XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education

La teoría de los indivisibles matemáticos en el siglo XVII

Leonardo Solanilla Chavarro
Departamento de Matemáticas, Universidad del Tolima
Colombia
leo.solanilla.cha@gmail.com
Juan Felipe Gutiérrez Flórez
Universidad Nacional de Colombia
Colombia
jfgutier@unal.edu.co
Ana Celi Tamayo Acevedo
Universidad de Medellín
Colombia
actamayo@udem.edu.co

Resumen

La teoría de los indivisibles matemáticos, en la cual la comprensión y el uso de lo infinito y lo continuo se hace indispensable, emergió a principios del s.XVII, después de una larga gestación europea que comenzó a finales de la Edad Media. Nuestra investigación se limita a estudiar algunas de las obras principales de Cavalieri, Mengoli, Pascal y Roberval. Se presentan y analizan con cierto detalle no sólo las ideas matemáticas tal como aparecen en los textos originales, sino también su contexto cultural con herramientas de la Hermenéutica, la Historia Conceptual y de las Ciencias. El análisis se realiza con el propósito de evitar el prejuicio tradicional que encasilla a los indivisibles matemáticos como precursores del cálculo infinitesimal; con la intención de devolverles el lugar y el valor histórico y matemático que les es propio, pues en su momento solucionaron problemas como el cómputo de cuadraturas y cubaturas de figuras geométricas.

Palabras clave: Indivisible, infinito, continuo, Historia Conceptual, Historia Cultural de las ciencias, Historia de las matemáticas.

La Teoría matemática de los indivisibles en el siglo XVII.

Introducción

A comienzos del siglo XVII algunos matemáticos innovadores encontraron en los indivisibles la solución definitiva a algunos problemas que venían reelaborándose desde antiguo: centros de gravedad, cuadraturas y cubaturas de figuras planas y espaciales, principalmente.

Estos viejos problemas encerraban el tratamiento de lo infinito y lo continuo, considerándose herederos de una tradición que se remontaba a la Grecia Antigua.

La Historia de las Matemáticas (HM) se debe abordar desde las teorías de la Historia, en particular de la Historia de las Ciencias (HC) (Serres, 1989), de la Historia de los Conceptos (Koselleck, 2004) y de la Historia Intelectual y de las ideas (Pimentel, 2010). Teniendo cuidado de no caer en una mirada netamente internalista o externalista del objeto histórico en estudio (Rossi, 1990) y liberando el análisis que surja de la búsqueda de los precursores expuesta por Canguillem en 1983. Además, el análisis histórico que surja se fundamenta en la Hermenéutica bajo el propósito de confrontar directamente al texto, así el documento escrito se vuelve un "interlocutor", pues el que quiere comprender un texto debe estar dispuesto a dejar decirse algo por éste (Koselleck, Gadamer, 1987). Debido a que el intérprete no se acerca nunca al texto como *tabula rasa*, sino previsto de su precomprensión, con prejuicios, pretensiones y expectativas, entonces se hace necesario durante el proceso hermenéutico asumir dos momentos: 1-Camisa de Fuerza (*Straitjacketing*) y 2- Tomar Alas (*Tanking wings*). En el primer momento se parte del hecho de que cuando se lee un texto matemático por primera vez no se debe comenzar por establecer relaciones con lo que sabemos de las matemáticas tratadas en éste. Hay que hacer un esfuerzo por desligarse de todo. Lo único que importa es el autor y cómo lo dice, en una palabra, lo singular (Solanilla y Tamayo, 2014). En el segundo momento, después de que se haya entendido lo que dijo un matemático en su obra, se puede comenzar a relacionar su pensamiento con el de otros autores y con nuestros conocimientos matemáticos.

Además, la HM debe analizarse desde un enfoque estructuralista pues bajo esté se "pretende captar las reglas que, arraigadas en el espíritu de la humanidad, estructuran no sólo las producciones sino también los productos mentales" (Reale & Antiseri, 1988, p.829, V.3). Adicionalmente, asumiendo un enfoque estructuralista se deroga el mito del progreso científico (Foucault, 1971) algo que ha sido marcado por la Historia oficial de las Matemáticas.

