XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education

El número natural como obstáculo en la comprensión del racional

Juan Manuel **González-Forte**
Universidad de Alicante
España
juanma.gonzalez@ua.es
Ceneida **Fernández**
Universidad de Alicante
España
ceneida.fernandez@ua.es
Salvador **Llinares**
Universidad de Alicante
España
sllinares@ua.es

Resumen

Algunas dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión del número racional están vinculadas a la aplicación inapropiada de las propiedades de los números naturales (fenómeno *natural number bias*). El objetivo de esta investigación es identificar perfiles de estudiantes de educación primaria y secundaria cuando resuelven tareas sobre la magnitud, la densidad y las operaciones con números racionales y su evolución a lo largo de los cursos. Participaron 438 estudiantes desde 5º de educación primaria (10 años) hasta 4º de Educación Secundaria Obligatoria (16 años). En los resultados se muestran las características de siete perfiles identificados y sus relaciones en cuanto a la evolución a lo largo de los cursos.

Palabras clave: *natural number bias*, *gap thinking*, perfiles, educación primaria y secundaria.

Introducción y marco teórico

Comprender el número racional es una parte esencial de la competencia matemática, ya que facilita la adquisición de contenidos matemáticos más avanzados como el álgebra y el cálculo (Behr, Lesh, Post y Silver, 1983). Sin embargo, desde la década de los 80 las investigaciones están mostrando que los estudiantes de educación primaria y secundaria, e incluso los adultos, tienen dificultades en la comprensión de diferentes aspectos de los números racionales (Fischbein, Deri, Nello y Marino, 1985; Moss y Case, 1999; Resnick et al., 1989; Stafylidou y Vosniadou, 2004), mostrando que es un contenido complejo. Una de las posibles causas de estas dificultades es la tendencia a aplicar (inapropiadamente) propiedades de los números naturales. La aplicación inapropiada de propiedades de los números naturales para resolver tareas de números racionales se está denominando fenómeno *natural number bias* (Ni y Zhou, 2005; Van Dooren, Lehtinen y Verschaffel, 2015).

La investigación sobre este fenómeno está siendo replanteada a nivel internacional en los últimos años desde nuevas perspectivas, que subrayan que el conocimiento sobre los números naturales facilita la resolución de tareas de números racionales que son compatibles con este conocimiento, pero provoca el efecto contrario cuando las tareas no son compatibles con dicho conocimiento (Vamvakoussi, Van Dooren y Verschaffel, 2012; Van Dooren et al., 2015). Los resultados obtenidos indican que los estudiantes resuelven de forma más eficaz las tareas con los números racionales que son compatibles con el conocimiento de los números naturales que aquellas en el que el conocimiento de los números naturales no es compatible con la tarea propuesta (Stafylidou y Vosniadou, 2004).

Con el fin de conocer en qué medida el conocimiento sobre el número natural interfiere en la comprensión de número racional, las investigaciones previas han considerado tres dominios: la magnitud de los números (su tamaño relativo), las operaciones aritméticas y la densidad (Obersteiner, Van Hoof, Verschaffel y Van Dooren, 2016; Van Hoof, Vandewalle, Verschaffel y Van Dooren, 2015), teniendo en cuenta el papel desempeñado por las distintas representaciones de los números racionales (fracciones y números decimales).

Magnitud

A menudo los estudiantes de educación primaria y secundaria se basan en la ordenación de los números naturales cuando comparan fracciones, considerando que “a mayor numerador y denominador, mayor es la fracción” (Gelman, Cohen y Hartnett, 1989; Resnick, et al., 1989). Este conocimiento es compatible para resolver tareas de comparación de fracciones congruentes con la ordenación de los números naturales (aquellas en las que la fracción mayor tiene el numerador y el denominador mayor: 2/3 vs. 7/9) y no compatible para resolver tareas incongruentes con la ordenación de los números naturales (la fracción mayor tiene un numerador y un denominador menor: 3/4 vs. 5/9) (González-Forte, Fernández y Van Dooren, 2018; Van Hoof, Lijnen, Verschaffel y Van Dooren, 2013). Sin embargo, estudios recientes han obtenido resultados contrarios en los que los estudiantes tienen mayor nivel de éxito en las tareas incongruentes que en las congruentes. Estos resultados han sido obtenidos en estudiantes universitarios (DeWolf y Vosniadou, 2015) y en expertos matemáticos (Obersteiner, Van Dooren, Van Hoof y Verschaffel, 2013), poniéndose de manifiesto la necesidad de considerar otras posibles causas no relacionadas con el *natural number bias* que expliquen las dificultades encontradas en este tipo de tareas, como el uso de estrategias erróneas como *gap thinking* “a menor diferencia entre numerador y denominador, mayor es la fracción” (Pearn y Stephens, 2004) y la estrategia *reverse bias* “cuanto más pequeño es el denominador, mayor es la fracción” (DeWolf y Vosniadou, 2015).

