



La enseñanza de la multiplicación: una propuesta a partir de la medida de longitudes

Liliana **Quintero** López
Universidad de Antioquia
Colombia
liliql22@gmail.com

Francisco José Brabo **Bezerra**
Universidade Federal do ABC
Brasil
francisco.bezerra@ufabc.edu.br

Resumen

El trabajo que a continuación se presenta relaciona algunos de los resultados y reflexiones del proceso de investigación asociado a la formación como magister. El objetivo de esta comunicación es presentar una posibilidad para organizar la enseñanza de la multiplicación a partir de la medida de longitudes, esta propuesta se tejió comprendiendo la multiplicación como isomorfismo de medida y estableciendo relación con los nexos conceptuales de la medida. El trabajo de campo se hizo en un curso de extensión con maestros de primaria de una escuela estadual, en este se buscó construir actividades orientadoras de enseñanza, para esto se compartieron situaciones desencadenadoras que movilizaron el aprendizaje de los maestros y la organización de la enseñanza. El resultado final fue la evidencia de un modo general de acción en las actividades de enseñanza que les permitió a los maestros movilizar la enseñanza de la multiplicación.

Palabras clave: multiplicación, medida, actividad orientadora de enseñanza, longitud, educación básica.

Introducción

Este trabajo presenta los resultados de una de las construcciones realizadas en el marco del desarrollo de la disertación de maestría titulada: "a medida como instrumento mediador para o ensino da multiplicação no ensino fundamental" finalizada en Brasil en el año 2016 en la Universidade Federal do ABC. Esta investigación tuvo como objetivo la organización de la

enseñanza de la multiplicación a partir del concepto de medida para los años iniciales de la educación básica, y como pregunta norteadora: ¿Cómo el profesor puede organizar la enseñanza de la multiplicación para los años iniciales de la educación básica, teniendo el concepto de medida como instrumento mediador? La multiplicación se comprendió en este estudio como isomorfismo de medida, porque trasciende el modelo tradicional al reconocerla como una relación cuaternaria a la cual están asociados otros conceptos matemáticos. Esta mirada de la multiplicación facilitó el estudio de las relaciones del concepto de multiplicación con las medidas y permitió la construcción de situaciones desencadenadoras de aprendizaje en las que las medidas fueron protagonistas y el pensar multiplicativamente el objetivo a ser alcanzado. Una de ellas fue: ¿cómo ardilla, coyote o canguro? que será presentada en esta comunicación.

El trabajo de campo fue realizado en un curso de extensión con profesores de educación básica de la misma institución, donde buscamos formar a los maestros y movilizarlos para que organizaran la enseñanza de la multiplicación para los diferentes grados considerando sus experiencias, el conocimiento de los grupos y el contexto.

La hipótesis con la que iniciamos este estudio y que hizo parte de nuestro camino fue que llevar a los estudiantes por el camino de los nexos conceptuales del medir posibilita el entendimiento de las etapas del pensar multiplicativamente. Concluimos que las situaciones desencadenadoras de aprendizaje desarrolladas con y para los profesores posibilitaron la resignificación de la enseñanza de la multiplicación, y presentaron un modo general de acción para organizar la enseñanza de la multiplicación a partir de las medidas.

A seguir, se presenta el horizonte teórico que sustenta este trabajo, mostrando las comprensiones desde la teoría de la actividad, entendiendo la enseñanza como la actividad principal de los maestros y finalmente presentando la actividad orientadora como posibilidad para organizar la enseñanza-aprendizaje. También se esbozan algunas ideas relativas a la comprensión de multiplicación y medida. Seguidamente está el camino metodológico que se siguió para cumplir el objetivo, donde se presentan los actores y las acciones de la investigación. Luego se presenta la situación desencadenadora ¿cómo ardilla, coyote o canguro? desde su construcción, orientación y las acciones derivadas que posibilitaron la construcción de la AOE. Por último, se comparten algunas consideraciones finales derivadas de este estudio.

Horizonte teórico

A continuación se presentan las reflexiones teóricas centrales que hicieron parte de este estudio, transitando desde la comprensión de actividad, enseñanza como actividad principal del maestro, actividad orientadora de enseñanza (AOE), multiplicación y medidas.

