



Atividades investigativas com o GeoGebra: reflexões no estudo do gráfico da função quadrática

Elisama de Mendonça **Felipe**
Colégio Pedro II/SEEDUC-RJ
Brasil

lisa-rj@hotmail.com

Edite Resende **Vieira**

Colégio Pedro II/Projeto Fundão – Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil

edite.resende@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta reflexões geradas por atividades que compõem uma sequência didática aplicada em uma turma do 1º ano do Ensino Médio Regular. Tais relatos compõem a pesquisa de mestrado intitulada 'Interpretar e explorar o gráfico da função quadrática com o GeoGebra: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica' cujo objetivo foi verificar em que medida o software GeoGebra poderia contribuir para a interpretação do gráfico da função quadrática. A tecnologia dos dispositivos móveis, fundamentada pelos estudos de Marcelo Bairral, viabilizou a realização do trabalho, possibilitando a utilização do referido aplicativo no ambiente escolar. As atividades foram elaboradas e analisadas de acordo com a prática educativa segundo Antoni Zabala e sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. As atividades produziram reflexões que contribuíram para a construção do conhecimento matemático.

Palavras chave: função quadrática, interpretação gráfica, GeoGebra, sequência didática, dispositivos móveis

Introdução

Na prática diária de sala de aula, é possível observar a dificuldade apresentada por muitos alunos, do 1º ano do Ensino Médio em ler e analisar os gráficos de uma função quadrática. E quando uma dificuldade de aprendizagem é detectada pelo professor, cabe a ele refletir sobre tal circunstância, para que seja possível utilizar estratégias apropriadas e recursos educacionais adequados, que possam contribuir para amenizar tais dificuldades encontradas pelos alunos.

De acordo com Duval (2012), as transformações de representações em outras representações semióticas são atividades cruciais da atividade matemática, e a dificuldade dos alunos em compreender Matemática surge da diversidade e complexidade dessas transformações.

Atualmente, observamos o quanto os hábitos da sociedade vêm sendo modificados pelo avanço das tecnologias, em especial as digitais. E as tecnologias móveis, em especial os *smartphones*, estão presentes em toda parte, uma vez que integram o cotidiano da maioria das pessoas e são visivelmente populares entre os alunos, pois é bastante comum vê-los manuseando seus dispositivos no ambiente escolar. Sendo assim, vislumbrou-se o potencial dos dispositivos móveis como recursos pedagógicos que podem vir a contribuir com o contexto educacional e especificamente com a educação matemática.

O software GeoGebra com os recursos da visualização e da associação entre as representações algébrica e gráfica da função foi visto como um instrumento pedagógico que pode vir a contribuir com a interpretação do gráfico da função quadrática. No entanto, para orientar o processo de interpretação do gráfico da função quadrática foi elaborada uma sequência didática que culminou no produto educacional da pesquisa, que é um caderno de atividades intitulado “A interpretação do gráfico da função quadrática: apreendendo com o GeoGebra”.

Princípios Teóricos

A leitura das representações gráficas requer dos alunos consciência da correspondência entre as variações visuais do gráfico da função e de sua relação com as variações na escrita algébrica. Duval (2011b) evidencia diversos estudos que apontam a dificuldade dos alunos na leitura e interpretação dos gráficos das funções, de modo que os alunos não conseguem a partir da representação gráfica encontrar a equação de uma reta, até mesmo em casos mais simples. Segundo o pesquisador, não se deve procurar o porquê dessas dificuldades no conceito, mas “[...] na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica” (Duval, 2011b, p. 97).

No trecho a seguir, Duval (2011b) ressalta a importância da abordagem de interpretação global como sendo a mais apropriada, pois depende de uma análise semiótica visual e também algébrica, além de destacar o porquê das dificuldades dos alunos com as representações gráficas:

A abordagem de interpretação global atém-se ao conjunto traçado/eixos, formando uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica. Toda modificação da imagem leva a uma modificação na expressão algébrica. Assim, observa-se a importância de acompanhar simultaneamente tais modificações. Desse modo, conclui-se que “com esta abordagem não estamos mais na presença da associação ‘um ponto – um par de números’, unidade significativa da expressão algébrica” (Duval, 2011b, p. 99).