En cuanto a las tareas de comparación usando números decimales, los estudiantes de educación primaria y secundaria tienden a creer que cuantos más dígitos tiene la parte decimal, más grande es el número (Resnick et al., 1989). Por ejemplo, que 0.37 es mayor que 0.6 ya que 37 es más grande que 6. El rol del cero también desempeña un papel importante en las tareas de comparación de números decimales, ya que a menudo los estudiantes consideran que añadir un 0 al final de un número decimal incrementa su valor (0.320 es mayor que 0.32) (Durkin y Rittle-

Johnson, 2012).

Operaciones aritméticas

Cuando los estudiantes aprenden las operaciones aritméticas con los números naturales pueden asumir que la suma y la multiplicación "siempre dan como resultado un número mayor", y la resta y la división "siempre dan como resultado un número menor" (Fischbein et al., 1985). Sin embargo, esta afirmación no siempre es válida para los números racionales. Investigaciones indican que los estudiantes tienen mayor nivel de éxito y necesitan menos tiempo para estimar el resultado en tareas en las que se multiplica o divide un número natural por un racional mayor a la unidad: $3 \times 7/5$ o $3 \div 1.5$ que son congruentes con el modelo implícito anterior, que en las tareas en las que se multiplica o divide un número natural por un racional inferior a la unidad: 7×0.5 o $7 \div 1/3$) (Obersteiner et al., 2016; Van Hoof et al., 2015), que no es compatible con el modelo implícito generado por los números naturales.

Densidad

A diferencia de los números naturales, hay infinitos números racionales entre dos racionales (densidad). El concepto de densidad es complejo de comprender en estudiantes de educación primaria y secundaria, e incluso en adultos (Vosniadou y Verschaffel, 2004). Por ejemplo, los estudiantes tienden a considerar que entre 3/5 y 4/5 no hay ningún número, o que entre 4/7 y 6/7 únicamente está 5/7 (Merenluoto y Lehtinen, 2004; Vamvakoussi et al., 2012). Lo mismo ocurre con los números decimales, a menudo los estudiantes tienden a considerar que entre 1.67 y 1.68 no hay ningún número, o que entre 0.45 y 0.47 únicamente está el 0.46 (Moss y Case, 1999).

Nuestro estudio

La presente investigación tiene como objetivos (i) identificar perfiles de estudiantes con diferentes formas de comprender el número racional considerando sus respuestas a tareas de magnitud, densidad y de operaciones aritméticas de los números racionales (fracciones y números decimales), y (ii) examinar la evolución de los perfiles desde 5º de educación primaria a 4º de educación secundaria. La inclusión de los tres dominios de los números racionales en un mismo estudio puede permitir identificar relaciones entre ellos, así como caracterizar perfiles de estudiantes y su evolución con los años.

Método

Participantes

Los participantes fueron 438 estudiantes de primaria (10-12 años) y secundaria (12-16 años, ESO) pertenecientes a cuatro centros educativos (dos centros de educación primaria y dos centros de educación secundaria) de diferentes localidades de la provincia de Alicante (España) (Tabla 1). Los centros están situados en ciudades donde las familias son de clase media y alta.