Actividad y Actividad Orientadora de Enseñanza (AOE)

Nuestras voces se movilizaron desde la Teoría de la Actividad propuesta por Leontiev, quien dio continuidad a los presupuestos histórico-culturales desarrollados por Vigotsky. Este autor estudió el concepto de actividad vinculado al concepto de trabajo propuesto por Marx, que tiene un papel central en la constitución del hombre, pues es quien humaniza y posibilita el desarrollo de la cultura. Este concepto tiene completo carácter social, y guarda relación con los procesos de mediación.

Leontiev (1978) explicita como el hombre es movido por necesidades que deben ser

suplidas por medio de actividades ejecutadas, que deben responder a un motivo con significado social. Este mismo autor explica que en un primer momento, la actividad responde al instinto de sobrevivencia, el ser humano necesita dar solución a sus necesidades básicas, y solo después en el transcurrir de la vida se constituye como hombre por su actividad.

Leontiev presenta el concepto de actividad como una estructura que tiene dos características centrales: orientación (necesidades, motivos y tareas) y ejecución (acciones y sus operaciones), se refiere entonces al conjunto de acciones y operaciones organizadas y orientadas para alcanzar un objetivo, que responde a un motivo y a una necesidad humana (del sujeto).

Observando con este lente al maestro y su práctica, encontramos que según Moura (2012):

El hecho de ser profesor dice que tenemos una característica común con otros sujetos que tienen como práctica principal enseñar algo a alguien, esto es, para ser profesor es necesaria una acción que busque transformarse al transformar a otra persona, cambiar su modo de ser y de actuar. (p. 144)

De acuerdo con el mismo autor y otros (2010), la principal actividad del maestro es la enseñanza, una actividad que busca la transformación del otro (sus estudiantes) y la propia, en un proceso dialéctico. Él debe organizar situaciones que busquen esta transformación de los sujetos de manera intencional. Siendo la enseñanza la actividad principal del profesor, hace parte de su actividad mediar la relación de los estudiantes con el objeto de conocimiento, ósea, el profesor tiene la gran tarea de orientar y organizar la enseñanza. En palabras de Moura y otros (2010)

La búsqueda de la organización de la enseñanza, recurriendo a la articulación entre la teoría y la práctica, es que constituye la actividad del profesor, más específicamente la actividad de enseñanza. Esa actividad se constituirá como praxis pedagógica si permite transformación de la realidad escolar por medio de la transformación de los sujetos, profesores y estudiantes. (p. 89)

Es por esto que el autor en mención adoptó el concepto de actividad de la teoría de la actividad de Leontiev y lo pensó en la enseñanza, generando reflexiones en torno del modo de organizar la enseñanza, presentando así, una posibilidad para realizar la actividad educativa: las AOE.

La necesidad que moviliza la AOE es la apropiación de la cultura, esta se materializa en la apropiación del conocimiento históricamente acumulado, comprendiendo ser este el motivo real de la actividad. Mirando más específicamente los sujetos envueltos en la AOE, el objetivo específico que moviliza al profesor y a los estudiantes, es el de enseñar en el caso del primero y el de aprender en el caso del segundo.

La AOE según Moura

(...) se constituye en un modo general de organización de enseñanza, en que su contenido principal es el conocimiento teórico del individuo en el movimiento de apropiación del conocimiento. Así, el profesor al organizar las acciones que objetivan el enseñar, también cualifica sus conocimientos, y es ese proceso que caracteriza la AOE como unidad de formación del profesor y del estudiante. (2002, p.150)

Con base en la propuesta de Moura, se concluye que la AOE busca la organización de la enseñanza, siendo elemento de mediación entre la actividad de enseñanza y actividad de aprendizaje, y promueve un modo general de apropiación de la cultura humana.

Multiplicación y medida

Investigadores como Starepravo (2010), Obando (2014), Torres (2013), Madera (2012) y Crestani (2013) han centrado sus investigaciones en la enseñanza de la multiplicación presentando como resultados de sus estudios diferentes posibilidades para organizar su enseñanza. En ellos encontramos coincidencias en las maneras de describir la realidad frente a la enseñanza de la multiplicación tanto en las escuelas brasileras como colombianas, resaltando el uso del algoritmo, entendiéndola como suma de sumandos iguales y dando prioridad a la memorización de las tablas de multiplicar.

Fue a partir de la voz de estos autores que reconstruimos la comprensión de lo que significa pensar multiplicativamente, que reconocimos la existencia de la correlación entre una colección de conjuntos con igual cantidad de elementos, la relación biunívoca y las relaciones de proporcionalidad entre las cantidades representadas en las colecciones de conjuntos.

Desde nuestros modos de hacer guiados por el interés de constituir actividades orientadoras de enseñanza, también fue importante el rastreo histórico de los conceptos, referente a la multiplicación encontramos que en la historia de la humanidad los primeros registros aparecen en la constitución de los sistemas numéricos como herramienta para optimizar el conteo y la escritura. Este rastreo se hizo consultando autores como Boyer (1996), Eves (2004) e Ifrah (1985), allí encontramos episodios que confirman el interés principal de nuestros antepasados frente a la organización de los sistemas numéricos y el perfeccionamiento de los métodos de cálculo, hechos que tienen correspondencia con la realidad encontrada en las aulas mencionada antes.

Reconocemos que para desarrollar el pensamiento multiplicativo no es suficiente la memoria y el uso del algoritmo, se deben considerar los conceptos asociados como razón, proporción y proporcionalidad. En la interacción con estos autores comprendimos que a los problemas multiplicativos se les asocian cantidades y no solo números, que sus representaciones en la mayoría de los casos giran en torno de las medidas y que las cantidades asociadas no son de la misma naturaleza, esto hace que se reconozcan dos sistemas de cantidades y dos procesos de variación, uno en cada sistema de cantidades.

Según Vergnaud (2009), la relación de multiplicación constituye una relación cuaternaria, que comprende tres clases de estructuras diferentes: isomorfismo de medidas, producto de medidas y proporción múltiple. De acuerdo con el mismo autor, el isomorfismo de medidas considera que en todo problema multiplicativo existen cuatro cantidades relacionadas, dos que pertenecen a un espacio de medidas y las otras dos a otro.

Obando (2014) y Torres (2013) sobre estos presupuestos, hicieron una síntesis en la que definen tres etapas que indican cuando se está pensando multiplicativamente, son ellas: identificar los dos sistemas de cantidades, establecer relaciones entre las cantidades de los dos sistemas e identificar las razones y proporciones que permiten correlacionar las cantidades entre los dos sistemas. Este fue nuestro punto de llegada.

Frente a la medida, Caraça (1975), apunta que medir consiste en comparar dos magnitudes de la misma especie, necesidad que surgió en el contexto del trueque y posteriormente en la división de tierras y el cobro de impuestos en el antiguo Egipto. Siguiendo el camino lógico – histórico, el grupo de estudio OBEDUC de la USP, organizó las relaciones esenciales (nexos

conceptuales): el primero es el reconocimiento de la magnitud, el segundo es la comparación entre dos o más objetos que poseen la misma magnitud y el tercero es la medida de la magnitud a partir de una unidad de medida. De esta manera es posible transitar el camino del desarrollo histórico y lógico del concepto. Este fue nuestro punto de partida.

Camino metodológico

La situación desencadenadora que se comparte en esta comunicación fue pensada desde la medida, transitando los nexos conceptuales antes presentados y buscando el desarrollo del pensamiento multiplicativo. Como ya se mencionó, la producción de los datos se dio en un curso de extensión en el que participaron 37 maestros pertenecientes a la misma escuela, 34 que acompañan grupos de primero a quinto de primaria y tres directivos docentes. El trabajo se organizó en tres momentos: planeación, desarrollo del curso y producción, y finalmente análisis de los datos. Para la producción de los datos se usaron instrumentos como las grabaciones de audio, tareas diagnósticas, diario de campo, discusiones en subgrupos y generales.

En el desarrollo del curso se tenía primero un momento de formación que buscaba movilizar a los profesores para que organizaran la enseñanza de la multiplicación a partir de las medidas, luego ellos hacían su trabajo con los estudiantes y después se daba un momento de discusión y reflexión con dos objetivos: el primero, constituir actividades de enseñanza a partir de los relatos de experiencia de los profesores con relación a la Actividad de Enseñanza y a la Actividad de Aprendizaje, y el segundo, reflexionar sobre cómo el concepto de medida puede ser un instrumento mediador para la enseñanza de la multiplicación.

Se propusieron pequeñas tareas con la intención de garantizar el reconocimiento y la apropiación de cada nexo conceptual de las medidas. Buscando movilizar en los profesores la reflexión acerca de la organización de la enseñanza de la multiplicación a partir del concepto de medida y la actividad de aprendizaje de los estudiantes.

Se entiende que, a partir de las experiencias, observaciones, planeaciones y sugerencias los profesores contribuyen con la organización de la enseñanza. Es importante explicitar las acciones de enseñanza organizadas por ellos, y las acciones de aprendizaje desarrolladas por los alumnos para dar solución a las tareas propuestas. A partir de los relatos de los profesores, fue posible describir cómo organizar la enseñanza de la multiplicación teniendo el concepto de medida como instrumento mediador.

Para explicitar los análisis, fueron contruidos episodios con las acciones más significativas desde el punto de vista del objetivo de la investigación. Para Moura, un episodio se refiere a:

(...) Frases escritas o habladas, gestos y acciones que constituyen escenas que pueden revelar interdependencia entre los elementos de una acción formadora. Así, los episodios no son definidos a partir de un conjunto de acciones lineales. Puede ser que una afirmación de un participante en una actividad no tenga impacto inmediato sobre los otros sujetos del colectivo. Ese impacto podría revelarse en otro momento en el que al sujeto se le pida utilizar algún conocimiento para participar de una acción en el colectivo. (2004, p.276)

No se trata entonces de transcripciones completas de lo expresado por los profesores, se refiere, como indica Moura, a una composición que resulta de la junción de partes de lo dicho o escrito que convergen en una misma categoría de análisis.

¿Cómo ardilla, coyote o canguro?

La pregunta desencadenadora fue ¿cuánto usted puede saltar?, ¿Cómo la ardilla, el coyote o el canguro? Fue presentada una guía con las orientaciones y reglas del juego junto con tiras de colores de diferentes tamaños, a cada tira se asociaron un número determinado de puntos. Los maestros debían saltar, medir la distancia alcanzada usando alguna de las tiras y registrar los puntos logrados según correspondía. Después los profesores debieron establecer relaciones entre las tiras y la medida de longitud estándar para responder a la pregunta por el salto según el tipo de animal que podían ser, porque esta información fue presentada en metros. También fueron presentadas tareas en las que los maestros debían llenar tablas con algunas situaciones que relacionaban saltos, cintas y número de puntos.

En el espacio de reflexión colectivo los profesores proyectaron acciones posibles para el trabajo con sus estudiantes y recordaron clases pasadas identificando el uso de instrumentos y unidades de medida patrón en su enseñanza, que relacionaron con uno de los nexos conceptuales estudiados.

Los profesores de educación física compartieron con los colegas que ellos han realizado ejercicios parecidos al planteado en el curso, pero lamentaron no conocer lo que ahora saben porque reconocen que podrían haber aportado a la comprensión de lo que es medir. Se resalta el poder de la reflexión docente y el proceso de formación doble, en el que el profesor termina orientando la situación sin planearlo en la que se forma en cuanto forma a sus estudiantes.

Aunque los profesores no tenían formación específica en matemáticas, en el desarrollo del curso de extensión comprendieron la importancia de los nexos conceptuales del medir, y se apropiaron de ellos para reflexionar sobre sus acciones en clases pasadas. Evidenciadas en la experiencia contada por los profesores de educación física cuando compararon la diferencia entre el salto triple de los estudiantes, del profesor y de los atletas. También cuando los estudiantes afirmaban que quien es más alto salta más y quien es más bajo salta menos.

Por su parte, las profesoras de primer grado movilizadas por las reflexiones en el curso de extensión, organizaron algunas clases a partir de esta situación desencadenadora, presentando las siguientes acciones de enseñanza: en conjunto con los profesores de educación física se orientó y acompañó el espacio para que los estudiantes saltaran y midieran sus saltos usando las cintas de colores construidas para este estudio, los estudiantes debían registrar gráficamente la medida de cada salto en un formato propuesto por las profesoras. Luego en el salón de clase se trabajó a partir de los dibujos de los estudiantes y se buscó que calcular los puntajes. Una de las profesoras resalto expresiones de los niños como: “yo perdí el juego porque solo tengo una cinta y tú tienes un montón” lo que nos muestra como para algunos solo existe un espacio de medida y la posibilidad de ganar el juego por acumulación de cintas sin pensar en los puntos que se relacionan. Pero en el desarrollo de la clase el estudiante reconoce el otro espacio de medida y comprende porque con solo una cinta él le ganó a su compañero.

Este trabajo se hizo paso a paso, recorriendo una y otra vez cada nexo conceptual, logrando que los niños vivieran lo que es medir y avanzaran en el pensar multiplicativamente. Las maestras también usaron cuentos infantiles que invitaban a medir, hicieron gráficos de barras con los datos de los puntos obtenidos por los estudiantes y usaron las preguntas como orientadoras en cada momento. Este trabajo reveló que es posible que los niños de primer grado se apropien de

los conocimientos teóricos que envuelven las medidas y la multiplicación tal como se entienden en este estudio.

Consideraciones finales

A la composición entre situaciones desencadenadoras de aprendizaje y acciones de enseñanza reconocidas en la voz de los profesores desde sus recomendaciones y relatos de experiencia es lo que consideramos una AOE. Las acciones que permiten organizar esta enseñanza se originan a partir de la reflexión del maestro, quien primero aprende en interacción con las situaciones desencadenadoras de aprendizaje fortaleciendo su saber teórico, y después piensa en su grupo específico para proponer las variaciones necesarias que garanticen el movimiento de la actividad de aprendizaje en sus clases.

Concluimos que los maestros entraron en actividad de estudio acogiendo como motivo propio la enseñanza de la multiplicación consiguiendo su organización a partir de las medidas. Resaltamos en este proceso cómo ellos se movilizaron y reflexionaron sobre sus planeaciones de clase, logrando intercambios y colaboraciones importantes con sus colegas valorando la experiencia de cada uno.

Referencias y bibliografía

- Asbahr, F. (2011). "Por Que Aprender Isso, Professora?" Sentido Pessoal e Atividade de Estudo na Psicologia Histórico-Cultural. (Tesis de doctorado, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo).
- Boyer, C. (1996). História da Matemática. São Paulo, SP: Edgard Blücher.
- Caraça, B. (1975). Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda.
- Crestani, S. (2013). Análise conceitual das proposições de Davydovi e seus colaboradores para o ensino do conceito de divisão. (Especialização em educação, Faculdade de Educação, Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma).
- Eves, H. (2004). Introdução à história da matemática. Campinas, SP: UNICAMP.
- Ifrah, G. (1996). Os números: história de uma grande invenção. (Tradução Stella Maria de Freitas Senra): São Paulo: Globo.
- Leontiev, A. (1978) Actividad, consciencia y personalidad. Havana: Editorial pueblo y educación.
- Madeira, S. (2012). "Prática": uma leitura histórico-crítica e proposições Davydovianas para o conceito de Multiplicação. (Disertación de maestria, Faculdade de Educação, Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma).
- Moretti, V. (2007). Professores de Matemática em Atividade de Ensino. Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. (Tesis de doctorado en educación, Universidade de São Paulo, São Paulo).
- Moura, O. (1996). A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, 12 (2), 29-43.
- Moura, O. (2012). A atividade de ensino como ação formadora. En: Domingues, A y Pessoa, A. *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning Ltda, 143-162.

- Moura, O. (2010). Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, 205-229.
- Moura, O. (2010). *A atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Liber Livro Editora Ltda.
- Obando, G. (2014). *Sistema de Prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la Educación Básica*. (Tesis de doctorado en educación, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali).
- Starepravo, A. (2010). *Multiplicação na Escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino*. (Tesis de doctorado en educación, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo).
- Torres, M. (2013). *Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en terminos del análisis relacional*. (disertación de maestria em educación, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín).
- Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: UFPR.
- Vigotsky, L. (2007). *Formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo: Martins Fontes.