Duval (2011b) ressalta a importância da abordagem de interpretação global como sendo a mais apropriada, pois depende de uma análise semiótica visual e também algébrica. Tal abordagem exige que a atenção esteja centrada em um conjunto de propriedades e não sobre valores tomados um a um. Por esta razão, Duval (2011b) destaca a importância da utilização dessa abordagem para que o professor alcance o objetivo de uma utilização adequada dos gráficos cartesianos com seus alunos.

Os dispositivos móveis tornaram-se objetos indispensáveis na sociedade atual, e principalmente no cotidiano dos estudantes. Bairral, Assis e Silva (2015), afirmam que:

As tecnologias digitais móveis vêm ganhando cada vez mais espaço na vida dos indivíduos. São celulares com *touchscreen*, *notebooks*, *tabletes* e *iPads* que também assam a fazer parte do cotidiano da maioria dos nossos alunos. Embora algumas dessas interfaces não sejam novas, a presença desses dispositivos móveis - principalmente com *touchscreen* – parece assumir uma posição de destaque no ambiente escolar por parte dos discentes, pelo menos, em seu uso pessoal

(Bairral; Assis; Silva, 2015, p. 21).

Diante desse cenário, temos a possibilidade de aproveitar um objeto presente no dia a dia do aluno como um recurso educacional que pode vir a contribuir com a aprendizagem, especificamente a aprendizagem matemática.

Na Educação Matemática, sua utilização faz diferença para alunos e professores. Bairral, Assis e Silva (2015) ressaltam o quanto o uso dos aplicativos para dispositivos *touchscreen* é importante nos processos de ensinar e de aprender Matemática:

Uma maneira de colocar literalmente a matemática na ponta dos dedos é a utilização dos aplicativos em *tablets* e *iPads*. A tecnologia *touchscreen* possibilita um contato e uma apropriação diferenciada por parte dos usuários, pois são as novas configurações cognitivas e espacialidades com os movimentos – os toques – na tela (Bairral; Assis; Silva, 2015, p. 33).

Os aplicativos disponíveis para *smartphones* e *tablets*, em especial, para o estudo de geometria plana, espacial, álgebra e de funções, proporcionam novas perspectivas de aprendizagem, configurando um ambiente mais instigante e desafiador para o aluno na resolução de atividades matemáticas.

Hohenwater e Preiner (2007) alegam que o propósito fundamental do GeoGebra é proporcionar duas representações de cada objeto matemático em sua janela algébrica e gráfica. Dessa forma, mudando um objeto em uma dessas janelas, sua representação será imediatamente atualizada na outra, possuindo a relevante característica das múltiplas representações, destacada pelos autores. Sobre esse aspecto do GeoGebra, Duval (2011a) assinala que:

Sem um trabalho específico de análise para aprender a reconhecer as variações qualitativas do contínuo visual traçado e a colocá-las em relação com as variações de alguns tempos simbólicos da escrita algébrica, as representações gráficas não permitem nem ver, nem compreender nem antecipar o que as equações exprimem. E reciprocamente para as equações (Duval, 2011a, p. 114).

A partir desse contexto, reconhecemos a importância de um estudo que priorize as múltiplas representações no conteúdo das funções e a importância do GeoGebra como um instrumento que possibilita esta prática recomendada por Duval (2011a).

Por ser um software de Geometria Dinâmica, é possível com o GeoGebra visualizar tanto a representação algébrica quanto a representação gráfica de uma função. Nesse ambiente, os alunos poderão explorar as propriedades da função quadrática, identificar os coeficientes e analisar o comportamento da função, estabelecendo relação entre as representações gráfica e algébrica.

Metodologia: princípios e percurso

Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação que foi realizada com 33 alunos do 1º ano do Ensino Médio de um Colégio Estadual do Rio de Janeiro.