Tabla 1

Número de participantes por curso

	Primaria		**Secundaria**				
Curso	5º	6º	1º	2º	3º	4º	**Total**
Nº de estudiantes	85	81	78	81	57	56	438

Instrumento y análisis

Diseñamos un test compuesto por 16 ítems sobre los tres dominios: magnitud, densidad y operaciones, incluyendo diferentes representaciones: fracción y decimal. Se incluyeron ítems congruentes e incongruentes con el conocimiento sobre el número natural (Tabla 2). El test estaba formado por 7 ítems de magnitud (2 congruentes y 5 incongruentes), 5 ítems de densidad (2 congruentes y 3 incongruentes) y 4 ítems de operaciones (2 congruentes y 2 incongruentes). Con relación al dominio de la magnitud, se propusieron 4 ítems de comparación de fracciones y 3 ítems de ordenación/comparación de números decimales. En los ítems de comparación de fracciones, se incluyeron 2 ítems con distinta diferencia entre numerador y denominador, donde el uso de la estrategia *gap thinking* lleva a la respuesta correcta (2/7 vs. 5/8: la fracción mayor tiene menos diferencia entre numerador y denominador); y 2 ítems con la misma diferencia, donde no se podía aplicar la estrategia *gap thinking*. De hecho, los estudiantes que usan la estrategia *gap thinking* para comparar, al observar la misma diferencia en estos ítems piensan que ambas fracciones son iguales. Para estudiar la densidad se propusieron 5 ítems en los que se pedía escribir un número entre dos racionales dados. Finalmente, el dominio de las operaciones aritméticas fue estudiado a través de 4 ítems de multiplicación de un número natural por un racional. Los estudiantes no solo debían resolver los ítems, sino que también se les pidió que justificaran sus respuestas.

Tabla 2

Ejemplos de ítems propuestos en el test

	Congruente	**Incongruente**
Densidad	Escribe dos fracciones entre 2/7 y 5/7	Escribe dos fracciones entre 3/5 y 4/5
	Escribe dos números entre 0.2 y 0.9	Escribe dos números entre 0.4 y 0.5
Operaciones	Si multiplicamos 7 × 1.5 ¿el resultado será mayor o menor que 7?	Si multiplicamos 5 × 1/2 ¿el resultado será mayor o menor que 5?
Magnitud	Rodea la fracción mayor: 2/3 vs. 7/8	Rodea el número mayor: 0.37 vs. 0.5

Se llevó a cabo un análisis clúster con el software SPSS 23, con el fin de identificar clústers de comportamiento de los estudiantes en los diferentes dominios y cursos. Para ello, se codificaron las respuestas de los estudiantes en cada ítem con un 1 si la respuesta era correcta, y con un 0 si la respuesta era incorrecta o estaba en blanco. Además, se examinaron las justificaciones proporcionadas a las respuestas de los estudiantes con el fin de dar sustento a los resultados obtenidos tras el clúster. Los clústers obtenidos nos han permitido identificar siete perfiles de comportamientos de estudiantes que describimos a continuación.

Resultados

Descripción de los perfiles

Los siete clústers obtenidos permitieron clasificar el 95.88% de los estudiantes y los hemos denominado: Correcto, Full NNB, Density&Operation NNB, Fraction NNB, Reverse Operation, Reverse Size y Gap thinker. El ítem de densidad incongruente con fracciones no fue resuelto por casi ningún estudiante, por lo que no fue clave en la determinación de perfiles y no se tiene en cuenta en su descripción.

Perfil *Correcto* (29.22%). Estudiantes que resolvieron correctamente todos los ítems a excepción del de densidad incongruente con fracciones que no fue resuelto correctamente por casi ningún estudiante (tal y como se ha comentado anteriormente).

Perfil *Full NNB* (16.44%). Estudiantes que resolvieron únicamente de forma correcta los ítems congruentes con el conocimiento de los números naturales en los tres dominios.

Perfil *Density&Operation NNB* (6.39%). Estudiantes que resolvieron de forma correcta los ítems congruentes de todos los dominios, y los ítems incongruentes de magnitud con números decimales.

Perfil *Fraction NNB* (20.55%). Estudiantes que resolvieron correctamente los ítems congruentes e incongruentes con números decimales en todos los dominios. Sin embargo, con fracciones, únicamente respondieron correctamente los ítems congruentes.

Perfil *Reverse operations* (5.02%). Estudiantes que respondieron tuvieron más éxito en los ítems congruentes que los incongruentes tanto con fracciones como con decimales en magnitud y densidad, pero tuvieron más éxito en los ítems incongruentes que en los congruentes en el dominio de las operaciones.