Pero adoptar una posición Hermenéutica y un enfoque Estructuralista no es suficiente para hacer la HM, adicionalmente se debe acoger una epistemología baja una idea de "un tribunal" que revisa las sentencias pronunciadas por las ciencias (Lakatos, 1978), reconociendo que el lenguaje de la ciencia está en un estado de revolución semántica permanente (Rossi, 1990). Bajo tal metodología, aquí se pretende presentar la historia de La Teoría de los indivisibles matemáticos en el siglo XVII, donde la respuesta a la pregunta: ¿cómo interpretar, por fuera del prejuicio de los precursores, desde hoy y con herramientas de la HC (socio-cultural y epistemológica), las búsquedas subyacentes en las representaciones matemáticas sobre los indivisibles en las obras de Cavalieri, Mengoli, Roberval y Pascal durante la primera parte del siglo XVII? Direcciona el estudio en mención.

Sueños de infinito, sueños de indivisible

Para comprender la Teoría Matemática de los indivisibles en el siglo XVII, no se puede dejar de lado los sueños de infinito y los sueños de indivisibles que se remontan desde la antigüedad. En el antiguo periodo griego de las matemáticas se tuvieron varias concepciones sobre tales conceptos. Por ejemplo, el presocrático Anaxágoras (-500,-428) argumentaba que: "En relación con lo pequeño, no ha mínimo; pero siembre hay uno más pequeño, porque no es posible que el ser se anule por la división" (Anaxágoras. Tomado de Szwajcer, M., s.f). También se tienen las ideas que sobre lo indivisible, lo continuo y lo indivisible del sofista Zenón de Elea (-480,-420), para quien el infinito no es ni lo infinitamente grande ni lo infinitamente pequeño, tal posición lo condujo a escollos lógicos (paradojas). Tampoco se puede dejar de lado las bien conocidas ideas de Platón y Aristóteles en cuestión de lo infinito, el primero, pensaba que lo “ilimitado” o “indefinido” existía en acto, y el segundo, en contra de tal existencia, lo concebía solo en potencia y su uso matemático debía ser puramente operatorio. Otros matemáticos de la antigua Grecia que ameritan estudiarse cuando se aborda dichos conceptos son: Xenócrates (-396, -314), Eudoxo de Cnido (*ca*. -390, *ca*. -337 a. C, fechas inciertas) y el gran Arquímedes (-287, -212), este último en su “*Método*” hace un uso impecable de los indivisibles para hallar cuadraturas de figuras, en especial, la de la parábola (Heiberg, J. L. 1909).

Además, los sueños de lo infinito y lo indivisible perduraron durante la decadencia del Imperio Romano y la Alta Edad Media, las ideas y pensamientos teológicos, filosóficos y matemáticos de Alcuino de York (735, 804), Santo Tomas de Aquino (1221, 1279), Johns Duns Scotus (1266, 1308), Nicolás de Oresme (ca,1320, 1382) y Nicolás de Cusa (1401,1464), así lo confirman. Vale resaltar el pensamiento de Cusa, que desde la doctrina filosófica sobre la unidad de los contrarios, se indaga sobre lo indivisible, lo continuo y lo infinito, pues en tal doctrina los máximos y los mínimos están relacionados entre sí, algo que se explica sólo con lo indivisible.

Bajo tales sueños la categoría escolástica de los indivisibles, al lado del decreto de existencia del infinito, tomó las proporciones de un paradigma. En el momento en que emergen los indivisibles, las posibilidades de solución práctica (es decir, de uso) para el infinito eran tres:

- Un continuo está compuesto por sus indivisibles. Cada uno de los puntos de una recta tiene un predecesor y un sucesor (posición platónica pura). Lo propio sucede con los segmentos de recta que forman una figura plana y con las porciones de plano que forman los cuerpos sólidos.
- Un continuo se genera como el rastro o traza que deja el movimiento de un indivisible en el espacio (posición intermedia).
- Un continuo no está compuesto por indivisibles (posición aristotélica).

