



La interdisciplinaridad para el estudio de las fracciones

Luis Alexander **Conde** Solano

Departamento de Ciencias Básicas, Universidad de Medellín

Colombia

lconde@udem.edu.co

Gerardo Elias **Sepúlveda** Restrepo

Secretaría de Educación del Departamento de Antioquia

Colombia

illecebris@hotmail.com

Marco Antonio **Ayala** Chauvin

Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL)

Ecuador

maayala5@utpl.edu.ec

Resumen

El objetivo de este estudio es analizar la construcción de la noción de equipartición de fracción en estudiantes de primaria, a través de un contexto interdisciplinar articulado entre las matemáticas y la música. Este interés surgió de nuestra práctica al observar que los métodos utilizados en la actualidad para la enseñanza de las fracciones, adolece de un mecanismo de comprobación de la existencia o no de la equidad de las partes. Los participantes fueron 17 estudiantes de 4° y 5° grado de educación primaria del sector rural de Antioquia. El análisis de la información recolectada permitió reconocer que los vínculos entre las matemáticas y la música pueden constituirse en un escenario interdisciplinar diferente a los tradicionales, para que los estudiantes por medio de experiencias y representaciones puedan construir una noción de equipartición de fracción.

Palabras clave: Interdisciplinaridad, fracción, matemática, música

Introducción

El uso de las fracciones representa una necesidad relevante para el desenvolvimiento de los estudiantes en la sociedad, a partir de la interpretación de los datos matemáticos con los que interactúa a diario; competencia que el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006) espera haya sido adquirida al terminar el quinto grado de básica primaria.

El dominio de este objeto matemático implica entrar en interacción con diferentes nociones, como lo es la equipartición, un aspecto que generalmente es abordado de manera estática en las aulas de clase, sin mecanismos de verificación y, por ende, sin la generación de

autonomía en la valoración de la coherencia de las respuestas dadas a las situaciones que se les presenta a los estudiantes. Para Kieren (1980) la acción de equipartir, es la base fundamental para la creación y aplicación del conocimiento del número fraccionario.

En el ejercicio escolar, los estudiantes y los maestros se enfrentan a dificultades sobre la comprensión y representación de las fracciones, tal vez consecuencia del uso de ejemplos para introducir la equipartición. En ejemplos como: partir frutas, chocolatinas o pasteles, se pasa por alto las unidades de medida, el tamaño de las partes, medio continuo, discreto, equivalencias, entre otros. En este escenario, consideramos que la apuesta interdisciplinaria entre las matemáticas y la música, ofrece una estrategia didáctica en el estudio de los fraccionarios diferente a las usadas tradicionalmente, de las cuales emergen imprecisiones a la hora de transponerlas a situaciones del contexto. Por lo tanto, la interdisciplinariedad como recurso didáctico promueve experiencias y representaciones utilizados por los estudiantes para conjeturar y probar ideas matemáticas emergentes de un fenómeno real observado. Concretamente desde nuestro punto de vista, la aplicación en el aula de actividades interdisciplinarias donde se articulen elementos musicales, objetos sonoros y matemáticos, integrados en procesos de medición, puede ofrecer a los estudiantes posibilidades para construir significados asociados con el objeto fracción.

Marco Conceptual

Actualmente, surgen nuevas problemáticas cada vez más complejas que de cierto modo exigen un trabajo articulado entre diversas disciplinas para su tratamiento. Estos requerimientos de la sociedad moderna necesariamente deben atenderse por medio de la interdisciplinariedad. La idea de un currículo interdisciplinar se puede observar desde la escuela pitagórica donde la música se consideraba una disciplina matemática en la que se estudiaban relaciones de números, razones y proporciones. Para los griegos, la aritmética, geometría, música y astronomía, que formaban el *quadrivium*, junto con la gramática, retórica y dialéctica que formaban el *Trivium* se convirtieron en las siete artes liberales.

En tiempos modernos, en la organización de currículo escolar, según los NCTM (2003) se sugiere la necesidad e importancia en establecer conexiones entre las distintas áreas del conocimiento. Abordar así los contenidos produce algo más que motivar a los estudiantes. “Revela las matemáticas como una disciplina con sentido, en vez de una disciplina en la que el profesor da reglas que deben memorizarse y usarse para hacer los ejercicios”. También en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) se enfatiza que, en la formulación, el tratamiento de situaciones problema con enfoque interdisciplinar contribuye al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de múltiples formas.