Perfil *Reverse size* (4.79%). Estudiantes que tuvieron más éxito en los ítems incongruentes que en los congruentes en el dominio de la magnitud con fracciones. En el resto de dominios, tuvieron más éxito en los ítems congruentes.

Perfil *Gap thinker* (13.47%). Estudiantes que tuvieron más éxito en los ítems de magnitud con fracciones con distinta diferencia (donde el *gap thinking* lleva a la respuesta correcta) que en los ítems con misma diferencia. El resto de dominios los respondieron correctamente.

Evolución de los perfiles

A continuación, se describe, de manera general, la evolución de los perfiles desde 5º de educación primaria hasta 4º de educación secundaria (Figura 1).

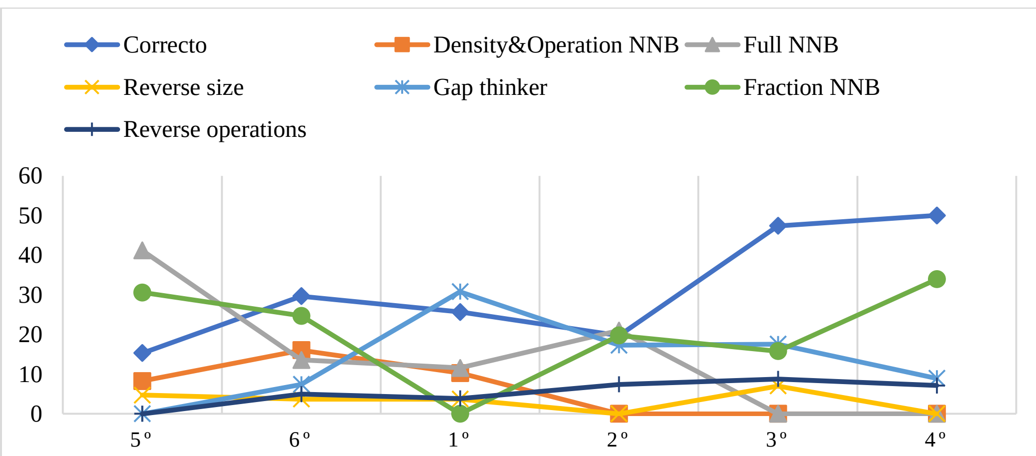

Figura 1. Evolución de los perfiles desde 5º de primaria hasta 4º de secundaria

En 5º de primaria predominan los perfiles *Full NNB* (41.18%) y *Fraction NNB* (30.59%), mientras que el perfil *Correcto* tiene un 15.29%. También aparece la presencia del perfil *Density&Operation NNB* (8.24%). Estos datos indican que, más del 75% de los estudiantes de 5º curso de primaria utilizaron incorrectamente propiedades de los números naturales para resolver tareas con números racionales en algunas de las tareas. De 5º a 6º de primaria aumentan los perfiles *Correcto* (29.63%) y *Density&Operation NNB* (16,05%), pero decrece el *Full NNB* (13.58%) y el *Fraction NNB* (24.69%). De este modo, en 6º de primaria el porcentaje de estudiantes de los perfiles *Fraction NNB* y *Density&Operation NNB* supera al *Full NNB* lo que indica que los estudiantes de 6º curso comienzan a resolver correctamente ítems incongruentes con decimales en los diferentes dominios.

En 1º de Educación Secundaria hay un incremento del perfil *Gap thinker* (30.77%), siendo el curso con mayor número de participantes en este perfil. Por el contrario, los perfiles *Correcto* (25.64%), *Full NNB* (11.54%), *Density&Operation NNB* (10.26%) decrecen y *Fraction NNB* desaparece. Este resultado muestra que, aunque decrece el fenómeno *natural number bias* no aumenta el perfil *Correcto,* sino que aumenta el perfil *Gap thinker*. En 2º de ESO hay un aumento del perfil *Full NNB* (20.99%) y *Fraction NNB* (19.75%) de nuevo, y un decrecimiento de los perfiles *Gap thinker* (17.28%) y *Correcto* (19.75%). En 3º de ESO aumenta significativamente el perfil *Correcto* (47.37%), mientras que el perfil *Gap thinker* (17.54%) se mantiene en el mismo porcentaje que el curso anterior. El perfil *Fraction NNB* (15.79%) decrece ligeramente, mientras que el perfil *Full NNB* desaparece. Sin embargo, el descenso de los perfiles *Fraction NNB* y *Full NNB* se corresponde con un aumento del perfil *Reverse size* (8.77%), alcanzando su máximo porcentaje de empleo en este curso y también con un aumento desde 2º de la ESO del perfil *Reverse operations*. Finalmente, en 4º de ESO, el perfil *Correcto* (50%) aumenta, y disminuyen los perfiles *Gap thinker* (8.92%) y *Reverse size* (desaparece), mientras que el perfil *Fraction NNB* (33.93%) aumenta, siendo el curso con mayor número de participantes en este perfil.

