



Fracción como reparto. Una experiencia en el aula con GeoGebra.

Nathalia **Moreno** Bermúdez
Universidad Pedagógica Nacional
Colombia

inmorenob@upn.edu.co

María Fernanda **Castro**
Universidad Pedagógica Nacional
Colombia

mfcastros@upn.edu.co

William **Jiménez**
Universidad Pedagógica Nacional
Colombia

williamajg@hotmail.com

Resumen

Este documento presenta una experiencia de aula en la que interviene la tecnología digital en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la cual tuvo lugar en el marco del seminario “Profundización en Matemáticas Elementales” del programa Maestría en Docencia de la Matemática cohorte 2018-I de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) de Bogotá. El objetivo de este documento, es dar muestra de los conocimientos matemáticos movilizados por los estudiantes al dar solución a diferentes problemas propuestos por el docente, quien a su vez hace uso de la tecnología digital. Como producto final del seminario, el docente solicitó a cada estudiante elaborar un aplicativo que promoviera la enseñanza y aprendizaje de un concepto matemático escolar. A lo largo del desarrollo del seminario y en el proceso de elaboración de los aplicativos, se evidenció que los estudiantes movilizaron algunos conceptos matemáticos que no estaban previstos.

Palabras clave: tecnología digital, enseñanza, GeoGebra, fracciones, aplicativo.

Presentación del problema.

Durante el primer semestre del año 2018, la Maestría en Docencia de la Matemática de la UPN ofertó el seminario Profundización en Matemáticas Elementales a estudiantes pertenecientes a una cohorte cuyo énfasis es “Tecnología digital y enseñanza de las matemáticas”, por lo que el uso de los recursos digitales se convertía en un aspecto primordial en el desarrollo de cualquier espacio académico adscrito a esta cohorte. En este espacio académico se realizó un estudio de distintos objetos matemáticos propios de la matemática escolar con el fin de incorporar nuevos elementos en su enseñanza y aprendizaje, en particular, la forma en que un recurso tecnológico podría incorporarse en las prácticas escolares, identificando potencialidades pedagógicas en su uso. Para lo cual se crearon ambientes de aprendizaje, apoyados en la resolución de problemas al hacer uso de diversos recursos manipulables, dentro de los cuales se encontraban la calculadora, papel y lápiz, cinta métrica, regla, hojas de cálculo (Excel), software matemáticos (Derive y GeoGebra), entre otros. Al finalizar el seminario y a la luz de un objeto o proceso matemático, cada estudiante debía elaborar un aplicativo en GeoGebra, que a su vez diera cuenta del favorecimiento del aprendizaje del objeto o proceso en cuestión o el desarrollo del proceso mismo. Este trabajo trajo consigo grandes retos, pues no solo demandaba el desarrollo de un aspecto matemático, lo que de forma implícita conlleva al análisis didáctico del tema en cuestión, sino que además confrontaba a los estudiantes ante la necesidad de utilizar las herramientas provistas por el software y así alcanzar el objetivo de enseñanza.

A lo largo del desarrollo de este documento, se presenta uno de los productos finales elaborados en el seminario, enmarcado en la enseñanza y aprendizaje de la aritmética, en particular, la interpretación del concepto fracción como *reparto*. Además, se muestran algunas de las múltiples bondades de GeoGebra, tales como el dinamismo al recrear situaciones que difícilmente se reproducen con lápiz y papel; así como también el papel de la representación gráfica que permite una visión amplia e interactiva del objeto de estudio. Según Villareal (2012), involucrar tecnología en el aula transforma los ambientes donde la matemática puede ser vivenciada como una ciencia experimental, permitiendo así, la generación y validación de conjeturas. En concordancia con este autor y tomando como caso específico el software GeoGebra, se evidencia que al hacer uso del mismo, se puede apreciar el cambio en el ambiente de algunas prácticas que en un principio se tornaban poco interesantes convirtiéndose luego en espacios de descubrimiento y exploración; en otras palabras, la inclusión de la tecnología digital en el aula brinda oportunidades de aprendizaje donde se reconocen acciones como planear, evaluar y decidir.

Marco teórico

Desde comienzo de siglo XXI la comunidad investigativa de Educación Matemática ha centrado sus esfuerzos en la inclusión de la tecnología en las prácticas educativas, posibilitando la transformación de las clases y de los contenidos matemáticos involucrados en estas (Mariotti, 2001; Drijvers, 2002; citados en Moreno y Sandoval, 2012), ya que la tecnología tiene un gran potencial para generar nuevas oportunidades en el aprendizaje y provee un acceso a nuevas representaciones (Moreno y Lupiáñez, 2001), al desarrollo de procesos de construcción, la verificación de conjeturas y las estrategias para la resolución de problemas (Noss y Hoyles, 1996; Laborde, 2001; Laborde, et al., 2006; Papodopolus&Dagdilelis, 2009). En el contexto escolar, estos aspectos son transformaciones que aportan de forma significativa al proceso de enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, las posibles representaciones y la resolución de problemas

que se dan como consecuencia del acceso a nuevos campos operatorios que brinda la tecnología. Según Villareal (2012), una de estas transformaciones son los ambientes creados con herramientas que permiten la generación y validación de conjeturas; laboratorios matemáticos que se construyen en el aula, en donde un “ensayo y error educado” es permitido y la visualización es un aliado para la comprensión matemática.