Segundo Alves-Mazotti e Gewandszajder (2004), as investigações qualitativas necessitam de um planejamento cuidadoso, a fim de que o pesquisador não se perca em uma grande quantidade de dados. Por esta razão, foi realizada uma intensa pesquisa bibliográfica a fim compreender o tema e traçar estratégias adequadas para a realização da pesquisa.

De acordo com Engel (2000), a pesquisa-ação busca agregar a pesquisa à prática, ou seja, é um modo de se fazer pesquisa a partir da prática quando se pretende melhorá-la. Logo, mostra-

se apropriada ao professor regente que pretende aprimorar sua prática docente.

A sequência didática foi o recurso metodológico adotado para orientar todo o processo mediado pelo software GeoGebra. De acordo com Zabala (1998), as sequências de atividades ou sequências didáticas são recursos metodológicos que propiciam a análise da prática, pois permitem o estudo e a avaliação de maneira processual “[...] ao mesmo tempo que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação” (Zabala, 1998, p. 18). Segundo o autor, as sequências didáticas “[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores quanto pelos alunos” (Zabala, 1998, p. 18).

A sequência de atividades foi aplicada entre os meses de agosto e setembro de 2017, que compõem o 3º bimestre letivo. Foram realizados 8 encontros no total, iniciando com uma aula de ambientação ao GeoGebra, seguindo com as 11 atividades e finalizando com a aplicação de um questionário que buscou revelar as percepções dos alunos quanto ao experimento. As Atividades foram organizadas por etapas de acordo com a característica previamente planejada e com os conceitos matemáticos que se pretendia explorar e investigar. Os dados foram coletados por meio da observação participante, de gravações de áudio e vídeo, das anotações de campo e dos registros feitos pelos alunos, e analisados à luz das teorias que fundamentam este estudo.

Análise e discussão

Nessa seção serão analisados alguns episódios referentes a aplicação de duas atividades da sequência didática, atividade 2 (figura 1) e atividade 8 (figura 3) e uma das perguntas do questionário (gráfico 1) respondido pelos alunos após a aplicação da sequência didática.

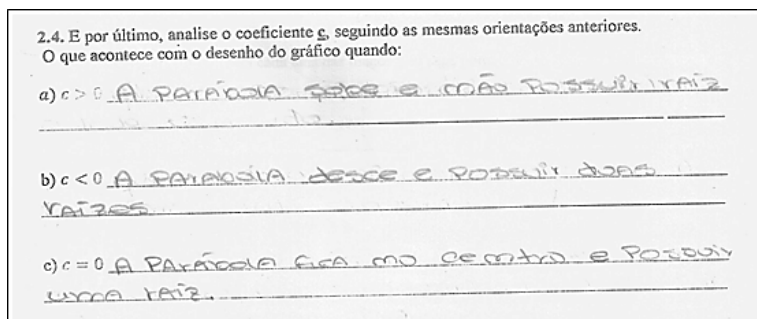


Figura 1. Atividade realizada pelo aluno 1B.

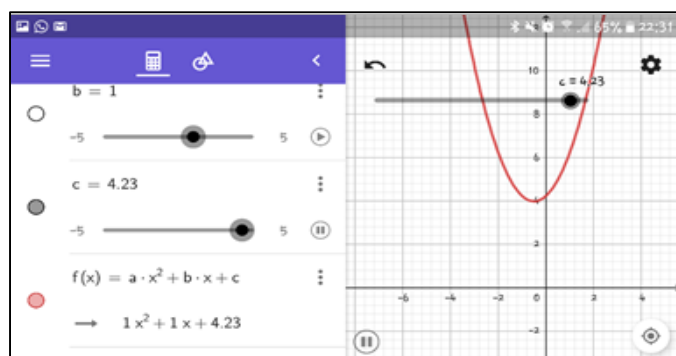


Figura 2. Atividade representada no GeoGebra.