Para el interés de este trabajo damos relevancia a las conexiones entre las matemáticas y la música, a partir de las representaciones semióticas visuales desde la perspectiva de De Guzmán (1996); auditivas (McAdams, 1993 y Willems, 1993) y corporales basadas en Conde (2013), como puente dialéctico entre dichas disciplinas. Desde esta perspectiva, se establece un marco conceptual que sirve de soporte para el desarrollo de este estudio y responde a la naturaleza interdisciplinaria de nuestro planteamiento.

Representaciones visuales

Entendemos por representaciones visuales aquellas representaciones pictóricas como diagramas, gráficas, modelos geométricos, animaciones dinámicas virtuales, entre otras, como método para comunicar matemáticas y música.

De Guzmán (1996) señala que los matemáticos se valen de procesos simbólicos y diagramas visuales, aún en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista. Como consecuencia, la visualización aparece así, como algo profundamente natural en la transmisión y comunicación propia del quehacer matemático, en particular, la relación espacio-temporal se constituye en un sistema de representación encargado de organizar la duración de los sonidos y silencios en una línea de tiempo de forma escrita, tal como ocurre en la escritura musical en el pentagrama.

Representaciones auditivas

A diferencia de la actividad matemática, en la música se responde a la naturaleza de evento sonoro, en la cual la representación visual no es la única forma de comunicación y expresión, ya que un músico puede interpretar una melodía sin conocer dicho sistema de escritura. La representación auditiva, implica el desciframiento (reconocer, discriminar e interpretar) de estímulos auditivos asociándolos a experiencias previas (McAdams, 1993). Por lo tanto, se apela a la representación mental en forma de memoria auditiva para establecer relaciones y dar sentido a los sonidos percibidos.

Aunque la cognición auditiva actúa de manera simultánea, los procesos mentales se activan en función de cada cualidad del sonido. Sin entrar en detalle de la función de cada uno de estos elementos, en este estudio se tratan los aspectos que involucran: i) la variación en la duración, relacionada a la medida de tiempo de las figuras musicales y ii) la interrupción regular, que consiste en aquellos que producen repeticiones de una sucesión de sonidos de igual duración alternados con silencios (Willems, 1993).

Representaciones corporales

En la ejecución musical el gesto es un elemento inherente que puede ser relacionado corporalmente con el ritmo. Es decir, la experimentación sensorial de fenómenos sonoros permite al estudiante reconocer estructuras rítmicas por medio de actividad corporal. De esta forma es posible establecer un vínculo entre las estructuras rítmicas y los números fraccionarios (Conde, 2013).

Al realizar la ejecución del ritmo corporalmente (gesto) los estudiantes pueden determinar si el patrón rítmico cumple con ciertas propiedades, por ejemplo, pueden determinar si dos o más patrones rítmicos son equivalentes o no, al interpretarse simultáneamente. Es por ello que el gesto de los estudiantes no está sometido a las interpretaciones personales del maestro, es decir, es validado a través de la reproducción del propio ritmo.

El gesto desde la perspectiva de este trabajo, aunque está influenciado por la cultura e individualidades, es estable en la ejecución ya que posee una estructura rítmica musical. En este caso, los gestos deben ser articulados para cumplir con ciertas reglas temporales que no están sujetas a las interpretaciones de un observador (o experto) porque son inherentes a la métrica musical de un patrón determinado.

Metodología

Esta comunicación hace parte de una investigación de maestría en Educación Matemática. Es de corte cualitativo, cuyas fases de la investigación consistieron en: i) diseño y desarrollo curricular, en la que se estableció en una propuesta didáctica, ii) diseño y desarrollo de software educativo y iii) un análisis cualitativo sobre la manera en que los estudiantes de primaria construyen una noción de equipartición de fracción, a través del contexto interdisciplinar. En este

estudio participaron 17 estudiantes de los grados cuarto y quinto de básica primaria, de una institución educativa rural ubicada al occidente de Antioquia, Colombia.