Es por esto, que las prácticas escolares mediadas con tecnología se convierten en lo que Camargo (2002) denomina como “socio cognitivo que acompaña al estudiante en sus indagaciones sea cual sea el software, el recurso tecnológico se convierte en un inspirador de ideas sobre cómo manipular las representaciones de los objetos geométricos en juego y contribuye a darles sentido” (p.40). Lo anterior, da lugar a pensar en cómo la tecnología puede cambiar las prácticas escolares convencionales; tal como lo señalan Moreno y Sandoval (2012), quienes afirman que las nuevas tecnologías enriquecen las tradicionales representaciones analíticas de carácter estático y que además, proporcionan un campo de exploración que no es factible mediante las representaciones elaboradas con lápiz y papel. Santos-Trigo y Camacho-Machín (2009, citados en Moreno y Llinares, 2015), aseguran que el uso de herramientas tecnológicas demanda el trabajo con problemas que no son sólo una adaptación de los trabajados con lápiz y papel, sino problemas donde dichas herramientas deben funcionar como mediadores entre el resolutor y la construcción del conocimiento matemático. En este caso, el estudiante es quien juega el rol de resolutor, acerca del que Dugdale (1999) señala la importancia sobre la atención que se le debe prestar, ya que al desempeñarse eficazmente como solucionador de problemas generales, debe reconocer cuándo los métodos de solución informática son propicios, cuándo se debe seleccionar entre una variedad de software aquellas herramientas aplicables a una situación problemática dada y cuándo combinar una variedad de herramientas tecnológicas y no tecnológicas apropiadas para indagar acerca de diferentes aspectos de un problema. Por esa razón no hay que olvidar la importancia del papel que desempeña el profesor, tal como exponen Prieto, Luque y Rubio (2013), quienes afirman que el profesor mejora su práctica en la medida que amplía el repertorio de instrumentos con que cuenta para atender a las demandas propias de la enseñanza. Desde esta perspectiva, el aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas se sustentan y organizan en torno a la elaboración y uso de herramientas enfocadas hacia la mejora de las prácticas escolares.

Según estas prácticas escolares, es importante abordar objetos matemáticos que permitan la interacción entre lo práctico y formal, es decir, entre el conocimiento conceptual y el procedimental. Reconocer que el aprendizaje de las matemáticas se inicia, en algunas oportunidades, en las matemáticas formales y dentro de campos netamente operatorios, y no desde contextos del mundo real, requiere construir situaciones que les permitan a los estudiantes avanzar hacia las matemáticas formales. Un objeto matemático que admite dicha condición son las fracciones debido a los diversos significados y representaciones inmersos en su estudio.

Este concepto cuenta con una amplia variedad de estudios asociados a su enseñanza y aprendizaje (Morcote y Flores, 2001; Godino, 2004 y Vasco, 1991), ejemplos de esto, son las secuencias didácticas y las perspectivas teóricas que han evidenciado su importancia. Autores como Godino (2004) expone en su estudio que las fracciones son las primeras experiencias numéricas de los estudiantes que no están basadas en algoritmos de recuento como los números naturales. Por consiguiente, el trabajo con las diferentes interpretaciones del concepto de fracción, conlleva en el estudiante el desarrollo de habilidades, que posteriormente les serán

útiles para el estudio de sistemas numéricos, en otras palabras, logra que el estudiante consiga un aprendizaje producto de una comprensión y un significado.

Según Morcote (2000), una dificultad relacionada con este objeto matemático es representar el todo a partir de la información de una de sus partes, o la duda acerca de la representación de la parte sombreada en gráficas, en las que aparece más de una unidad. En consecuencia, con el diseño del aplicativo se puede establecer que un sistema de representación adecuado puede facilitar la comprensión y percepción de la noción de fracción como reparto.