Analisando o coeficiente 'c', (figuras 1 e 2) os alunos conseguiram observar que o gráfico se movimentava pelo eixo y, subindo e descendo, mas encontraram dificuldades em se expressar para relatar tanto oralmente quanto por meio da escrita.

O aluno 1B (figura 1) observou a movimentação do gráfico e ainda a variação do número de raízes de acordo com a localização do gráfico no plano cartesiano, o que grande parte dos alunos também observou. O aluno 1B, também não registrou a localização do gráfico no plano cartesiano de maneira formal, ou seja, em linguagem matemática. Para Powell e Bairral (2006), a escrita força os interlocutores a refletir sobre suas experiências matemáticas, a construir e reconstruir o sentido num processo mediado pelo professor e assim, ele passa a expressar suas ideias com mais clareza, sabendo selecionar o tipo de linguagem apropriada para descrever suas percepções.

Fica evidente a dificuldade do aluno em expressar o que foi analisado mesmo com linguagem própria e mais ainda em linguagem matemática. Os alunos foram incentivados a reescrever seus registros, sempre após uma discussão que os levassem a uma melhor compreensão do que estava sendo proposto. Foi um processo que consistiu no diálogo, na escrita e na reescrita dos registros.

Duval (2011a), evidencia que redação em Matemática exige um trabalho de tomada de consciência das operações discursivas, próprias do pensamento matemático. Ele ainda acrescenta que a falta da produção escrita em Matemática a torna desanimadora e inútil para os alunos.

Por sua vez, Powell e Bairral (2006) alegam que a escrita auxilia os alunos a adquirirem um rico vocabulário, proporcionando oportunidades para trabalharem conceitos e termos matemáticos, além de os tornarem mais confiantes com a Matemática, incentivando-os a aprofundarem no estudo da mesma.

Na atividade 8 (figuras 3 e 4), foi necessário a professora orientar a turma diversas vezes passando pelos grupos, promovendo debates, tirando dúvidas e efetuando as devidas orientações. Essa atividade trabalhou o estudo do sinal da função quadrática de forma contextualizada, trazendo questões de lucro e prejuízo.

O significado das palavras 'intervalo' e 'período' fez parte das indagações dos discentes. A dificuldade em compreender enunciados e o significado de algumas palavras não aconteceu apenas nessas atividades, uma vez que tal problema já foi relatado em atividades anteriores.

Duval (2011a) evidencia o problema do obstáculo da linguagem no ensino da Matemática, afirmando que as dificuldades que envolvem a compreensão dos enunciados dos problemas são sistemáticas e recorrentes. Ele ainda acrescenta que as línguas naturais cumprem ao mesmo tempo duas funções: comunicação e função cognitiva. Sendo assim, o problema de compreensão de um enunciado passa pela decodificação de informações que foram codificadas no enunciado. Entretanto, o autor também afirma que "compreender não é codificar uma sequência de palavras ou frases, mas discriminar as unidades de sentido em função dos diferentes níveis de organização dos discursos e eventualmente, reformulá-los" (Duval, 2011a, p. 75).

No item 8.3 (figura3) realizada pelo aluno 3D é perceptível a dificuldade do mesmo em descrever o intervalo. Quando ele diz que "no intervalo de 10 ele cresce", quis dizer que para

valores de x maiores que 10, a função é crescente, e quando diz que “no intervalo de 40 ele decresce”, quis dizer que para valores de x maiores que 40, a função começa a decrescer.

Atividade 8: Gabriel é DJ e promove shows. Ele está “quebrando a cabeça” para determinar o preço x , em reais do ingresso para o seu próximo show (se for alto, ele não conseguirá vender ingressos e, se for baixo, pode ser que ele tenha prejuízo). Com base nos últimos shows, ele concluiu que o lucro L (ou prejuízo, se $L < 0$) de cada espetáculo, em reais, é dado por $L = -x^2 + 80x - 700$.