Teniendo presente estos sueños de indivisible e infinito de los diversos autores señalados y de otros más, se puede enfrentar la historia de la Teoría de los indivisibles matemáticos en el siglo XVII, historia que presentamos bajo el concepto de escenificación considerando cuatro de sus grandes exponentes , a saber: Bonaventura Cavalieri (1598,1647), Pietro Mengoli (1626,1647), Blaise Pascal (1623,1662) y Gilles Personne de Roberval (1602,1675) los dos primeros italianos y papistas, los dos últimos franceses, uno Jansenista y el otro un libre pensador de su época. Para dicho estudio histórico que se presenta en (Tamayo, 2018) se tomaron algunos apartes significativos de las obras que sobre el tema de los indivisibles dichos matemáticos escribieron, tales obras son:

- *Geometria indiuisibilibus continuorum noua quadam ratione promota* (1635) de Buenaventura Cavalieri.
- *Geometriae speciosae elementa* (1659) de Pietro Mengoli.
- *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, conocida informalmente como *"Traité de la roulette"* (1658) de Blaise Pascal.
- *Traité des indivisibles* (aparecido en 1693, pero redactado mucho antes) de Gilles Personne de Roberval.

Escena1: *Ursus degluttiens*. La Geometría de Cavalieri

Describir a Cavalieri no es tarea sencilla, su vida de monasterio acompañada de la incesante disciplina y de su enfermedad de gota, representan en él una gran fuerza de voluntad. En la Geometría de Cavalieri se hace palpable el gusto del autor por un tema que le apasiona y que considera necesario para acercarse al Dios y entender algunos de los atributos que lo determinan: Indivisibilidad, infinidad y continuidad. (Andersen, 1995; Tamayo 2018)

Desde la plena y la baja edad media, Europa estaba cambiando y existía una nueva realidad, una nueva materialidad, estos hechos exigieron la creación de un nuevo lenguaje incluso en las matemáticas. Cavalieri en el entorno de Galileo fue un pionero y con disciplina férrea propuso un primer sistema lingüístico para dar cuenta de esta nueva realidad. Su nuevo lenguaje ayuda a la comprensión de los dos métodos que propone: el colectivo y el distributivo. El primero se fundamenta en los conceptos cuestionables de *omnes lineae* y *omnia plana* y tiene la ventaja de permitir establecer relaciones entre figuras con alturas diferentes, mientras que el segundo tiene la ventaja de evitar los infinitos y permite establecer relaciones o proporciones entre las colecciones de los indivisibles, en cuanto magnitudes en el sentido tradicional euclidiano. Cavalieri lo considera como un método digno de aceptación pues demuestra las cosas que han sido probadas con el colectivo. (Lombardo-Radice, 1966).

El valor lingüístico en la nueva Geometría de Cavalieri es verdaderamente valioso, pues el maestro milanés le hizo frente a la tarea de nombrar las cosas de un nuevo mundo con léxico, sintaxis y semántica, en ese sentido su labor es como mágica o mística, se inventa una nueva forma de hablar sobre los objetos de la geometría, de la misma manera que los escritores del siglo de oro español crearon un nuevo lenguaje para dar cuenta de la nueva realidad (Tamayo, 2018).

Cavalieri rompe con la realidad dogmática que se tuvo en la Edad Media, donde el experimento no era un criterio para validar una proposición. La Geometría de los indivisibles es para Cavalieri la forma de mostrar como su pensamiento se alejaba de la escolástica reinante en aquella época (Lombardo-Radice, 1966).En la geometría de Cavalieri el asunto del movimiento está escondido en apariencia pero éste es una realidad porque se usa. Por ejemplo, para definir todas las líneas de una figura plana usa el movimiento de la *regula* para determinar la colección de los indivisibles que la constituyen. La aceptación del movimiento para el estudio de los objetos geométricos es un primer alejamiento del pensamiento de Cavalieri con la reinante geometría euclidiana, la cual está estrechamente vinculada con la escolástica aristotélica. El maestro milanés con su nueva Geometría incorpora implícitamente el movimiento pues por medio de éste el concepto de indivisible, infinito y continuidad puede entenderse mejor, pero verlo y percibirlo bajo la idea que el geómetra milanés pretende no es tarea sencilla solo una mente imaginativa y sensible puede percibirlo. La geometría de Cavalieri que inicialmente parece ser Euclidiana, encierra el germen de la geometría del movimiento,