Los recursos de apoyo elaborados como soporte a las acciones de intervención fueron una guía del docente, un cuaderno de trabajo del estudiante, un software educativo y material manipulativo. Los instrumentos de recolección y organización de la información consistieron en cuadernos de trabajo diligenciados por los estudiantes, videograbaciones de las actividades y un diario pedagógico como herramienta de registro de las experiencias e impresiones que surgieron del desarrollo de las sesiones de clase.

Discusión de resultados

En este apartado se ejemplifican algunas formas cómo los estudiantes a partir de sus experiencias en un contexto interdisciplinario, pueden de cierto modo construir una noción de equipartición de fracción. Para ello exhibimos episodios tomados de los diferentes instrumentos de recolección y organización de la información donde se evidencia el tránsito de una idea intuitiva, pasando por representaciones formales e informes de un fenómeno acústico hasta la consolidación de significados de la noción de equipartición.

Ideas intuitivas sobre la equipartición y sus representaciones no convencionales

La percepción de los sonidos y la necesidad de comunicar estas ideas, acercan a los estudiantes a formas de representación no convencionales ligadas a la descripción del fenómeno acústico percibido. Es así como, tras realizar una actividad de juego que vincula un patrón rítmico regular como los que se muestran en la Figura 1, las representaciones de los estudiantes se aproximan al cumplimiento de criterios de medición, comparación y simbolización.

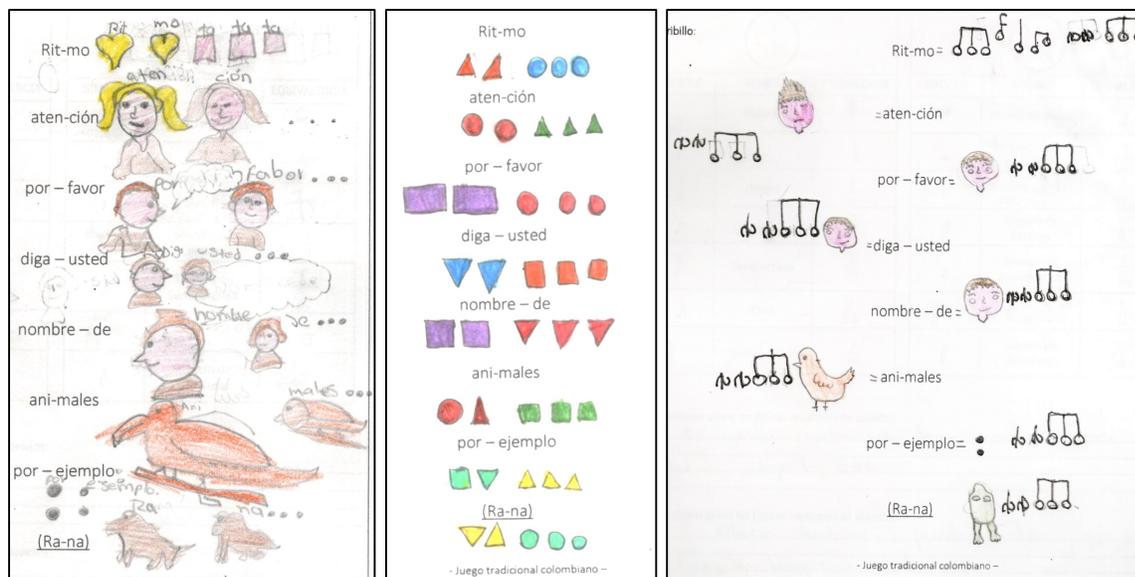


Figura 1. Construcción de patrones rítmicos con representaciones informales

La sensación de partición regular experimentada por los estudiantes, les permite dar sentido a la idea de patrón como experiencias repetidas (Johnson, 1987). Mismas que ofrecen conexiones con experiencias biológicas (pulsaciones del corazón) y experiencias cotidianas como las actividades de baile. En los dos ejemplos anteriores están regulados por pulsaciones, es decir, sonidos con igual tiempo de duración. Precisamente, las ideas intuitivas van surgiendo de

percepciones de eventos sonoros con tiempos de igual duración. Por lo tanto, los estudiantes representan dichos eventos con signos de la misma clase, con el mismo color y proporciones similares, tal como se muestra en la Figura 1.