8.1. Qual é o lucro se o ingresso para o show for vendido a R\$40,00?
 900 Reais.

8.2. Pode-se afirmar que o empresário tem prejuízo quando o valor do ingresso for um valor maior que R\$ 40,00? Explique.
 Sim. Porque quanto maior for o preço, menor será o lucro.

8.3. Para qual intervalo percebemos que o lucro cresce? E para qual intervalo é decrescente?
 No intervalo de 10 ele cresce e no intervalo de 40 ele decresce.

8.4. Qual é o valor do ingresso para que o empresário tenha lucro máximo? E de quanto é esse lucro?
 40 o valor do ingresso e 900 o lucro máximo.

8.5. O que acontece quando os ingressos são vendidos a um valor maior que R\$ 70,00?
 O empresário terá um prejuízo muito maior.

8.6. Qual é o lucro quando os ingressos forem vendidos a R\$ 10,00 ou a R\$ 70,00? Procure argumentos para justificar sua resposta.
 Ele não terá lucro e nem prejuízo ele só cobrirá o que gastou.

Figura 3. Primeira situação da atividade 8, realizada pelo aluno 3D.

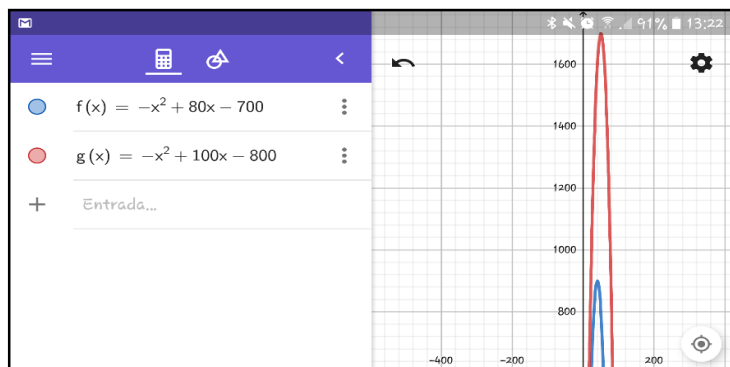


Figura 4. Primeira situação da atividade 8, em azul, no GeoGebra.

Em relação ao registro escrito realizado pelos alunos, Duval (2011a) argumenta que a passagem da expressão oral para a escrita é um salto muito grande para os alunos e a maioria deles encontra dificuldades em fazê-lo. Nesse sentido, Powell e Bairral (2006) também enfatizam que a escrita é uma importante ferramenta para desenvolver a cognição e estimular a aprendizagem matemática, e por esta razão este estudo prezou pelos registros escritos dos alunos não apenas na atividade 8, mas também nas demais atividades.

Em relação ao questionário os discentes foram indagados acerca dos conceitos

relacionados à função quadrática que passaram a ser melhor compreendidos por eles com o uso do GeoGebra (gráfico 1):

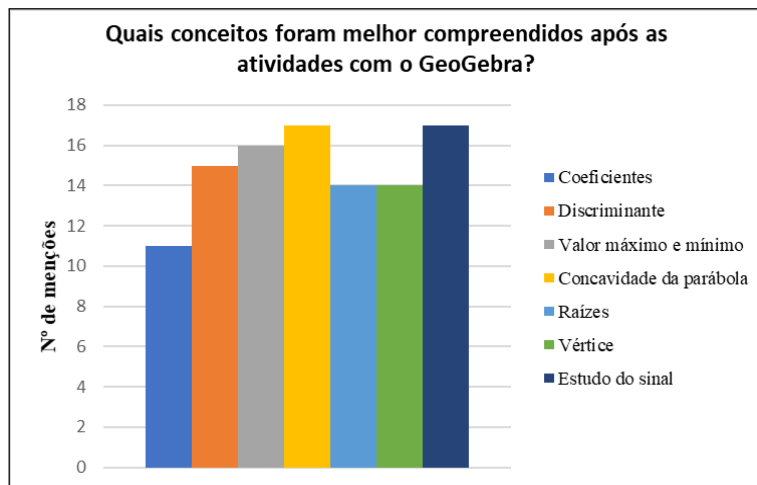


Gráfico 1. Conceitos mais citados pelos alunos

Os alunos verificaram que muitos conceitos, antes pouco compreendidos, passaram a fazer mais sentido após o experimento. Podemos observar no gráfico 1, que tais conceitos não se apresentam de modo tão discrepante em relação aos mais mencionados e nem entre si. O conceito que se encontra mais distante dos demais é o dos coeficientes, embora mais de 10 alunos disseram compreendê-los melhor após a realização das atividades.

