XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Medida de volume do dodecaedro e do icosaedro: uma visão diferente

Amarildo Aparecido dos **Santos**
Universidade Federal do ABC - UFABC
Brasil
amarildosantos10@gmail.com

A geometria está presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos.

De acordo com PCN+ (BRASIL, 2002) usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão de modelos para resolução de problemas da matemática. Segundo o BNCC (BRASIL, 2017), ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar, argumentar e ampliar a capacidade de pensar matematicamente. Além disso, estão preparados para escolher as representações mais convenientes para cada situação, para mobilizar, de modo simultâneo, ao menos dois registros de representação e para, a todo o momento, trocar de registro de representação.

Nesse sentido, exploramos as construções dos poliedros regulares convexos, no Cabri-3D, como uma possível transposição didática interna, no sentido de Chevallard, a partir da construção de superfícies poliédricas desenvolvidas por Euclides (BICUDO, 2009), livro XIII. Em primeiro lugar, buscamos compreender as construções realizadas por Euclides, obter relações matemáticas que favoreçam o cálculo da medida de volume desses poliedros. Em segundo lugar, concentramos no dodecaedro e icosaedro regulares, para determinar relações matemáticas que permitam a decomposição em pirâmides e consequente dedução da fórmula para o cálculo da medida de seus volumes. Em terceiro lugar, utilizar as relações e construções para um caminho inverso, ou seja, relações matemáticas que permitam dizer se uma pirâmide regular, triangular ou pentagonal, pode compor ou não um dodecaedro ou um icosaedro regular. Para isso, utilizamos como referencial teórico a noção de Transposição Didática e a Problemática Ecológica de Yves Chevallard e os Registros de Representação Semiótica de Duval especificamente nas apreensões sequencial, perceptiva, operatória e discursiva. No caso do dodecaedro regular verificamos que o segmento que representa a altura da pirâmide e o segmento que representa o apótema do pentágono da base dessa pirâmide determinam um segmento que foi dividido em média e extrema razão, sendo a altura o maior deles e o apótema da base representa o menor. Com esta constatação, foi possível então construir uma pirâmide regular de base pentagonal, a partir de um segmento qualquer dividido em média e extrema razão e considerar o maior deles como a altura da pirâmide e o menor como o apótema do pentágono regular da base de tal pirâmide. Com essa pirâmide construída pudemos compor o dodecaedro regular. Para o icosaedro regular, notamos que o prolongamento de uma de suas faces permite construir um retângulo, com um de seus lados sendo a aresta do icosaedro e que as duas outras arestas representam metade das diagonais desse retângulo. Constatamos que esse retângulo é um retângulo áureo. Dessa forma foi possível constatar, ainda, como esse retângulo é áureo, a partir da construção de um retângulo áureo, que a metade de suas diagonais corresponde às arestas laterais de uma pirâmide que tem como aresta da base o lado menor desse retângulo áureo. Com essa constatação, foi possível construir uma pirâmide que pode compor um icosaedro regular. A partir de relações e medidas obtidas durante a construção deduzimos fórmulas para o cálculo da medida de volume para cada um dos poliedros regulares, tanto em função da medida da aresta de cada um, quanto em função da medida da diagonal, ou diâmetro da esfera que circunscreve cada um deles. No caso do icosaedro e do dodecaedro, a possibilidade de decompor cada um em pirâmides regulares e de obter a medida da altura de cada uma delas foi o que permitiu a dedução das fórmulas para a medida de seus volumes. Pudemos então, verificar que existem condições necessárias para determinar se uma pirâmide regular de base pentagonal possa ser usada para compor um dodecaedro regular e, de modo análogo, para que um tetraedro regular possa ser usado para compor um icosaedro regular, existem condições necessárias para determinar se um tetraedro regular possa compor um icosaedro regular.

Entendemos que realizamos uma transposição didática interna, segundo os pressupostos teóricos de Chevallard (1998), porque conseguimos estudar didática e matematicamente as construções dos poliedros regulares, de um ponto de vista não encontrado em nossa revisão bibliográfica e estudo de livros didáticos. Construímos um processo para o ensino de poliedros regulares e o cálculo da medida de seus volumes que poderiam, com adaptações, fazer parte da matemática escolar, seu diferencial está tanto nas construções, quanto no desenvolvimento de fórmulas em um ensino mais significativo para os alunos. As apreensões, segundo Duval (2012), podem ser construídas visto que foi desenvolvido um discurso associado à compreensão do desenho que conduziram ao desenvolvimento efetivo de construções geométricas. Esse discurso juntamente com a apreensão sequencial permitiu escrever uma sequência de passos para a construção dos poliedros. A apreensão operatória sobre as figuras, a partir das modificações possíveis, articulada com a apreensão discursiva permitiu justificar e demonstrar matematicamente as construções realizadas e, ainda deduzir outras relações que permitiram estudar pirâmides que possam compor o icosaedro ou o dodecaedro. A visualização também foi desenvolvida com a articulação das apreensões perceptiva e operatória. Foi fundamental a conversão de representações realizadas do registro figural para representações no registro algébrico e tratamentos em cada um deles. No registro figural as modificações nas figuras, permitiram o desenvolvimento da apreensão operatória. Dentre elas, destacamos a modificação mereológica que se faz em função da relação parte todo ocorreu em vários momentos, por exemplo, na divisão de segmentos em média e extrema razão ou na decomposição dos poliedros.

Referencias e bibliografia

Bicudo, I. (2009). *Os Elementos - Euclides*. Livro XIII, Editora Unesp, p.563.

BNCC, *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. (2013). Brasília: MEC; SEB; DICEI.

Brasil, *PCN+ Ensino Médio*. (2002). Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasília: MEC/SE.

Duval, R. (1988). *Approche cognitive des problèmes de geométrie em termes de congruence*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.1, p.57-74, IREM de Strasbourg.

Santos, A. A. (2016). *Construção e Medida dos poliedros convexos com o Cabri-3D: uma possível transposição didática*. 167p. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC, São Paulo.