Ideas sobre la equipartición y sus representaciones convencionales

En el entorno computacional se presentaron tres animaciones (Figura 2). En la primera consiste en barras dinámicas donde se articulan fracciones de sonidos o silencios con recubrimiento de la misma. En la segunda y tercera consiste en ordenar de mayor a menor las figuras musicales y la fracciones.

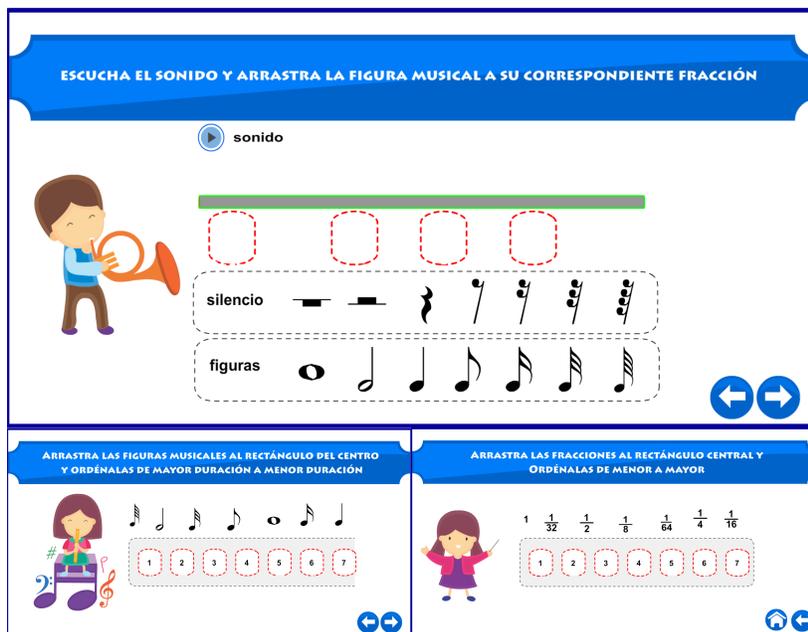


Figura 2. Duración de las figuras, (Software Educativo de acceso público registro: 13-67-227)

En la primera escena, aunque no se menciona la palabra fracción, implícitamente los estudiantes han trabajado con la sensación de partir o de fracturar para hacer discreto el tiempo de duración del sonido en la dimensión temporal. La representación dinámica permitió que los estudiantes reconocieran en una línea de tiempo, sonidos y silencios según su tiempo de duración determinado por los cortes entre sonidos. La idea de “fractura” que se considera fundamental en el estudio las fracciones tiene varias representaciones simultáneas que permiten a los estudiantes a determinar las características, el número y la medida de las partes en que está compuesto el todo referencial (Freudenthal, 1983).

La segunda y tercera escena, en las que se pretende medir el tiempo de duración de sonidos y silencios, crean en los estudiantes una noción de orden. Es decir, los conducen a reconocer y comparar sonidos/silencios asociados a sus representaciones. Esta exploración temporal inicial les permitió a los estudiantes adentrarse en la organización de eventos fundamentada en la percepción visual (sistema de representación gráfica), gestual y auditiva (sonido).

Aproximación a la noción de equipartición

En la interacción de los estudiantes con el entorno computacional (Figura 3), se introducen representaciones que ilustran la propiedad de construcción de las figuras musicales: *Cada figura*

es la mitad de la anterior y el doble de la siguiente (Conde, Parada y Liern, 2016). Se representa la construcción de una redonda como la figura equivalente a cuatro pulsos y a partir de la redonda se asigna los tiempos musicales de las demás figuras.



Figura 3. Las figuras musicales y sus silencios - Multimedia

La redonda está representada en el ambiente computacional por una circunferencia completa, formada por cuatro fracciones de $1/4$ o, lo que es lo mismo, cuatro negras. En lo auditivo, mientras se forma la circunferencia se reproduce un sonido o se deja un silencio de duración equivalente a cuatro pulsos, marcados a igual distancia temporal por un golpe del metrónomo.

Respecto a dicha construcción se generó el siguiente dialogo con los estudiantes:

Docente: ¿Qué cantidad de pulsos hay en una blanca?

Estudiantes: Dos pulsos

Docente: ¿y cuantos había en una redonda?

Estudiantes: Cuatro

Docente: ¿Qué relación hay entre la blanca y la redonda?

Estudiantes: La blanca tiene..., la mitad de los pulsos que tiene la redonda.

Al parecer los estudiantes describen una trayectoria de construcción de una noción de equipartición, puesto que se establece una unidad de medida como base (el pulso). Para luego expresar la duración de un sonido con relación a esta y trascender posteriormente a relacionar una figura con otra, partiendo de la cantidad de veces en las que el pulso aparece en ellas. La equipartición se asocia al número de figuras con iguales duraciones necesarias para completar la unidad de referencia. Desde nuestro contexto la equipartición está controlada por experiencias gestuales, visuales y auditivas que verifican la acción de equipartir. Como valor agregado tenemos los efectos sonoros dentro de la métrica musical que validan cuándo existe o no una equipartición, es decir, los estudiantes construyen un significado sobre la noción de “igual tiempo de duración”.

Conclusiones

La enseñanza con enfoque integrador entre las matemáticas y otras disciplinas requiere no sólo conocimientos especializados, sino un cambio de creencias en torno a las opiniones de los profesores de matemáticas, ciencias y artes, sobre la organización del currículo, su enseñanza y cómo aprenden los estudiantes. Es decir, La interdisciplinariedad no aparece como un elemento que sea producto de la espontaneidad. Por lo tanto, Este estudio apunta a proveer experiencias diferentes al tradicional tratamiento de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Desde nuestro punto de vista, centramos la atención en el estudio de objetos integradores que coexisten

en contextos interdisciplinarios y que pueden promover en los estudiantes procesos de construcción de su propio conocimiento.

En la interacción de las actividades interdisciplinarias propuestas en este estudio se observa que los estudiantes descubren, representan y comparan la forma como el pulso, el tiempo y el ritmo musical constituyen una aproximación a la noción de equipartición determinando al pulso como su unidad de medida. Aquí los estudiantes aprecian la equipartición en condición de igual tiempo de duración entre pulso y pulso. También los estudiantes confirman que los tiempos iguales son invariantes al patrón rítmico de una canción o fragmento musical.

Acto seguido, los estudiantes encuentran que hay una forma de establecer unidades de medida a partir del pulso, que pueden ser convencionales o no convencionales inicialmente, hasta cobrar forma en las figuras musicales como lenguaje universal para expresar la duración de un elemento sonoro de la música. Además, establecen una relación fraccionaria entre cada una de ellas, partiendo de la redonda como unidad y las demás como cierta parte de ella, siguiendo la propiedad de que cada figura es la mitad de la anterior y el doble de la siguiente.

Como reflexión final, sugerimos cambios en la escuela tradicional en cuanto a herramientas y argumentos para el estudio de las fracciones. Una sugerencia podría ser reorientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la equipartición, a través de objetos musicales. Aquí se generan diversos escenarios didácticos que pueden favorecer el aprendizaje de las fracciones con base en su estructura métrica musical.

Referencias

- Conde, A. (2013). La unidad relativa como vínculo cognitivo entre el tiempo musical y las fracciones. (Tesis de Doctorado). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.
- Conde, A., Parada, S., & Liern, V. (2016). Estudio de fracciones en contextos sonoros. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 16(2),1-21.
- De Guzmán, M. (1996). *El rincón de la Pizarra*. Madrid: Pirámide.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas* (Trad. L. Puig). México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Johnson, M. (1987). *The body in the Mind*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kieren, T. (1980). The racional number constructs. Its Elements and Mechanisms. En: T. Kieran (Ed). *Recent Research on Number Learning*, (pp. 128-149). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- McAdams, S. (1993). Recognition of sound sources and events. In S. McAdams y E. Bigand (Eds.), *Thinking in Sound: The Cognitive Psychology of Human Audition* (pp. 146-198). Oxford: Oxford University Press.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá. Colombia: Imprenta Nacional de Colombia.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Willems, E. (1993). *El ritmo musical* (Trad V. Hemsy). Buenos Aires: Eudeba.