Escena 2: *Aritmeticae artis certitudo*. La geometría con álgebra de Mengoli

Pietro Mengoli, representa al ser simbólico que utiliza de manera exagerada los signos y símbolos para comunicarse. En su geometría *Speciosa* acepta e incorpora el álgebra a diferencia de su maestro Cavalieri que nunca la quiso aceptar del todo. El lenguaje se torna algebraico, este hecho proviene de que Mengoli venia del "mundo"- (vivió y luego se hizo cura). El álgebra renacentista ya estaba lo suficientemente pulida desde el siglo anterior por Vieta, Herigone y Cardano, entre otros (Massa, 1998). El maestro de Bolonia fue fuertemente criticado por su notación excesiva en el norte de Europa, esa obsesión por el lenguaje es claramente barroca. Mengoli siente que es necesario explicar en una definición hasta el más mínimo detalle.

Sus arreglos triangulares buscan automatización y rapidez en los cómputos aritméticos para hallar, por ejemplo, cuadraturas de figuras con un lado curvo (Mengoli, 1659). Tal necesidad, quizás, le surge por los requerimientos de eficiencia y eficacia que se están imponiendo en una época del capitalismo naciente. Además, la disposición triangular también evoca una experiencia mística por su relación con la santísima trinidad, su religiosidad no puede dejarse de lado cuando se analiza su obra.

La colección de puntos, líneas o planos de Cavalieri, en su discípulo toma un sentido aritmético y algebraico por medio de su simbología y notación *O* que para algunos historiadores, como Massa (1998), significa el *omnes* de Cavalieri. El adjetivo *Speciosa* que usa para referirse a su geometría es ambiguo pues puede referirse a que la geometría es bella o puede referirse a las especies algebraicas (monomios u otros términos algebraicos que usa).

Escena 3: L'esprit de finesse. El Traité de la roulette de Pascal

La escena de Pascal es la escena "trágica de los indivisibles" pues es el desconcierto del autor frente al objeto de su obra. Pascal es un personaje difícil de comprender. Su filosofía del corazón, su dialéctica, el enfrentamiento con Descartes, sus crisis nerviosas, sus apegos familiares, sus conversiones lo hace un personaje desconcertante (Brunschivicg, 1912; Bishop, 1928).Su pensamiento encierra la profundidad de su filosofía, que trasciende del espíritu geométrico al espíritu de la finesa. La matemática y la física de Pascal es entendible solo cuando se logra hacer una clara distinción entre estos dos espíritus. Pascal es el hombre del siglo XVII que busca trascender su humanidad en medio de la soledad incesante que siente al estar en el mundo. Es inventor de la pascalina y de un sistema de transporte público, por lo tanto, su pensamiento creativo e imaginativo lo hacen más complejo todavía (Brunschivicg, 1912). Toda su filosofía está sujeta al Jansenismo que es una postura ética, la defensa que hace del jansenista Arnauld (Filósofo, matemático y teólogo), así lo devela. Pascal es un burgués que se mueve en el círculo de los nobles, aprende de ellos las cosas mundanas, las vive y experimenta; pero después de vivirlas llegan las conversiones, que se pueden interpretar como una búsqueda más de Pascal para entender la trascendencia del Ser. (Brusnchivicg, 1942; Bishop, 1928)

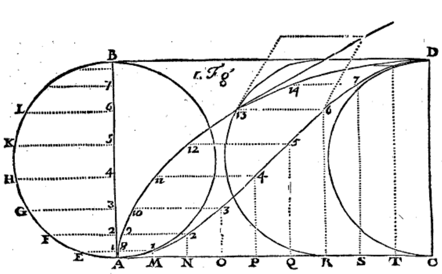
La incursión de Pascal en los indivisibles es un episodio desconcertante porque oficialmente ya se había retirado de las matemáticas y, ciertamente, no estaba al tanto del "estado del arte" en ese momento, por ello tuvo que cambiar los términos del concurso que había propuesto para resolver problemas relacionados con la Ruleta (Cicloide), porque muchos ellos ya habían sido resueltos (Merker, 1995). En su obra el *Tratado de la Ruleta*, que es una compilación de cartas, presenta su trabajo sobre los indivisibles (Pascal, 1658). En este utiliza el método de la balanza de Arquímedes para hallar, por ejemplo: el centro de gravedad de una figura, esto es desconcertante pues para la época el método del gran geómetra alejandrino estaba perdido (Heiberg,1909). Pascal es un ser que se siente "perdido" en el mundo y busca desesperadamente algo a lo cual aferrarse, busca un centro y una periferia. Según Borges, en la *Esfera de Pascal*, buscaba estas cosas en el universo, ya no en Dios. Los indivisibles fueron tal vez su última búsqueda, una búsqueda que no es propiamente matemática, sino metafísica. Por eso, quizás, la influencia que tuvo en Leibniz. Los pasajes del *Tratado de la Ruleta* en los que aborda los indivisibles están llenos de contradicciones formales que se disuelven en miradas dialécticas. Este camino no es geométrico, no es matemático, es el camino de los espíritus finos, cada contradicción formal, por ejemplo aquella entre lo finito y lo infinito, es un camino que se divide en dos, una bifurcación. Borges tiene razón, cuando dice que Pascal estaba en un laberinto, en una sin-salida de cara a la nada, al vacío.

Escena 4: *La métaphysique chymérique*. El *Traité des indivisibles* de Roberval

Es la escena "liberadora de la geometría de los indivisibles". El controvertido personaje no proviene de la nobleza, ni de la burguesía, es hijo de campesinos y comienza sus estudios a los 14 años de vida. Catalogado por los intelectuales de la época (Descartes, Fermat, Torricelli, entre otros) como un hombre pendenciero y "vulgar", pese a ello se mantiene y es reconocido en el medio de los intelectuales, sus luchas por lograrlo son admirables (Jullien, 2009). Este hombre con sus ideas filosóficas desea liberar la geometría de la teología y de la metafísica, considerando esta última como quimérica. A los indivisibles los libera del excesivo rigor matemático que los escolásticos le exigen, rigor que posiblemente no se hace necesario cuando se indaga por el cómo de las cosas. Sorprenden las 5 reglas y 35 principios que establece para lograr el conocimiento, llama la atención el primer principio que dice: "Cualquiera que piense es un ser, y todo esto que se piensa, es verdadero si se le piensa", algo que evoca el famoso "*Cogito ergo sum*" de Descartes. Roberval fue completamente anticartesiano (Cousin, 1845).

El *Tratado de los indivisibles* es un manuscrito que se encuentra al momento de la muerte de Roberval y publicado posteriormente por la Academia de Ciencias en 1693. Son apuntes, no totalmente organizados. Al inicio Roberval expone que usará el método de los indivisibles y que para ello se hace "preciso suponer que toda línea, sea recta o curva, puede dividirse en una infinidad de partes o líneas pequeñas, todas iguales entre sí o que cumplen entre ellas cierta progresión prescrita..." (Roberval, 1693). Inicia con argumentos sobre el tratamiento de un conjunto finito de puntos y lo extiende a los conjuntos infinitos, después sigue con la cicloide y otros temas que pueden ser encontrados en Tamayo (2018). Es interesante la forma como por medio del conteo de puntos llega a que el área del triángulo es la mitad del área de un rectángulo, durante el proceso analiza la expresión *1/n* que tiende a cero cuando *n* tiende a infinito.

De la cicloide hace una definición precisa y haciendo uso de los indivisibles detalla la forma de hallar el área bajo media cicloide, para guiar a los lectores en la solución al problema usa el siguiente dibujo:



(Tomado de: Roberval,1693)

Llega de manera clara e impecable a que el área bajo media cicloide es $\frac{3}{2}\pi r^2$, donde r es el radio de la circunferencia que la genera (Roberval, 1693; Tamayo, 2018).

A modo de Conclusiones

Cualquier estudio que se hace es solo una aproximación al objeto en cuestión. En el estudio realizado se enfatizó en el objeto autor – obra, surgiendo las siguientes reflexiones.

El símbolo de los indivisibles:

El término indivisible no se define en ninguna de las obras de nuestros personajes, solo lo usan, pues como bien lo pensaba Roberval: "su definición se hace innecesaria porque es clara para todos". Se puede interpretar como un símbolo para entender el continuo y la estrecha conexión que tiene con el movimiento. El conocimiento como símbolo es una expresión que configura ideas de poder, intelecto, entre otras. A este tipo de expresiones se vieron avocados nuestros personajes cuando dieron a conocer sus teorías sobre los indivisibles.

Diversos lenguajes para los indivisibles:

Para Cavalieri los indivisibles son colecciones de objetos a los cuales se le puede asignar una cantidad o medida. Para Mengoli son, de otro lado algebraicos, es decir, se pueden sumar y multiplicar. Para Pascal son homogéneos y heterogéneos, algo que solo se hace comprensible si se comprende su dialéctica. Desde la altura del pensamiento de Pascal todo se reduce a cómo decir las cosas y él lo dice de varias maneras que pueden ser contradictorias para la lógica formal. Roberval es un matemático con tendencia "moderna" aprovecha y usa todo lo conocido de los indivisibles, por ejemplo suma los indivisibles de una línea, infinitamente pequeños pero variables, al estilo de Mengoli.

Rigor y demostración en las teorías de los indivisibles

La emergencia de los indivisibles deja ver una fuerza de voluntad que es mucho más fuerte que todos los requisitos de rigor y los estrictos argumentos en las demostraciones. Nuestros personajes recurren más a las explicaciones intuitivas y heurísticas, las cuales se revelan más poderosas y significativas que el formalismo del aparato apodíctico que se pretende defender.

Las verdades primeras en las teorías de los indivisibles se ven cobijadas por una oscuridad que se puede aclarar fácilmente si se acepta que ellas no deberían ser objeto de una demostración, sino más bien un postulado o axioma (verdades de fe). Roberval se deshace convenientemente de los tales "principios fundamentales", los da por sentado y se dedica a encontrar sus consecuencias.

La "desaparición" de los indivisibles en la historia oficial de las matemáticas.

En muchos casos los historiadores de las ciencias y de las matemáticas, buscan que los conceptos "triunfantes" tengan un sustento histórico y epistemológico para reafírmales su trascendencia y validez. Así, "la historia se va distorsionando y falseando en medio de la ausencia mística que rodea el conocimiento humano" (Koselleck, 2004). La historiografía de los indivisibles se ha puesto siempre en relación directa con la historia de los infinitesimales, haciendo que las circunstancias que se vivieron entorno a ellos se desvanezcan y desaparezcan en el tiempo. En la historia oficial, los indivisibles son interesantes porque permitieron "dar luz a los infinitesimales", por esta razón y otras más, los indivisibles sucumbieron dentro de los infinitesimales.

El concepto de los indivisibles en relación con la historia cultural de la ciencia.

El concepto indivisible usado por nuestros personajes es propio de su época y tiene relación interna con el contexto social, cultural y científico. La Historia Conceptual que está en relación con la Historia Social y con la Historia Cultural de las Ciencias, considera que los conceptos, fuentes inspiradoras para las teorías, se construyen y configuran de acuerdo con el contexto social en el que van emergiendo, pues los conceptos no tienen un único lugar histórico, por ejemplo el concepto de indivisible sufrió diversas metamorfosis desde la antigüedad hasta el Renacimiento, mediadas por el ámbito social y cultural. Por ejemplo en la época de nuestros personajes, el término indivisible se configura, en sentido universal y semántico, a la manera de un concepto con contenido propio que alude a las nociones de lo no divisible, lo continuo, lo infinito y lo cambiante (el movimiento); esta última noción se revela más incipiente que las otras. Bajo tal idea nuestros personajes resolvieron de forma "lógica" los problemas matemáticos que se discutían científica y socialmente. Ellos soñaron y crearon una idea de indivisible que no la podemos desconocer y esconder, tampoco la debemos supeditar a que emerja histórica y epistemológicamente bajo los estudios de los conceptos "triunfantes" (infinitesimales), pues los indivisibles pudieron haber sido el lenguaje hegemónico del análisis del infinito en el cenit de la Modernidad.

BIBLIOGRAFIA

Andersen, K. (1985). Cavalieri's method of indivisibles. *Archive for History of Exact Sciences*, 31 4, 291-367. Recuperado de http://www.math.ist.utl.pt/~jroquet/Andersen.pdf

Bishop, M. (1928). *Pascal: La vida del genio*. México: Hermes.

Brunschivicg, L. (1924). *Le Génie de Pascal*. Paris: Librairie Hachette.

Cavalieri, B. (1653). *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*. Bononiae, de Ducijs,.

Cousin, M. (1845). *Roberval Philosophe.* Journal des Savants, mars, p.129

Foucault, M. (1971). *Nietzsche, la genealogía, la historia* España, Valencia: Pre-Textos, 1992.

Heiberg, J. L. (1909). *Geometrical Solutions Derived from Mechanics: A Treatise of Archimede.* Chicago: Open Court

Jullien, V. (2009). *Une épistémologie du XVIIe siècle, Roberval*. Actes du congrès 2008 de Montpellier de la Société Guillaume Budé, 2009. Recuperado en http://www.caphi.univ-nantes.fr/Une-epistemologie-du-XVIIe-siecle

Koselleck, R. (2004). *historia/Historia*. Madrid: Editorial Trota, S.A.

Koselleck, R; Gadamer, H-G. (1987). *Historia y Hermenéutica*. España, Barcelona: Ediciones Paidós.

Lakatos, I (1978). Escritos Filosóficos 2. Matemáticas, Ciencias y Epistemología. España: Editorial Alianza.

Lombardo- Radice, L (1966). *Geometria degli indivisibili di Bonaventura Cavalieri*. Stampato in Italia, Tipografia Torinese S.p.A – Strada del Barrocchio 83, Torino.

Massa, Mª R. (1998). Estudis matemàtics de Pietro Mengoli (1625-1686): Taules triangulars i quasi proporcions com a desenvolupament de l'àlgebra de Viète. *Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona*, Barcelona.

Merker, C. (1995). *Le chant du cygne des indivisibles. Le calcul intégral dans la dernière oeuvre scientifique de Pascal.* Collection «*Didactiques*», Série «*Mathématiques* ». Éditeur Presses Universitaires Franc-Comtoises Université de Franche-Comté 25030 BESANÇON Cedex – France.

Mengoli, P. (1659). *Geometriae speciosae elementa*. Library University of the Michigan. Recuperado en: https://archive.org/details/geometriaespeci00menggoog

Pascal, B. (1658). *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* o *Traité de la roulette*. En Oeuvres de Blaise Pascal. Nouvelle Édition. Tome Cinquiéme. A Paris, Chez Lefèvre, Libraire, Rue de L'éperon, 3 6, 1819.

Pimentel, J. (2010). ¿Qué es la historia cultural de la ciencia? *ARBOR Ciencia y pensamiento Cultural*, CLXXVI (743), mayo-junio, 417-424.

Reale, G; Antiseri, D (1988). *Historia del pensamiento filosófico y científico*. Vol. 3. Barcelona, España: Herder.

Roberval, G, P. (1693). *Traité des indivisibles*. En Académie des sciences. Paris. Divers ouvrages de mathématiques et de physique. Recuperado en: http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5493994j?rk=21459;2

Serres, M. (1989). *Historia de las Ciencias*. España: Cátedra.

Solanilla, L; Tamayo, A.C. (Mayo de 2014). Lectura e interpretación de textos históricos matemáticos: el "método" de Arquímedes. En Rúa (Director). VI Congreso Internacional en formación y Modelación en Ciencias Básicas. Universidad de Medellín, Colombia

Szwajcer, M (s.f). Anaxagore. Doxographie-fragments. Recuperado en: http://remacle.org/bloodwolf/philosophes/anaxagore/fragments.htm

Tamayo, A, C. (2018). Escenas de representación matemática de los indivisibles en el siglo XVII. (Tesis doctoral). Facultad de Ciencias Económicas y Humanas, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.