Metodología

En esta experiencia, se escogió GeoGebra como herramienta mediadora debido a que es un software matemático interactivo libre, de fácil acceso y manipulación. Como señala su creador MarkusHohenwarter¹, este programa es un procesador algebraico y geométrico en el que es posible elaborar construcciones y representaciones de objetos matemáticos desde la geometría dinámica, a partir de la expresión algebraica de estos. En el seminario de Profundización de Matemáticas Elementales, se utilizaron diferentes herramientas tecnológicas como Calculadoras, Hojas de cálculo, Drive y GeoGebra, dando prioridad al manejo de este último y además, se abordaron problemas relativos a estadística, geometría y cálculo. Lo anterior, con el fin de reconocerlas herramientas de GeoGebra en el marco de la solución de los diferentes problemas, así como el estudio de conceptos propios de la matemática escolar. Como se mencionó anteriormente, al finalizar el seminario cada estudiante debía presentar un aplicativo de su autoría desarrollado en GeoGebra, que favoreciera o bien, el aprendizaje de un objeto matemático o el desarrollo de un proceso matemático. Los productos finales reunieron diferentes métodos de enseñanza de los temas seleccionados, además movilizaron en los participantes del seminario, diferentes conocimientos matemáticos que fueron necesarios durante el proceso de diseño y aplicación. Cabe resaltar, que a medida que se hacía necesario, el docente presentaba a los estudiantes el manejo de las diferentes herramientas que el software ofrece, con el fin de que ellos a su vez generaran recursos educativos en los que la representación digital juega un papel importante.

Resultados

Para la construcción del aplicativo se tuvo en cuenta un contexto que fuera familiar para los estudiantes, por tal motivo se escogió la temática del reparto de fracciones utilizando pizzas.

Para la construcción del aplicativo se tuvieron en cuenta los aspectos que se presentan a continuación:

1. Se crearon listas de secuencia para mostrar las porciones de las pizzas representadas gráficamente con circunferencias a partir de sectores circulares. La cantidad de pizzas se relacionan con deslizadores.
2. La programación de los botones se realiza a partir de la construcción de un deslizador, el número ingresado en las casillas debe ser natural para que el contexto de la situación tenga sentido.

¹Matemático y profesor austriaco nacido en 1976. Presidente del Instituto de Educación Matemática.

El aplicativo diseñado corresponde a la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y está compuesto por dos ventanas: la primera (parte izquierda, fig. 1) en la cual se muestra representaciones las gráficas de la(s) pizza(s) e imágenes de estudiantes asociadas con las porciones de esta(s); la segunda (parte derecha, fig. 1), se presentan dos casillas y tres botones - dos inicialmente-, en las casillas el usuario ingresa los datos solicitados y haciendo uso de los botones se puede avanzar o retroceder en el proceso de reparto.

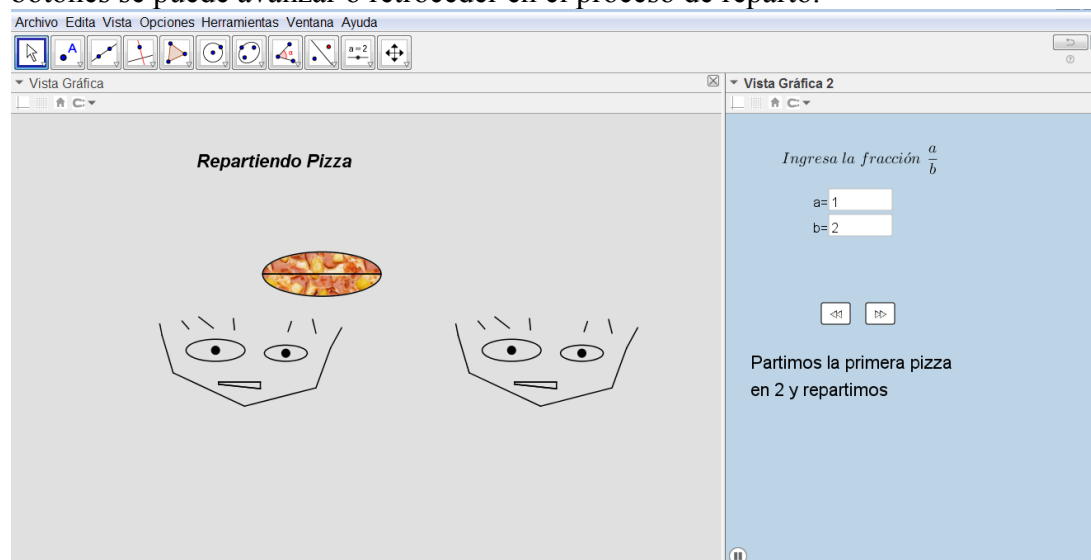


Figura 1. Pantallazo del aplicativo diseñado en GeoGebra.

Inicialmente se tenían conocimientos básicos en cuanto al uso y exploración del software, luego durante el desarrollo del seminario, se reconocieron comandos de programación, útiles para darle solución a los problemas propuestos por el docente encargado. A la luz de los procesos de creación y manejo del aplicativo, surgieron conceptos como estructura booleana, áreas de sectores y conectores lógicos. Dichos conceptos son muestra de que a la hora de construir un aplicativo como el aquí presentado, las matemáticas asociadas no necesariamente corresponden a las que fueron consideradas inicialmente.

