



Experiencia de modelización matemática con profesores y futuros profesores

María Florencia **Cruz**

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral
Argentina

ma.florenciacruz@gmail.com

Sara **Scaglia**

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral
Argentina

sbscaglia@gmail.com

Cristina **Esteley**

Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba
Argentina

esteley@famaf.unc.edu.ar

Resumen

En este trabajo se describe una experiencia desarrollada con profesores y futuros profesores de matemática en un taller en el que se emplea la modelización matemática como abordaje pedagógico para generar un entorno de producción de definiciones geométricas.

Los participantes en el taller, luego de desarrollar diversas actividades que los conducen a establecer definiciones para un grupo de poliedros, son invitados a relatar la experiencia transitada y, posteriormente, a interpretar estos relatos en términos de un proceso de modelización matemática.

En esta comunicación se estudian estos relatos y sus respectivas interpretaciones con el objeto de conocer los sentidos atribuidos por los docentes a la experiencia. En general, los docentes y futuros docentes interpretan el proceso de construcción y análisis de definiciones en términos de un proceso de modelización matemática.

Palabras clave: Modelización matemática, Sentido, Definiciones, Poliedros, Profesores en matemática, Futuros profesores.

Introducción

Diversos autores en el ámbito de educación matemática realzan las potencialidades o ventajas didácticas de la puesta en juego de propuestas de enseñanza en las que se emplea la modelización matemática (MM) como abordaje pedagógico (Bassanezi y Biembengut, 1997 y Villarreal, Esteley y Smith, 2018). Así mismo se destaca la necesidad de reflexionar en torno a la preparación de profesores y a la formación continua de profesores en desempeño (Even y Ball, 2009). En particular, Biembengut y Hein (2004) señalan que los profesores muy raramente

reciben orientación acerca de cómo utilizar la modelación matemática como método de enseñanza de las matemáticas en la educación formal de grado.

En el contexto internacional se han desarrollado diversas investigaciones en las que se trabaja la MM y la formación inicial y continua de profesores (Maass, y Engeln, 2018; Robutti, Cusi, Clark-Wilson, Jaworski, Chapman, Esteley, Goos, Isoda, y Joubert, 2016). Particularmente en Argentina se pueden mencionar trabajos en la misma línea, como, por ejemplo, Esteley (2014) y Villarreal et al. (2018).

Para contribuir con aportes para la formación docente, en el marco de la Reunión Pampeana de Educación Matemática (REPEM) realizada en 2018 en Argentina se diseñó y lleva adelante un taller para docentes y futuros docentes en matemática. El taller tenía como objetivos “construir definiciones de ciertos objetos geométricos tridimensionales a partir de un trabajo relacionado con los procesos de modelización matemática y [...] analizar el propio proceso de modelización matemática llevado a cabo durante la construcción de definiciones” (Autores et al, año, p.). En las condiciones del taller no solo se analiza la producción matemática sino que también emerge como conocimiento didáctico el empleo del proceso de MM pensado como herramienta pedagógica para la construcción de definiciones matemáticas (en este caso particular, geométricas).

En la primera parte del taller se trabajó en torno a la construcción de definiciones a partir de la realización de actividades que permitieron involucrar a los asistentes en los subprocesos del proceso de MM, en el sentido de Esteley (2014), mientras que en la segunda se reflexionó acerca del proceso vivido. En esta última, los participantes realizaron relatos escritos que daban cuenta de la experiencia llevada a cabo por ellos y un análisis de dichos relatos a partir del esquema del proceso de MM propuesto por Esteley (2014).

En esta comunicación se presenta un análisis de los relatos realizados en el último encuentro por los profesores y futuros profesores en matemática que participaron del taller. Estos relatos, realizados en torno a la experiencia de construir definiciones de figuras geométricas tridimensionales, se estudian con el objeto de conocer los sentidos que le atribuyeron los docentes y futuros docentes a la experiencia. En particular, se estudia si interpretan las actividades desarrolladas a partir de los subprocesos que intervienen en el proceso de MM y cómo lo expresan.

Aportes teóricos

Bassanezi y Biembengut (1997) proponen una reflexión acerca del potencial del empleo del proceso de modelización matemática para enseñar matemática. Este proceso comprende una serie de procedimientos que comienzan con la elección del tema seguida de una investigación para recoger datos (mediante búsqueda bibliográfica, entrevistas, experimentos, entre otros). Continúa con la elaboración del problema y la selección de las variables esenciales que éste involucra mediante un proceso de abstracción. Se sistematizan los conceptos que se van a utilizar para el modelo matemático y se valida luego el modelo. Si es satisfactorio, se puede utilizar para actuar sobre la realidad. Si el modelo no es adecuado, se reinicia el proceso.

Esteley (2014, p.54) retoma aportes de Bassanezi (2002) para elaborar una esquematización del proceso de MM. Este último es de naturaleza matemática y fuente de inspiración para pensar la modelización matemática como abordaje pedagógico.

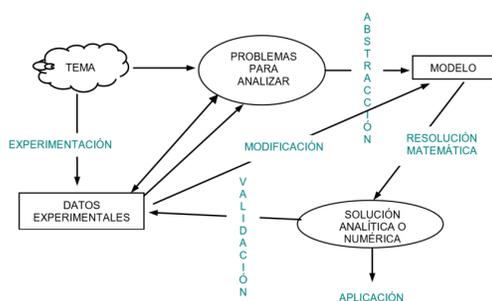


Figura 1. Esquema del proceso de modelización matemática (Esteley, 2014).

En este trabajo interesa retomar este proceso para el estudio de fenómenos intra-matemáticos (Sadovsky, 2005), en particular, la construcción de definiciones de figuras tridimensionales. Esta perspectiva tiene puntos de encuentro con la posición de Freudenthal (1983), que sostiene que las ideas y estructuras matemáticas han sido creadas para organizar fenómenos matemáticos y/o del mundo real, puntualizando, “Por medio de las figuras geométricas, como triángulo, paralelogramo, rombo o cuadrado, uno tiene éxito organizando el mundo de los fenómenos de los contornos” (p.28). En términos similares, se considera que las figuras poliédricas permiten organizar los fenómenos de los objetos tridimensionales que guardan ciertas características (por ejemplo, resultan de la yuxtaposición de polígonos planos respetando determinadas condiciones).

Sanchez Mármol y Pérez Beato (1961) afirman que “definir un concepto representado por una palabra o símbolo, quiere decir, expresar su significado mediante otras palabras o símbolos cuyo valor se conozca” (p.3). Por su parte, Borel (1962) sostiene que una de las características de una definición es que dos personas diferentes, al interpretarla, piensen en el mismo objeto. En este trabajo, se considera que la elaboración de definiciones, y en particular, de definiciones vinculadas con figuras poliédricas, brindan una oportunidad para llevar a cabo los procedimientos involucrados en un proceso de MM de naturaleza intra-matemático: la exploración para obtener datos (identificación de regularidades), la abstracción de características relevantes, la formulación de un modelo (la definición) que dé cuenta del concepto y que caracterice unívocamente un conjunto determinado de objetos, la utilización de ese concepto para hacer referencia a un universo determinado de objetos (en este caso, poliedros cuyas caras son polígonos regulares).

Se adopta la noción de modelo matemático, la propuesta en Biembengut y Hein (2004). “Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión” (p.106). En el taller las definiciones emergentes son consideradas un conjunto de relaciones matemáticas que permiten caracterizar el universo de poliedros trabajados.

La elaboración de definiciones interpretada como un proceso de MM brinda la posibilidad de involucrar a los participantes en una experiencia de formación cuyo objeto de enseñanza lo constituye este mismo proceso. Los relatos solicitados, a los profesores y futuros profesores, sobre las actividades llevadas a cabo por ellos en el marco del taller, les permite organizar sus experiencias de interacción en torno a la situación planteada (Da Ponte, Segurado y Olivera, 2003) y dar cuenta de sus interpretaciones sobre el proceso de MM llevado a cabo.

Larrosa (2005) sostiene que las palabras “producen sentido, crean realidad, y, a veces, funcionan como potentes mecanismos de subjetivación” (p. 166). Este autor afirma que las

palabras usadas para nombrar lo que se hace, se piensa, se percibe o se siente dan cuenta del sentido otorgado a “lo que somos y a lo que nos pasa” (p. 167). Es así como las palabras utilizadas en los relatos de los docentes y sus posteriores interpretaciones dan indicios de los sentidos atribuidos al proceso de MM transitado durante la experiencia.

Modalidad de trabajo

El taller se organizó en tres encuentros de dos horas cada uno durante tres días consecutivos en el marco de la REPEM. Los participantes trabajaron en cinco grupos de cuatro o cinco integrantes que se mantienen constituidos del mismo modo durante toda la experiencia.

En el primer encuentro se presentan doce figuras poliédricas que se forman con polígonos regulares, ocho representaciones tridimensionales planas de poliedros y cuatro imágenes de la vida real que se pueden asociar con poliedros. Se exhiben también representaciones en materiales manipulativos de todas las figuras tridimensionales. Se solicita a los participantes: “determinar familias de poliedros no dicotómicas con el universo dado de figuras tridimensionales cuyas caras son polígonos regulares y establecer una definición para cada familia que no contenga afirmaciones negativas” (Autores et al, año, p.). Luego de este momento se realiza un debate colectivo en el que cada grupo expone su producción y se discuten aportes de Winicki-Landman y Leikin (2000) respecto a los principios lógicos que se deben cumplir al definir un concepto matemático y a la relación que se presenta entre definiciones, equivalentes¹, consecuentes² y en competencia³.

En el segundo encuentro se trabaja con las figuras poliédricas nuevamente y con libros de texto de nivel secundario, libros de geometría e internet. Se solicita que analicen definiciones que se encuentran en los dispositivos mencionados y estudien la equivalencia entre dichas definiciones y las realizadas en el primer encuentro. Posteriormente se pide “revisar las definiciones establecidas para cada familia. Enunciar una definición que resulte del análisis realizado” (Autores et al, año, p.). Se realiza un debate colectivo en el que cada grupo explicita el trabajo llevado a cabo y se discuten los aportes teóricos de Winicki-Landman y Leikin (2000) y de Borel (1962) en torno a la equivalencia entre definiciones.

En el tercer encuentro se presenta en primera instancia la consigna **a** y una vez resuelta la misma la **b**:

Tabla 1

Consigna presentada en el tercer encuentro, tomada de Cruz et al (2018, p 46.)

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) Escribir un relato acerca de los diferentes momentos transitados para lograr la construcción de las definiciones que caracterizan a cada familia de poliedros.</p> <p>b) Analizar y comparar el relato con el esquema de modelización de Esteley (2014).</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Se entregó a cada asistente un folio que contenía el esquema de la Figura 1 con una breve caracterización de cada subproceso (experimentación, abstracción, resolución, validación, modificación y aplicación) del proceso de modelización mencionado.

¹ Dos definiciones son equivalentes sí y sólo sí el conjunto de objetos sobre el que se discute es el mismo para ambas.

² Dos definiciones son consecuentes cuando un conjunto de objetos es subconjunto propio del otro, razón por la cual el conjunto de condiciones que definen a estos conceptos se relacionan por una inclusión propia en sentido opuesto.

³ Dos definiciones son definiciones en competencia cuando no son consecuentes y los conjuntos de objetos se intersecan pero no son iguales. Hay condiciones o propiedades que comparten y otras que los diferencian.

El solicitar un relato que dé cuenta del proceso vivido se fundamenta en la posibilidad de reflexionar en torno a la experiencia, lo cual puede permitir conocer el sentido atribuido por los profesores y futuros profesores a lo realizado en el marco del taller. Al respecto Villarreal y Esteley (2017) afirman que “la experiencia vivida produce sentido pero, al mismo tiempo, las palabras escogidas para relatarla reconfiguran esa experiencia vivida ofreciendo la posibilidad de formación del sujeto de la experiencia” (p. 26). Cabe destacar que los participantes manifestaron su consentimiento para que sus relatos sean empleados para el análisis de la experiencia.

Una mirada sobre los relatos de los profesores y futuros profesores

En la reflexión realizada en torno a los relatos de los participantes se identifican las producciones como Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2), Grupo (G3), Grupo (G4) y Grupo (G5). Las respuestas de los docentes y futuros docentes sobre los distintos momentos transitados durante los dos primeros encuentros (consigna **a**) versan sobre algunas cuestiones comunes que se describen a continuación.

En primer lugar los relatos de cuatro grupos hacen referencia a la observación y a la búsqueda de regularidades para identificar los rasgos que permitan caracterizar las figuras. Por ejemplo, “G1: *En un primer momento se intentó buscar regularidades*”, “G2: *1º Momento: Para poder agrupar los poliedros comenzamos a analizar que características compartían [...]*”, “G3: *1º Observar los poliedros, 2º caracterizarlos*” y “G5: *Observación de los poliedros. Encontrar caract. en común*”. Estas descripciones son compatibles con los subprocesos de experimentación y abstracción (Esteley, 2014), dado que suponen la obtención de datos experimentales o empíricos que ayudan a la formulación de definiciones y se comienzan a identificar y vincular las variables seleccionadas.

En segundo lugar, en los relatos se menciona el resultado de la exploración anterior, en términos de una breve descripción de la clasificación realizada a partir del uso de vocabulario geométrico. Esto se interpreta como el subproceso de resolución (Esteley, 2014). Por ejemplo el Grupo 3 afirma que clasifican las figuras en “*Poliedros que al menos una de sus caras en un triángulo y poliedros que al menos una de sus caras es un cuadrilátero*”. Cabe destacar que esta caracterización se considera como un primer modelo (definición) elaborado por este grupo.

En tercer lugar se destacan las instancias de trabajo en grupos pequeños (de interpretación), así como de socialización durante el trabajo colectivo. Por ejemplo “G1: *En una segunda instancia analizamos las definiciones creadas por cada grupo. Constatamos si algunas de ellas eran equivalentes ó si podían enriquecer nuestra primera construcción de definición [...]* Tuvimos que establecer acuerdos dentro del grupo y repensar la consigna”. Estos relatos son compatibles con el subproceso de validación (Esteley, 2014), en el sentido que el trabajo colectivo contribuyó en la aceptación o modificación del modelo.

En cuarto lugar cabe destacar que en todos los relatos se mencionan consideraciones respecto a la tarea de comparar definiciones para determinar si entraban en alguna de las categorías presentadas (equivalentes, consecuentes o en competencia). Por ejemplo: “G4: *En formato papel recibimos las respuestas de la clase anterior y la analizamos en (buscamos ejemplos) función de los tipos de definición (equivalentes, consecuentes y en competencia)*”. Estas descripciones también se asocian con el subproceso de validación.

En quinto lugar los cinco grupos expresan consideraciones respecto a la búsqueda en libros de texto y/o internet de las definiciones. A modo de ejemplo se exponen dos producciones “G2:

No encontramos definiciones equivalentes en libros de texto ni en internet” y “G4: Analizamos libros de texto...Buscamos definiciones”. Estos relatos también se relacionan con el subproceso de validación, dado que se ofrece nuevamente la oportunidad de comparar la definición elaborada con las halladas.

Finalmente en todos los casos se hace referencia a las decisiones asumidas por el grupo pequeño respecto de sostener las definiciones inicialmente elaboradas o bien de modificar como consecuencia de compararlas con las halladas en los libros o con las que presentaron los otros grupos, por ejemplo, “G3: Buscamos definiciones en libros de texto, tratando de relacionarlas con las nuestras, lo cual nos sirvió para volver a revisarlas, lo cual fue reforzado en la puesta en común”. Estas descripciones se identifican con el subproceso de modificación (Esteley, 2014) que permitió a los participantes decidir sostener o modificar las definiciones elaboradas.

Con respecto al análisis y comparación del relato realizado con el esquema de modelización, en general los profesores y futuros profesores lograron identificar y caracterizar los momentos transitados según los distintos subprocesos propuestos por Esteley (2014). Cabe señalar que el Grupo 2 no menciona estrictamente en su descripción los subprocesos, por lo que al final del análisis se realizan consideraciones en torno a este relato. Los otros cuatro grupos realizaron su análisis en torno a los mismos como se describe a continuación.

Los cuatro grupos reconocen en su trabajo haber transitado por el subproceso de experimentación. Tres de ellos en el primer momento, durante la tarea de observar y manipular los poliedros, “G3: Observar los cuerpos en fotocopias y manipular los cuerpos concretos”. A su vez, el primer grupo considera que “la experimentación, la abstracción y la resolución no fueron etapas separadas”. En esta afirmación, los participantes parecen poner en evidencia una fuerte interconexión entre estos subprocesos asumiendo un desarrollo no lineal del trabajo matemático.

Asimismo, los cuatro grupos hacen referencia al subproceso de abstracción. Lo identifican con buscar características (G3: Cuando comentamos las características que íbamos notando en común para cada familia), elaborar definiciones (G4: Hacer la definición) y enumerar rasgos o propiedades geométricas (G5: Poliedros regulares y no regulares).

Los cuatro aluden a la validación. Dos (Grupo 3 y Grupo 4) mencionan los momentos de puesta en común como instancias de validación de su propia producción. El Grupo 1 menciona que validan al “verificar que los poliedros que componían la primera familia cumplían las características que se explicitaban en la definición”. Se menciona también el trabajo con los libros de texto o internet para validar la producción, (G5: Buscamos def. en libros, int.[internet], etc. Comparamos con las elaboradas en el grupo) así como el análisis de las relaciones entre definiciones (Grupo 3).

Dos grupos señalan el subproceso de modificación como consecuencia de la comparación de las definiciones con las halladas en libros de texto (G1, G5) y otro de la puesta en común (G4). Por ejemplo, el Grupo 5 describe “Modificamos, identificamos la def. otorgada por los libros de textos y reformulamos la def. original, respaldo por el libro de texto”. El Grupo 3 no menciona el subproceso modificación.

Los cuatro grupos mencionan el subproceso de aplicación, dos para indicar que no es posible identificarlo en el relato realizado (G1 y G3). En particular el Grupo 3 afirma: “usar la definición fuera del contexto de la actividad [...] No entra en nuestro relato”. Sin embargo este Grupo en la consigna expresa: “en cada vértice de un prisma de cualquier base, concurren tres

aristas” y afirma que se trata de un ejemplo de “*características que a veces pasan desapercibidas*”. En este sentido se considera que emerge una propiedad geométrica en el trabajo realizado, lo cual podría concebirse como una aplicación. El Grupo 4 manifiesta duda frente a este subproceso “*¿Lograr y organizar las definiciones para las familias de poliedros?*” y el Grupo 5 menciona el respaldo de la definición elaborada con lo hallado en los libros de texto.

Únicamente en dos relatos se expresan consideraciones respecto al subproceso de resolución. El Grupo 1 hace referencia al mismo al señalar que experimentación, abstracción y resolución se desarrollan interrelacionadas. Por otra parte el Grupo 3 reconoce este subproceso al realizar la escritura de la definición, en sinergia con la interpretación realizada anteriormente por las autoras de este trabajo.

El Grupo 2 en su narración emplea otros términos que se mencionan en el esquema. Explicitan “*a) Tema: nos presentan los poliedros. b) Extracción de características de los poliedros. c) Crear definiciones según las familias. d) Planteamos las definiciones con las características elegidas.*” En este sentido se aprecia que logran discriminar que el tema de trabajo es “Poliedros” y las consideraciones realizadas posteriormente parecen asociarse a abstracción y resolución a pesar de que no lo explicitan. Posteriormente afirman “*No pudimos validar ni modificar por ello las definiciones quedaron como estaban*”, esta última afirmación puede deberse a que no encuentran en libros de textos e internet definiciones equivalentes a las propias. Finalmente expresan “*Se puede analizar que las definiciones no solo podían agruparse los poliedros con los que trabajamos sino que se extienden a cualquiera*”, lo cual parece hacer referencia a la aplicación.

Reflexiones finales

En los relatos que dan cuenta de lo realizado durante las tareas de elaboración y estudio de definiciones (consigna **a**) los participantes del taller incluyen descripciones que permiten vincular la experiencia vivida con los diferentes subprocesos que componen el proceso de MM. Es decir, las reflexiones acerca de la experiencia vivida posibilitaron otorgar sentido a lo realizado en instancias de producción de definiciones geométricas en términos de los diversos componentes de los procesos de MM.

En relación con las interpretaciones de los profesores y futuros profesores del relato a partir del esquema y de la caracterización del proceso de MM planteados por Esteley (2014), se evidencian en todos los casos una cercanía entre lo destacado por los participantes y lo propuesto por la autora, por lo que se logra cumplir con los objetivos del taller. Es de destacar que en los relatos de los sujetos se aprecia el desarrollo no lineal de los subprocesos del proceso de MM, tal como lo plantea Esteley (2014). Además emergen y se discuten posibles modos de validación, como ser, el empleo de libros de textos, los momentos de trabajo colectivo en el aula de matemática, entre otros; también se pone de manifiesto la influencia de la validación en la decisión acerca de la aceptación o modificación del modelo. Llama la atención, no obstante, que un solo grupo asume la elaboración de la definición en términos del subproceso de resolución, es decir, que reconoce en la definición el modelo construido. Este aspecto amerita un análisis más profundo que trasciende este trabajo. Poder avanzar sobre este aspecto podría ofrecer información sobre el sentido de las definiciones en el marco de un trabajo matemático.

Se considera que la modelización matemática como estrategia pedagógica resultó una estrategia adecuada para reflexionar en torno a la elaboración de definiciones en matemática.

Asimismo, se han encontrado evidencias de que los sentidos atribuidos por los profesores y futuros profesores a la experiencia son compatibles con un proceso de MM.

Bibliografía y Referencias

Publishing Company.

- Larrosa, J. (2005). *Entre las lenguas. Lenguaje y educación después de Babel*. Barcelona: Laertes, S.A.
- Maass, K & Engeln, K. (2018). Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. *ZDM*, 50, 273–285.
- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M., & Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration. *ZDM Mathematics Education*, 48(5), 651–690.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires: libros del Zorzal.
- Sanchez Mármol & Pérez Beato Bassanezi, R.C. & Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *Números*, 32, 13-25.
- Biembengut, M. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 05-125.
- Borel, E. (1962). La definición en Matemáticas. En F. Le Lionnais (ed.): *Las Grandes Corrientes del Pensamiento Matemático* (pp.: 25-35). Buenos Aires: Eudeba.
- Autores et al. (año). Título. N. Di Franco (Ed.), *VII Reunión Pampeana de Educación Matemática* (pp. 42- 47). Santa Rosa: Universidad Nacional de la Pampa.
- Da Ponte, J.P., Segurado, M.I. & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What Happens when Pupils Work on Mathematical Investigations? En A. Perter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer.
- Esteley, C. (2014). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: Voces y Sentidos*. Córdoba: Filosofía y Humanidades/UNC.
- Even R. & Ball D. (Ed.). (2009) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel (1961). *Geometría métrica, proyectiva y sistemas de representación*. Madrid: SAETA.
- Villarreal, M. & Esteley, C. (2017). Futuros profesores de matemática: narrativas de sus primeras prácticas en escenarios de modelización. En D. Fregona, S. Smith, M. Villarreal y F. Viola (Eds.), *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. Aportes para la Educación Matemática*, (pp. 5-50). Córdoba: Universidad de Córdoba.
- Villarreal, M., Esteley, C. & Smith, S. (2018). Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM*, 50, 327–341.
- Winicki-Landman, G & Leikin, R. (2000). On Equivalent and Non-Equivalent Definitions. Part 1. For the Learning of Mathematics, 20 (1), 17-21.