden transformar en argumentos y herramientas que empoderen sus decisiones, reflexiones y posturas en relación a la situación que han definido abordar.

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

#### **iv) Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema**

Es importante resaltar que al iniciar este proceso de indagación las niñas daban algunas explicaciones a las problemáticas que estudiaron las cuales devenían o de la experiencia o de creencias culturales que son transmitidas sin mayores reflexiones; por lo que, incluso, tales explicaciones aparecieron en algunas ocasiones como mitológicas.

Sin embargo, con el desarrollo del ambiente de modelación, fueron fundamentando sus intervenciones, soportadas en las consultas que hicieron y en las matemáticas, lo que les permitió dar cuenta de, por ejemplo ¿cuántos árboles se necesitan para hacer el papel que una persona consume en una semana?, ¿cuánta basura produce un individuo en un determinado tiempo?, ¿cuánta contaminación produce una persona que ha fallecido?, ¿qué diferencias existen entre un relleno sanitario y un botadero de basura?, entre otras.

En el proceso de aproximación a las respuestas de estos cuestionamientos es posible reconocer indicios de la alfabetización matemática donde elementos de carácter matemático como proporciones, regla de tres, estimaciones de unidades de tiempo y masa, operaciones básicas, datos estadísticos toman lugar en proceso de interpretación de la problemática estudiada. De manera que las reflexiones o argumentos nuevos ya no provienen de la experiencia sino que se sustentan en las matemáticas como herramienta que permite tomar una postura crítica frente a situaciones sociales del contexto que nos convocan a todos.



*Figura 3. Consolidación de información*

#### **v) Análisis crítico de los desarrollos encontrados**

En el proceso de modelación matemática llevado a cabo por las estudiantes en relación a la contaminación y el cuidado del medio ambiente, en el que las preguntas orientadoras fueron formuladas por ellas mismas, resulto ser muy importante para los desarrollos que se buscan en la clase de matemáticas en relación al proyecto educativo institucional en el que es fundamental empoderar a la mujer en la transformación de su contexto inmediato.

A partir de la indagación que realizó cada uno de los equipos y el surgimiento de las matemáticas como parte de la respuesta a los cuestionamientos formulados, en los que la alfabetización matemática toma su lugar para convertirse en herramienta que fundamenta las reflexiones y comentarios de las estudiantes en relación a estas problemáticas sociales que debe ser estudiadas, comprendidas y repensadas por todos en la medida en que seamos conscientes de la manera en que esto nos afecta si no tomamos medidas que permitan preservar la riqueza de

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

nuestro medio ambiente.

Sin duda, la alfabetización matemática y el conocer reflexivo tomaron lugar en el proceso de modelación matemática llevado a cabo por las estudiantes y esto permite caracterizar el desarrollo de la competencia democrática dado que han logrado establecer conocimientos y reflexiones nuevas que les posibilitan tomar una postura propia en relación al cuidado del medio ambiente y la contaminación desde la clase de matemáticas.



*Figura 4. Socialización de avances*

### **Conclusiones y reflexiones finales**

De acuerdo al proceso que hemos observado durante el desarrollo del ambiente de modelación matemática, reconocemos un cambio en los roles, tanto de las estudiantes como de la docente, puesto que se ha posibilitado el espacio para que sean ellas mismas quienes formulen posibles preguntas de investigación y, a partir de ellas, exploren e indaguen en búsqueda de ideas que aclaren su conocimiento sobre las problemáticas estudiadas. En su rol de investigadoras, el cual han acogido con mucho entusiasmo, se evidencia que sus apreciaciones y/o declaraciones iniciales frente a los asuntos que se ponen en discusión provienen más desde sus creencias y experiencias, lo que requiere la caracterización de la competencia democrática.

Especialmente en las fases iv y v, se observan indicios de la alfabetización matemática en relación a los asuntos de investigación que cada equipo se formuló, reconociendo que en ellos emergen elementos de carácter matemático que les permiten un mejor análisis y comprensión de la información consultada en la que las intervenciones complementan la experiencia. En esta medida las estudiantes generaron un conocer reflexivo en relación al estudio del medio ambiente y las implicaciones de la contaminación, el mal uso de los residuos e incluso de nuestros recursos naturales dando más valor a las estrategias que se implementan en el colegio y en general en la comunidad en relación a las 3R —reducir, reutilizar y reciclar— dotándolas de sentido desde el proceso realizado en el ambiente de modelación desde la clase de matemáticas.

Desde la perspectiva socio crítica partimos por estudiar una situación social del entorno de las estudiantes en la medida en que se relaciona con sus prácticas y vivencias dado que es un proyecto que se trabaja en la institución y que sin duda mueve sus intereses y motivaciones, posibilitando que se desarrolle de manera un tanto más natural y espontánea, más no como una actividad impuesta por la docente en la rutina habitual de la clase. En este sentido, más que buscar el desarrollo de un contenido matemático, nuestra intención es posibilitar un ambiente de

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

clase que permita, desde la clase de matemáticas, estudiar una situación social del contexto, a través de un ambiente de modelación matemática, donde emerjan la alfabetización matemática y el conocer reflexivo que caracterizan la competencia democrática al tomar posturas en relación a la problemática de la contaminación y el cuidado del medio ambiente apoyados por las matemáticas y la experiencia de la investigación.

### Agradecimientos

Agradecemos muy especialmente a las estudiantes de grado quinto, jornada tarde —2018—, del Colegio Técnico Menorah IED por su enorme compromiso en el desarrollo de las actividades que dieron origen a esta reflexión y a las directivas de la institución por permitirnos pensar y desarrollar otros ambientes de clase que posibiliten cambios en la forma de concebir los procesos de aprendizaje propendiendo por el empoderamiento de la mujer y el estudio y transformación de las situaciones sociales del entorno.

### Referencias y bibliografía

- Acevedo, D., & Camelo, F. (2018). *Modelación matemática en el encuentro distrital de educación matemática: una revisión documental*. Presentado en Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-5: «Reflexiones sobre la labor del profesor de matemáticas y estadística», Bogotá.
- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática*, 26(43). Recuperado de <http://www.redalyc.org/html/2912/291226275005/>
- Barbosa, J. (2003). *Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica*. En II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Vol. 2 (pp. 1–13). Santos. Recuperado de <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf>
- Barbosa, J. (2004). Modelagem matemática: o que é? por qué? cómo? *Veritati*, 4, 73-80.
- Burak, D. (1994). Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. *Revista Zetetiké*, 2(2), 46-60.
- Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
- Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política* (Doctorado). Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Fresneda, E., & Sarmiento, S. (2018). *Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas*. Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310.
- Mancera-Ortiz, G., Perilla-Triana, W. Y., & Camelo-Bustos, F. J. (2017). *El conocer reflexivo en un ambiente de modelación matemática*. Presentado en X CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções., Maringá, Brasil.

*La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto.*

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2017). *Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica*. En Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 “Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital”. Bogotá: Gaia.

Skovsmose, (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191-216.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Uniandes.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). *Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia*. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Bogotá: Uniandes.

Vanegas-García, D., & Camelo-Bustos, F. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 211-233.