Ejercicios como el propuesto, le aportan al profesor experiencia en la construcción de aplicativos, que pueden emplear en el desarrollo de sus clases de matemáticas, además evocan conceptos previos y propenden el conocimiento de algunos nuevos o poco explorados.

La construcción de aplicativos para la enseñanza de las matemáticas requiere del desarrollo de habilidades no sólo matemáticas, que se salen de lo procedimental y memorístico sino también tecnológicas.

Conclusiones

Mediante la construcción de los aplicativos trabajados a lo largo del seminario, los participantes de este, identificaron las bondades del uso de la tecnología en las clases de matemáticas. Una de ellas es la movilización de conceptos matemáticos que no se pretendían abordar y que se encontraban inmersos en cada uno de los trabajos, atendiendo a lo dicho por Castiblanco, Camargo y Villarraga (1999) quienes afirman que la tecnología está cambiando el modo de ver y estudiar las matemáticas y sus usos, ampliando el rango de sus posibilidades.

Adicionalmente se generaron nuevos aprendizajes en cuanto al manejo de GeoGebra, debido a que el ejercicio de construcción de los aplicativos llevo al interés y la necesidad de explorar el software en busca de más herramientas y comandos que resultaban útiles para la construcción de cada uno de los aplicativos. Esta situación está en concordancia con lo planteado por Castiblanco et al. (1999) quien asegura que es necesario que los estudiantes aprendan a utilizar la tecnología como herramienta para procesar información en la investigación y resolución de problemas.

La continua relación que se evidenció entre el conocimiento matemático y el uso repetitivo de GeoGebra en el espacio académico dio paso para aceptar la idea propuesta por Jones, citado en Hoyles (2010), quien asegura que el uso de herramientas en el aula de clase no solo se deben considerar como medio para llevar a cabo una acción concreta sino también considerarlas como un medio para aprender. Por consiguiente, el software de geometría dinámica GeoGebra se transforma en herramienta mediadora. Al reconocer la condición mediadora que tienen las tecnologías en el diseño de propuestas educativas, como menciona Villareal (2012), consideramos que el uso educativo de tecnología fomenta el desarrollo de actitudes favorables, pues promueven y crean ambientes de aprendizaje que se constituyen en escenarios de investigación y exploración.

Cabe resaltar que los aplicativos construidos pueden ser utilizados como una herramienta potente en el aula, teniendo en cuenta los intereses de la clase. Así pues, el papel del docente es hacer parte del proceso de creación de conocimientos y el generador de experiencias que involucren el uso de herramienta digital. El papel del profesor resulta fundamental en el éxito de la producción de conocimiento cuando se resuelve un problema, pues es él quien diseña la situación didáctica para propender un encuentro entre el sujeto y el medio. A partir de esta propuesta, se espera que los docentes desarrollen y empleen aplicativos de este tipo en su labor, debido a las evidencias mostradas en este documento acerca de las ventajas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes al hacer uso de herramientas como la presentada anteriormente, para así mejorar las prácticas de aula comúnmente desarrolladas y contribuir en la práctica profesional docente. Finalmente, es importante señalar que el estudiante también cambia por completo, ya no es un receptor si no un generador de su propio conocimiento a través de la exploración con la herramienta y guía del docente.

Referencias y bibliografía

- Castiblanco, A., Camargo, L., Villaraga, M. & Zapata. G. (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas: apoyo a los lineamientos curriculares. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Dugdale, S. International Journal of Computers for Mathematical Learning (1999) 4: 151.
- Godino, J. D (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Departamento de Didáctica de las matemáticas. Universidad de Granada.
- Hoyles C, Lagrange JB (eds) (2010) Mathematics education and technology – rethinking the terrain: the 17th ICMI Study. Springer, New York
- Morcote, O. y Flores P. (2000): “Algunos elementos del conocimiento profesional en la planeación de clases de futuros profesores, un caso: las fracciones”. Granada, España.

- Moreno, M.y Llinares, S. (2015). Perspectivas de estudiantes para profesores sobre el papel de La tecnología para apoyar el aprendizaje matemático de los estudiantes. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 413-421). Alicante: SEIEM
- Prieto, Juan Luis; Luque, Rafael E.; Rubio, Leonela M. (2013). Cuadriláteros con GeoGebra. Una secuencia de formación docente en la enseñanza de la geometría con tecnologías libres. *Revista de la Universidad del Zulia*, 4(9), pp. 115-130
- Sandoval, I. T., & Moreno, L. E. (2012). Tecnología digital y cognición matemática: retos para la educación. *Horizontes Pedagógicos*, 14(1), 21–29.
- Villareal, M. (2012). Tecnología y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Innovación y Experiencias*. Vol No. 5. Pag 73 –91. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina