



## El papel de la refutación en los procesos de argumentación. Una aproximación desde el estudio de las propiedades de los triángulos

Sara Marcela **Henao**  
Universidad Icesi  
Colombia  
saramarcelahenao@gmail.com

### Resumen

En esta comunicación se presenta un estudio sobre los argumentos *formales e informales* realizados por estudiantes de quinto de primaria cuando trabajan con actividades que implican analizar algunas propiedades de los triángulos. El objetivo de este estudio fue discutir el papel que cumple la refutación en el proceso de la argumentación *colectiva* cuando las aseercciones construidas de manera individual no son válidas. Los resultados obtenidos muestran que la *refutación* ocupa un papel fundamental en la construcción de argumentos colectivos válidos, no solo en estudiantes de educación superior, sino en estudiantes de niveles escolares básicos.

*Palabras clave:* argumentos formales, argumentos informales, refutación, argumentos colectivos, argumentos.

### Introducción

Este trabajo presenta un estudio sobre las refutaciones realizadas por estudiantes de quinto de primaria en la construcción *de argumentos informales y formales* al trabajar con algunas propiedades de los triángulos. Con el propósito de esquematizar los argumentos se adopta el esquema de Toulmin (1958), puesto que el objetivo es analizar el papel que cumple la *refutación* dentro proceso de argumentación colectiva, en particular en aquellos argumentos donde la aseercción no es válida. De igual modo, las categorizaciones de *razonamiento, argumentación y argumento* se retoman de Toulmin, Rieke, y Janik (1978) y se asume la categorización de *argumento formal e informal* presentada por Viholainen (2008).

En correspondencia con el objetivo de la propuesta se adaptó el enfoque de estudio cualitativo, particularmente un *estudio de caso descriptivo*, el cual permite analizar en profundidad los fenómenos educativos (Córdoba, 2011). En este sentido, la investigación se realizó en tres momentos, el primero la puesta en escena de la actividad constituida por cuatro tareas, seguidamente la discusión en la que se evidencian las refutaciones, y finalmente los análisis de los datos.

En este estudio mostramos que las *refutaciones* no solo juegan un papel importante en los procesos argumentativo de los matemáticos (Inglis, Mejia, & Simpson, 2007), sino también en la

construcción de argumentos colectivos en estudiantes de quinto de primaria.

### **Contextualización y formulación del problema**

Desde hace algunos años el estudio de los argumentos matemáticos producidos por los estudiantes se ha convertido en un tema de interés para investigadores en el campo de la Educación Matemática (Inglis, Mejía, & Simpson, 2007). En particular el modelo de Toulmin (1958) se ha adaptado para analizar y estructurar los diversos argumentos que surgen en las clases de matemáticas. Sin embargo, desde Krummheuer (1995) se usa una versión reducida del esquema original, que omite los respaldos, los cualificadores modales y la refutación, argumentando que estos elementos son irrelevantes para los argumentos matemáticos (Inglis et al., 2007). De igual modo otros investigadores (Knipping, 2003; Mariotti, 2006) han adaptado esta postura centrada en que un argumento matemático consta de tres elementos, datos, garantías y conclusión.

De otra parte, investigadores como Inglis et al. (2007) señalan que es necesario involucrar todos los elementos del esquema argumentativo de Toulmin, particularmente los cualificadores modales y la refutación ocupan un papel importante en la categorización de tipos de garantías que los matemáticos utilizan. Reid, Knipping y Crosby (2008) ponen de manifiesto que las refutaciones que emergen en los procesos argumentativos determinan la lógica de las prácticas de enseñanza, en otras palabras, las refutaciones dejan entrever modelos de enseñanza que se privilegian en la escuela. De esta manera surge un interés por estudiar el papel de la refutación en la validación de *argumentos formales e informales* de estudiantes de quinto de primaria. Dado que diversas investigaciones se han centrado en el análisis de los argumentos sin tener presente todo el esquema de Toulmin, y más aún los elementos como *la refutación* o los *cualificadores* han cobrado sentido en las propuestas para el estudio de la argumentación de los matemáticos expertos y el análisis de la lógica de la práctica, pero pocos estudios centrados en el papel de la *refutación* en estudiantes con escasa experimentación en el campo matemático. De este modo surge la pregunta objeto de investigación.

¿Qué papel cumple la refutación en la validación de los argumentos formales e informales de estudiantes de quinto de primaria?

El enfoque por competencias que actualmente rige los modelos de enseñanza en México deja entrever que es necesario formar ciudadanos críticos frente a las problemáticas sociales, lo cual implica la promoción de espacios en donde se comuniquen ideas matemáticas tanto verbales como escritas, se verifiquen, se validen y se negocien en espacio de socialización. De aquí la importancia de la elaboración de este estudio.

### **Algunos referentes conceptuales**

En este apartado se presenta algunos referentes teóricos que sustentan la propuesta de investigación, en particular se expone lo plantado por Toulmin (1958) en la teoría de la argumentación, y la categorización de *argumentos informales y formales* propuesta por Viholainen (2008). A partir de estos referentes teóricos se enmarca la manera en que se realizarán los análisis.

Toulmin (1958) propone una vía para estudiar la estructura de un argumento y su contenido semántico, alejándose de los enfoques tradicionales centrados en la lógica formal deductiva en la que no es posible estudiar el campo de la razón práctica. Desde la perspectiva Toulmin (1958), la *argumentación* es la actividad de plantear aserciones, desafiarlas, apoyarlas con razones, criticar esas razones, y refutar esas críticas. Por su parte, el *razonamiento* se refiere a la actividad central de presentar las razones en apoyo a una aserción, con el objeto de mostrar

como esas razones tienen éxito al darle fuerza a la aserción (Toulmin, et. al 1978). Ahora bien, un argumento según Toulmin (secuencia de proposiciones lógicas que requieren el uso de razonamiento) puede esquematizarse mediante 6 elementos: las razones, las garantías, los respaldos, la pretensión, los cualificadores modales y las refutaciones.

La pretensión (claim) es el punto de partida y llegada de la argumentación, al comienzo un proponente plantea un problema frente a otro u otros oponentes, quienes cuestionan de alguna forma la pretensión (Gonzales & Arévalo, 2015), en este caso el proponente deberá dar razones (grounds) relevantes y suficientes para apoyar la pretensión inicial. Estas razones no son teorías generales, sino hechos específicos de la situación objeto de discusión. Ahora bien, el oponente puede exigir al proponente justificar la transición entre las razones y la pretensión, para ello, deberá hacer uso de los enunciados generales que autorizan esta transición, las garantías (warrant) del argumento. Estas garantías se caracterizan por ser enunciados generales que posibilitan la conexión entre las razones y la conclusión (pretensión), apelando a reglas, definiciones y analogías. En cualquier caso, las garantías no se sustentan en hechos sino en reglas que permiten el paso de un enunciado a otro. Sin embargo, en ocasiones las garantías no son siempre suficientes para apoyar el argumento, en este caso, el proponente deberá mostrar que las garantías son válidas, relevantes y superior a cualquier otra cosa, sobre todo cuando existen diversos caminos para pasar de las razones a la pretensión. Para esto, el proponente deberá presentar el campo general de información o respaldos (backing) fundamentado en enunciados categóricos de hechos, es decir las teorías generales, creencias y las estrategias que apoyan a las garantías son respaldos que justifican porque la pretensión es aceptada. El proponente califica (apoya) la pretensión con cierto grado de confianza mediante cualificadores modales (qualifiers), algunos de estos son: presumiblemente, con toda probabilidad, plausiblemente, según parece. En algunos casos, los argumentos pueden ser cuestionados por el oponente cuando las garantías presentadas por el proponente dan lugar a una refutación (rebuttals) en la que la conclusión no se cumple en ciertas condiciones, o las garantías no conducen a una pretensión válida. Estas refutaciones debilitan de cierto modo el argumento, obligando al proponente a transformar sus garantías y su esquema argumentativo. A modo de síntesis se presenta el modelo de Toulmin (1958) para el análisis argumentativo.

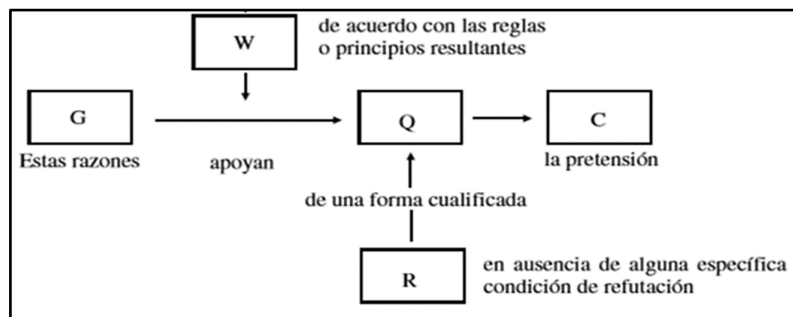


Figura 1: elementos del argumento en el esquema argumentativo de Toulmin (1958)

De otra parte, las garantías determinan según Viholainen (2008) el tipo de argumento que un proponente presenta, en particular se puede distinguir entre un *argumento formal e informal*. Los primeros se vinculan con el hecho de que las garantías están exclusivamente sustentadas en elementos del sistema formal axiomático de las matemáticas. Es decir, un argumento es *formal* si muestra que la conclusión es consecuencia de definiciones, axiomas y teoremas que provienen de los datos. Ahora bien, un argumento es *informal* si las garantías están sustentadas en interpretaciones informales de conceptos o situaciones, es decir interpretaciones visuales o físicas.

## **Metodología y Participantes**

Con el propósito de estudiar el papel que juega la *refutación* en la validación de *argumentos formales e informales* de los estudiantes de quinto de primaria se adaptó un enfoque de investigación *cualitativa*. Martínez (2006) señala que una investigación *cualitativa* posibilita el estudio de la naturaleza de fenómenos que suceden en la clase de matemáticas, y permite la explicación descriptiva de los comportamientos y manifestaciones que ocurren dentro de dichos fenómenos. De aquí la importancia de adoptar esta postura.

Por su parte, Córdoba (2011) señala que los métodos de investigación *cualitativa* son los que mejor se ajustan para el estudio de los fenómenos educativos, ya que favorecen la exploración del contexto a estudiar, logrando descripciones detalladas del fenómeno. De esta manera, y en correspondencia con los intereses de la propuesta, se adopta un enfoque cualitativo de investigación, donde el método de *estudio de caso descriptivo* se presenta como el más apropiado. Pues bajo esta metodología es posible dar cuenta de cómo y por qué se presentan un fenómeno determinado en la escuela, favoreciendo de este modo un estudio detallado y profundo alrededor del fenómeno objeto de estudio, además permite establecer generalizaciones para una comunidad particular.

Para el caso de este estudio los participantes fueron 4 estudiantes de quinto de primaria (10 años de edad) de una escuela privada de México. En un primer momento los estudiantes resolvieron de manera individual la actividad que contaba con 4 tareas asociadas al estudio de las propiedades de los triángulos. Seguidamente se discutió de manera grupal cada una de las respuestas, fue en esta fase en donde se evidenciaron las *refutaciones* realizadas por cada participante. En un tercer momento se analizaron las producciones de los estudiantes tanto escritas como las verbales que fueron obtenidas de las grabaciones, este análisis se elaboró mediante unas categorías que permitieron evidenciar el papel de las refutaciones en la validación de *argumentos informales y formales*. Finalmente, se elaboraron las conclusiones entorno a los resultados.

A continuación, se presenta la actividad.

### **Actividad: explorando los triángulos**

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Será posible dibujar un triángulo rectángulo equilátero?

De ser posible, describe las condiciones que debe cumplir este tipo triángulos.

Presenta un ejemplo de este tipo de triángulos

2. ¿Será posible dibujar un triángulo acutángulo isósceles?

De ser posible, describe las condiciones que debe cumplir este tipo triángulos

Presenta un ejemplo de este tipo de triángulos

3. ¿Será posible dibujar un triángulo obtusángulo isósceles?

De ser posible, describe las condiciones que debe cumplir este tipo triángulos.

Presenta un ejemplo de este tipo de triángulos

4. ¿Será posible dibujar un triángulo obtusángulo equilátero?

De ser posible, describe las condiciones que debe cumplir este tipo triángulos

Presenta un ejemplo de este tipo de triángulos.

### **Análisis de los datos**

En este apartado se presenta algunos momentos de discusión en los que surgen las *refutaciones* durante la comunicación de los *argumentos formales e informales* de los participantes. A partir del análisis de los datos se evidencian dos papeles fundamentales de la refutación en la validación de *argumentos formales e informales* de los estudiantes de quinto de primaria, a saber: la refutación como medio para la identificación de errores en las garantías y la refutación como un medio para la transición entre argumentos formales e informales. Estos dos papeles se constituyen en las categorías de análisis del estudio; de este modo se logra dar respuesta a la pregunta de investigación.

En la primera categoría de análisis los errores son identificados por el oponente y posteriormente por el proponente, posibilitando de esta manera el cambio del esquema argumentativo del proponente, es decir surge una nueva asección válida a partir de la refutación. La segunda categoría muestra la importancia de la refutación para transformar argumentos informales sustentados en representaciones visuales no válidas de un objeto matemático en asecciones válidas.

Las convenciones que utilizaremos para la transcripción de las conversaciones son E(n) para los estudiantes T para la docente, así como D par los datos, G para las garantías, R para las refutaciones y C para la asección. De esta manera se presentan las discusiones con su respectivo esquema de Toulmin.

### **La refutación como medio para la identificación de errores en las garantías**

A continuación, se presentan un momento de discusión en el que se puede evidenciar el papel de la refutación como medio para la identificación de errores en las garantías.

Este primer momento surge de la tarea 1 y muestra que E1 modifica la asección a partir de la refutación realizada por E2, igualmente se pone de manifiesto que a pesar de que E1 conoce las propiedades de los triángulos las aplica de manera incorrecta.

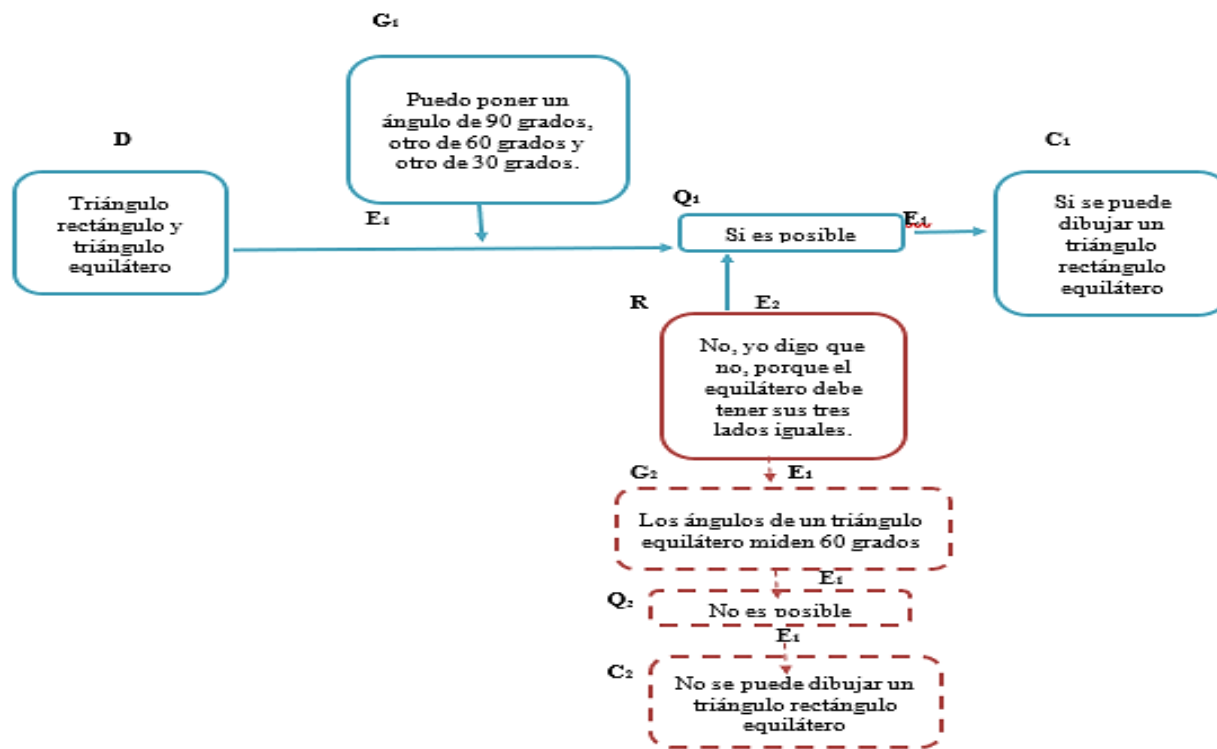
- T: ¿será posible dibujar un triángulo rectángulo equilátero?
- E<sub>1</sub>: Si es posible porque puedo poner un ángulo de 90 grados, otro de 60 grados y otro de 30 grados.
- E<sub>2</sub>: No, yo digo que no, porque el equilátero debe tener sus tres lados iguales.
- T: y tu como sabes que este no tiene sus tres lados iguales
- E<sub>2</sub>: porque todos sus ángulos deben de medir lo mismo
- E<sub>1</sub>: ¡Ah ya! todos sus ángulos deben de medir 60, yo no puse los tres lados iguales

En el anterior momento de discusión se pone en evidencia que las garantías utilizadas por uno de los participantes no conducían a la validez de la asección, a pesar de ser un argumento formal, de aquí que otro participante interviene para aclarar que no estaba tomando en cuenta una de las propiedades de los triángulos equiláteros. Sin embargo, es importante aclarar que el estudiante E1 toma en cuenta que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180 grados y que un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90 grados, el error fue no tener presente la propiedad de los triángulos equiláteros de que sus ángulos deben de medir todos lo mismo. Este error fue identificado por el estudiante E1 luego de la intervención de E2. De este modo, podemos concluir que las refutaciones tienen un papel importante dentro del proceso argumentativo, pues permite el reconocimiento y la identificación de los errores presentes en las

garantías.

Un aspecto importante en el argumento de E1 es que conocía que en los triángulos equiláteros la medida de cada ángulo es de 60 grados, de aquí que en su ejemplo explicite un ángulo de 60 grados, sin embargo, obvió el hecho de que deben ser los tres ángulos de 60 grados.

A continuación, se presenta el esquema del proceso argumentativo



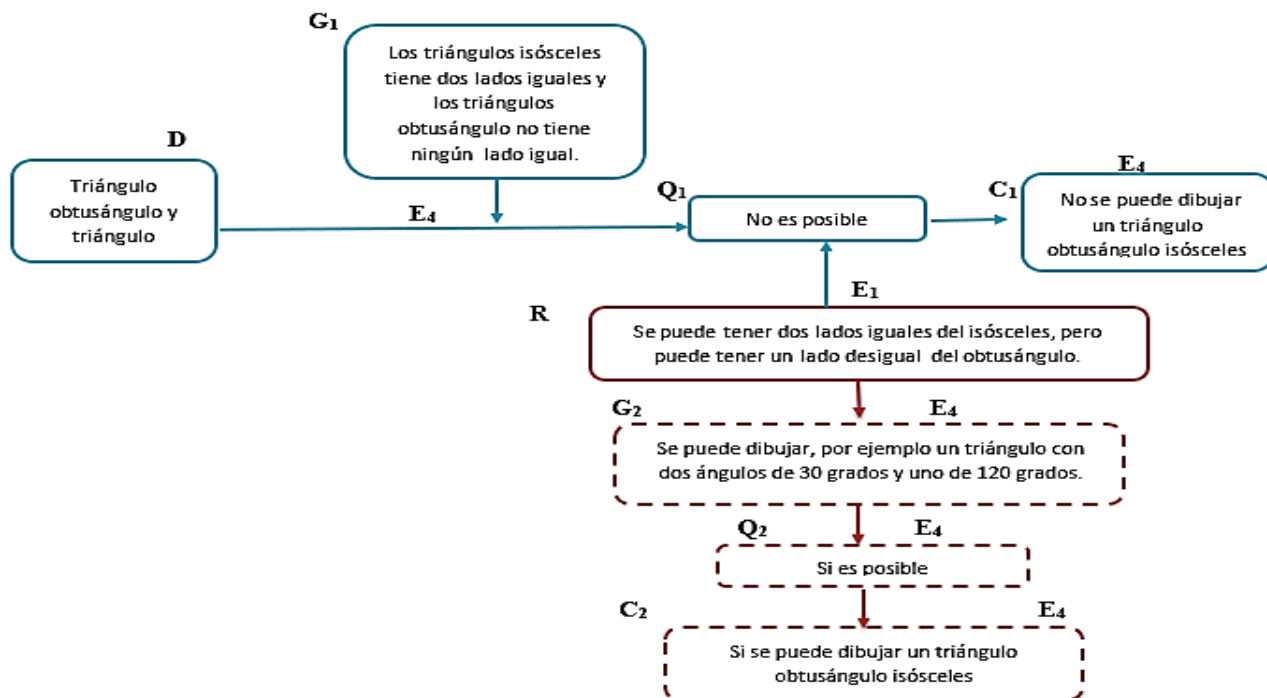
*Esquema 1: la refutación como médio para la identificación de errores*

### **La refutación como un medio para la transición entre argumentos informales a formales.**

En el siguiente momento de discusión se evidencia el papel de la refutación en la transición de argumento informal no válido a un argumento formal válido.

Esta discusión surge en la tarea 3 y pone en evidencia que el estudiante E4 posee una representación que no es coherente con la definición de triángulo obtusángulo, de aquí que E1 presenta una refutación que posibilita el cambio en el esquema argumentativo de E4.

- T: ¿será posible dibujar un triángulo obtusángulo isósceles?
- E4: ..No se puede porque el isósceles tiene dos lados iguales y el obtusángulo no tiene ningún lado igual.
- T: ¿El triángulo obtusángulo tiene todos sus lados desiguales?
- E4: Si porque tiene un lado más chiquito otro más largo
- E1: ¡Si se puede! porque si puede tener dos lados iguales del isósceles, pero puede tener un lado desigual del obtusángulo.
- E4: mmmm, por ejemplo 30 más 30 y 120 (refiriéndose a los ángulos)



Esquema 2: la refutación como medio para la transición entre argumento informal al formal

En el anterior momento de discusión se presenta un argumento informal del estudiante E4. Las garantías usadas se fundamentan en la representación visual que tiene del concepto de triángulo obtusángulo y del isósceles. El estudiante E4 representa un triángulo obtusángulo como aquel que tiene todos sus lados desiguales y el triángulo isósceles el que tiene dos lados iguales y uno desigual, de aquí que su aserción no sea válida. Ahora bien, el estudiante E1 presenta una refutación a esta aserción mediante argumentos formales que muestran la posibilidad de dibujar los triángulos obtusángulos isósceles, de esta manera se pone de manifiesto que no todos los lados de un triángulo obtusángulo son desiguales. Esta refutación permitió que el argumento informal presentado por E4 se transforme en un argumento formal en el que se pone en juego las propiedades de los triángulos obtusángulos e isósceles. Es importante señalar que en algunas situaciones los argumentos informales pueden conducir a aserciones válidas, sin embargo, en este caso la representación visual no se correspondía con la definición del triángulo obtusángulo, lo cual lleva a una aserción no válida.

### Conclusiones

En esta investigación se encontró que la *refutación* ocupa un papel importante en la construcción de argumentos colectivos de estudiantes de quinto primaria. En este sentido, la *refutación* permite que los estudiantes identifiquen los diferentes errores presentes en las garantías. Estos errores para el caso de este estudio surgen por un mal uso de las propiedades matemáticas, o por tener una representación que no se corresponde con la definición de un concepto. Sin embargo, las causas de los errores pueden ser múltiples entre ellas obstáculos epistemológicos y obstáculos didácticos. Es importante mencionar que el reconocimiento de errores posibilita la construcción de nuevos conocimientos, en este estudio se evidenció que los estudiantes a partir del error elaboraban nuevos significados de los objetos matemáticos. De otra parte, la *refutación* posibilita que los estudiantes transformen sus argumentos informales no válidos por argumentos formales válidos.

Este tipo de estudios deja entrever que el uso del esquema completo de argumentación de Toulmin no solo es importante para analizar los argumentos de los matemáticos expertos, sino para el análisis de los argumentos colectivos en estudiantes de primaria, ya que la *refutación* y los cualificadores modales ocupan un papel importante en la transformación de argumentos no válidos a válidos. Además, esta investigación permite promover procesos argumentativos en el aula, logrando de esta manera favorecer el enfoque por competencia que actualmente rige la enseñanza en México.

### Referencias

- Córdoba, F. (2011). *La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería*. (tesis inédita de maestría). Instituto politécnico nacional: centro de investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada, México.
- Gonzales, O., & Arévalo, C. (2015). Caracterización de la actividad argumentativa de estudiantes de educación media cuando trabajan en procesos de matematización de situaciones. *Proceedings of XIV Internamerican Conference on Mathematics Education*. Mexico.
- Inglis, M., Mejia, J., Simpson, A. (2007). Modelling Mathematical Argumentation: The Importance of Qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21.
- Knipping, C. (2003) Argumentation structures in classroom proving situations. In: M. A. Mariotti (eds.). *Proceedings of the Third Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Italy, ERME.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. In: P. Cobb and H. Bauersfeld (eds.). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale: Erlbaum, pp. 229–269
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In: A. Gutierrez and P. Boero (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense, pp. 173–204.
- Martínez, M., Da Valle, N., Bressan, A., & Zolkower, B. (2002). La relevancia de los contextos en la resolución de problemas de matemática. *Paradigma*, 22 (1), 59-94.
- Martínez, P. (2006). *El método de estudio de caso estrategia metodológica de la investigación científica. Pensamiento y gestión*, 20, 165-193.
- Reid, D., Knipping, C., & Crosby, D. (2008). Refutations and the logic of practice. In Figueras, O., Cortina, J.L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX: Vol. 4*, (169-176). México: Cinvestav-UMSNH.
- Toulmin, S., Rieke, R., & Janik, A. (1978). Reasoning and its goals. *An introduction to reasoning* (pp 3-23). New york: earlier.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. England: Cambridge University Press.
- Viholainen, A. (2008). *Prospective mathematics teachers informal and formal reasoning about the concepts of derivative and differentiability*. (Tesis inédita de maestría). University of Jyväskylä: Faculty of Mathematics and Science, Finland.