Discusión y conclusiones

El objetivo de este estudio es identificar perfiles de estudiantes cuando resuelven tareas sobre la magnitud, la densidad y las operaciones aritméticas con los números racionales, y examinar su evolución desde 5º de educación primaria a 4º de educación secundaria. El análisis clúster determinó siete perfiles: *Correcto*, *Full NNB*, *Fraction NNB*, *Density&Operaton NNB*, *Gap thinker*, *Reverse size* y *Reverse operation*.

El análisis de la evolución de los perfiles permite señalar las siguientes conclusiones. En los primeros cursos de educación primaria predominan los perfiles *Full NNB* y *Fraction NNB*, lo que ratifica que los estudiantes usan las propiedades de los números naturales cuando comienzan a aprender los números racionales –fenómeno *natural number bias* (Ni y Zhou, 2005; Van Dooren et al., 2015) aunque no sea pertinente su uso. Además, los resultados muestran que el *natural number bias* decrece en números decimales con el aumento de los cursos, desapareciendo a partir de 3º de ESO (Van Hoof et al., 2018). Sin embargo, aunque este fenómeno desaparece con las fracciones a principio de la educación secundaria, aumenta a lo largo de la secundaria llegando a su porcentaje más alto en 4º de la ESO. Por tanto, los estudiantes de 4º de la ESO siguen considerando que “una fracción es mayor si su numerador y denominador son mayores” (DeWolf y Vosniadou, 2015), que “no hay, o hay un número finito de números racionales entre dos dados” (Merenluoto y Lehtinen, 2004; Vamvakoussi et al., 2012), y que “las multiplicaciones siempre dan como resultado un número mayor” (Fischbein et al., 1985).

Por otro lado, los resultados muestran que el perfil *Correcto* desciende de 6º de primaria a 2º de ESO y luego vuelve a aumentar. Este descenso de respuestas correctas se corresponde con un aumento del perfil *Gap thinker,* formado por estudiantes que se basan en la estrategia incorrecta *gap thinking* “a menor diferencia entre numerador y denominador, mayor es la fracción” (Pearn y Stephens, 2004) para resolver las tareas de comparación de fracciones. De este modo, el perfil *Gap thinker* lo forman estudiantes que únicamente tienen dificultades a la hora de determinar la magnitud de las fracciones. Sin embargo, el resto de tareas las resuelven correctamente. Además, es destacable el hecho de que el perfil *Correcto* se observe únicamente en un 50% de los estudiantes al final de la etapa secundaria, por lo que la mitad de la muestra en el último curso de educación secundaria todavía tiene dificultades en la comprensión de algún dominio. También es destacable que se ha considerado como *Correcto* al perfil de estudiante que respondió correctamente todos los ítems, a excepción del de densidad incongruente con fracciones que no fue resuelto correctamente por casi ningún estudiante. Estos datos indican que el dominio de la densidad es el más difícil de comprender para estudiantes de educación primaria y secundaria (Vosniadou y Verschaffel, 2004). Además, se observan diferencias entre las formas de representación en este dominio, ya que los estudiantes en la mayoría de los perfiles fueron capaces de escribir un número entre 0.4 y 0.5, pero no entre 3/5 y 4/5.

El perfil *Density&Operation NNB* está únicamente presente en 5º, 6º y 1º ESO, y evidencia la transición entre el perfil *Full NNB* y el perfil *Fraction NNB*. Este resultado parece indicar, en los ítems utilizados en nuestro estudio, que los estudiantes primero desarrollan la comprensión de los números decimales, y posteriormente sobre las fracciones; y a su vez, primero desarrollan una comprensión en los ítems de magnitud y posteriormente de las operaciones y la densidad (Van Hoof et al., 2018). Por otro lado, el perfil *Reverse operation* evidencia la presencia de ciertos estudiantes, desde 6º hasta 4º ESO, que consideran que “multiplicar un número natural por un racional siempre va a dar como resultado un número menor”, al contrario de lo que ocurre con los números naturales. Finalmente, el perfil *Reverse size*, formado por estudiantes que consideran que “cuanto más pequeño es el denominador, mayor es la fracción” (DeWolf y Vosniadou, 2015), parece mantener una trayectoria constante a lo largo de los cursos, sin ser predominante en ninguno de ellos.

Esta investigación tiene implicaciones para la enseñanza. En primer lugar, proporciona información sobre la comprensión sobre los racionales a lo largo de la educación primaria y secundaria a tener en cuenta en la elaboración de secuencias de enseñanza. En segundo lugar, proporciona información para el diseño de trayectorias hipotéticas de aprendizaje del estudiante, en este caso sobre la comprensión de los números racionales, para ser usadas en los programas de formación inicial de maestros y profesores de matemáticas.

Agradecimientos

Esta investigación se ha llevado a cabo con el apoyo de la Conselleria d’Educació, Investigació, Cultura i Esport (Generalitat Valenciana, España) (PROMETEO/2017/135).

Referencias

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. y Silver E. (1983). Rational Number Concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91-125). New York: Academic Press.

DeWolf, M. y Vosniadou, S. (2015). The representation of fraction magnitudes and the whole number bias reconsidered. *Learning and Instruction*, *37*, 39-49.

Durkin, K. y Rittle-Johnson, B. (2012). The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction*, *22*(3), 206-214.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S. y Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education*, *16*, 3-17.

Gelman, R., Cohen, M. y Hartnett, P. (1989). To know mathematics is to go beyond thinking that “fractions aren’t numbers.” En C. Maher, G. Goldin, y R. Davis (Eds.), *Proceedings of the eleventh annual* *meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 29–67). New Brunswick, NJ: Center for Mathematics, Science, and Computer Education at Rutgers–The State University of New Jersey.

González-Forte, J.M., Fernández, C. y Van Dooren, W. (2018). Gap and congruency effect in fraction comparison. En E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg y L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 459-466). Umeå, Sweden: PME.

Merenluoto, K. y Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, *14*(5), 519-534.

Moss, J. y Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*, 122-147.

Ni, Y. y Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, *40*(1), 27-52.

Obersteiner, A., Van Dooren, W., Van Hoof, J. y Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, *28*, 64-72.

Obersteiner, A., Van Hoof, J., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2016). Who can escape the natural number bias in rational number tasks? A study involving students and experts. *British Journal of Psychology*. *107,* 537-555.

Pearn, C. y Stephens, M. (2004). Why you have to probe to discover what year 8 students really think about fractions. En I. Putt, R. Faragher,y M. McLean (Eds.), *Proceedings of the 27th Annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 430–437). Sydney, Australia: MERGA.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S. y Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for research in mathematics education*, *20*, 8-27.

Stafylidou, S. y Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and instruction*, *14*(5), 503-518.

Vamvakoussi, X., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(3), 344-355.

Van Dooren, W., Lehtinen, E. y Verschaffel, L. (2015). Unraveling the gap between natural and rational numbers. *Learning and Instruction*, *37*, 1-4.

Van Hoof, J., Degrande, T., Ceulemans, E., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2018). Towards a mathematically more correct understanding of rational numbers: A longitudinal study with upper elementary school learners. *Learning and Individual Differences*, *61*, 99-108.

Van Hoof, J., Lijnen, T., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias? A reaction time study on fraction comparison tasks. *Research in Mathematics Education, 12*(2), 154-164.

Van Hoof, J., Vandewalle, J., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2015). In search for the natural number bias in secondary school students' interpretation of the effect of arithmetical operations. *Learning and Instruction*, *37*, 30-38.

Vosniadou, S. y Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. En L. Verschaffel y S. Vosniadou (Eds.), Conceptual change in mathematics learning and teaching. Special Issue of *Learning and Instruction*, *14*(5), 445–451.