No início da aplicação das atividades, os conceitos mais conhecidos pelos alunos eram o vértice e o discriminante, e os menos lembrados foram a concavidade e a própria parábola, gráfico da função quadrática. Já após a realização das atividades, observa-se, no gráfico 1, que os alunos disseram compreender melhor o estudo do sinal, que não havia sido citado no início do experimento e que a concavidade da parábola também foi melhor compreendida pelos alunos.

Considerações finais

As atividades organizadas em uma sequência didática orientaram todo o processo deste estudo, contribuindo para uma melhor utilização dos recursos do software e também no desenvolvimento dos conceitos e propriedades que envolvem a função quadrática.

A visualização e o dinamismo oferecidos pelo GeoGebra foram fatores determinantes na realização das atividades, pois essas características viabilizaram a interpretação do gráfico da função quadrática, o que foi constatado pela professora pesquisadora e também relatado pelos próprios alunos. A possibilidade de visualizar as representações algébrica e gráfica, simultaneamente, permitiu aos alunos relacionar cada gráfico com sua respectiva função, o que exigiu dos alunos um conhecimento de cada uma das variações visuais relacionadas a cada representação algébrica. Além disso, a possibilidade de inserção de várias funções oferecida pelo GeoGebra, ou seja, dos visores algébrico e gráfico comportarem mais de uma função ao mesmo tempo, proporcionou associar e comparar diferentes funções, criando assim um ambiente propício para o levantamento de conjecturas acerca das representações gráficas. Isso demonstra que a tecnologia digital quando utilizada com um direcionamento, visando o desenvolvimento de habilidades e competências específicas, pode vir a fazer a diferença, contribuindo para a aprendizagem discente.

Logo, por todos os aspectos analisados durante todo o processo, podemos concluir que o software GeoGebra contribuiu para interpretação do gráfico da função quadrática, entretanto, ficou evidente que o aplicativo por si só não seria capaz de promover um resultado satisfatório. A figura do professor concorreu por demais nesse contexto discussão e reflexão. Assim, ao se utilizar uma tecnologia, seja ela qual for, como recurso pedagógico, é fundamental que o professor se aproprie dessa tecnologia, desenvolva uma metodologia que oriente toda a prática educativa e busque alcançar o objetivo proposto.

Referências bibliográficas

- Alves-Mazotti, A. J., Gewandsznajder, F. (2004). *O método nas ciências naturais e sociais, Pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, Thompson Learning.
- Bairral, M., Assis, A., Silva, B. C. (2015). *Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática*. Seropédica: Ed. UFRRJ.
- Duval, R. (2011a). *Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. (ORG). Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- _____. (2011b). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112. Acesso em fevereiro 10, 2017, em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p96/21794>.
- _____. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, v. 07, n.2, p.266-297. Acesso em outubro, 22, 2017, em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>.
- Engel, G. I. (2000). Pesquisa-ação. *Educar em revista*, Curitiba, n.16, p. 181 - 191. Editora da UFPR. Acesso em janeiro, 16, 2018, em http://www.educaremrevista.ufpr.br/arquivos_16/irineu_engel.pdf.
- Hohenwarter, M., Preiner, J. (2007, mar 15). Matemática dinâmica com o GeoGebra. *O jornal de Matemática Online e suas Aplicações*, v.7. Acesso em janeiro, 12, 2018, em <https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/dynamic-mathematics-with-geogebra>.
- Powell, A., Bairral, M. (2006). *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas, SP: Papirus.
- Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed.