



## Extensión del modelo MTSK al dominio estadístico

**Pedro Vidal-Szabó**

Instituto de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Chile

[pedro.vidal@pucv.cl](mailto:pedro.vidal@pucv.cl)

**Soledad Estrella**

Instituto de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Chile

[soledad.estrella@pucv.cl](mailto:soledad.estrella@pucv.cl)

### Resumen

¿Qué conocimiento especializado ha de tener un profesor de matemática que enseña estadística en el contexto escolar? Las evidencias investigativas sobre la enseñanza de la estadística muestran que persiste un énfasis en el conocimiento procedimental en desmedro del conocimiento conceptual de las ideas fundamentales de la estadística. Con base en una revisión teórica en el área de la *Didáctica-de-la-Estadística* y algunos antecedentes empíricos en escuelas de la V región de Chile, se vinculan las ideas del análisis exploratorio de datos y del ciclo investigativo PPDAC (problema, plan, datos, análisis y conclusiones) para proponer una extensión del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) a uno que se ajuste a la enseñanza y al aprendizaje de la estadística escolar; con el fin de contribuir a la exploración analítica del conocimiento del profesor de matemática que enseña estadística.

*Palabras claves:* educación estadística, formación de profesores en estadística escolar.

### Introducción

La estadística como disciplina ha ganado un espacio en los currículos escolares (Cf., Ben-Zvi & Garfield, 2004; Cobb & Moore, 1997; del Pino & Estrella, 2012; Moore, 1997), asimismo, la didáctica de la estadística ha desarrollado autonomía e independencia (Cf., Zieffler, Garfield & Fry, 2018) con las que ha obtenido resultados investigativos útiles para la formación de profesores. Al respecto nos preguntamos ¿qué conocimiento estadístico y qué conocimiento didáctico del contenido estadístico podrían desarrollarse en la formación del profesor de matemática? A partir del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Carrillo et al., 2013; Carrillo, Contreras & Flores, 2013), pretendemos levantar una propuesta que entregue directrices

sobre ¿qué conocimiento especializado podría considerarse para la formación del profesorado de matemática que enseña estadística en el contexto de la educación primaria?

Aunque algunas comunidades de investigación acrecientan y progresan en el conocimiento especializado referido a la enseñanza para el aprendizaje de la estadística (Cf., Petocz, Reid & Gal, 2018), aún faltan modelos referenciales para la formación de profesores de matemática que enseñan tempranamente la estadística, en cuanto al conocimiento especializado requerido para abarcar la alfabetización estadística y promover el razonamiento estadístico en aprendices que inician su formación escolar. Algunas propuestas de enseñanza y estudios en el área, permiten identificar algunos elementos requeridos en la formación docente; a nivel internacional (e.g., English, 2010, 2012), a nivel nacional y como antecedentes empíricos, se reconocen algunas implementaciones de diseños de enseñanza estadística en algunas escuelas chilenas (e.g., Estrella, 2017, 2018; Estrella, Olfos, Morales y Vidal-Szabó, 2018; Estrella & Vidal-Szabó, 2017; Estrella, Zakaryan, Olfos, Espinoza, 2019).

### El modelo MTSK

El modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*), en adelante MTSK, ha sido ideado en concordancia teórica y práctica a una especificidad del conocimiento que manifiesta el profesor de matemática en su desempeño docente, ver Figura 1, (Carrillo et al., 2013; Carrillo, Contreras & Flores, 2013).

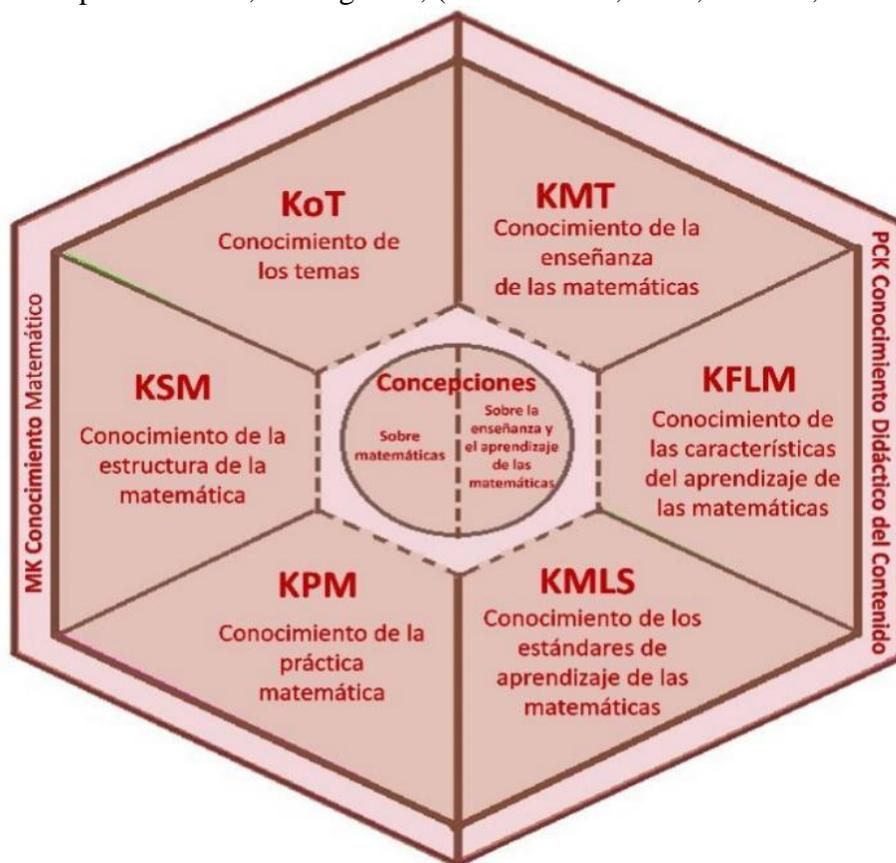


Figura 1. Modelo MTSK (Carrillo et al., 2013).

Se distinguen dos dominios, el dominio MK (conocimiento matemático) y PCK (conocimiento didáctico del contenido), los cuales contienen seis subdominios, tres del dominio

MK —el KoT (conocimiento de los temas), el KSM (conocimiento de la estructura matemática) y el KPM (conocimiento de la práctica de la matemática)— y otros tres del dominio PCK —el KFLM (conocimiento de las características de aprendizaje de matemáticas), el KMT (conocimiento de la enseñanza de las matemáticas) y el KMLS (conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas)—. El modelo MTSK incluye las concepciones (creencias, originalmente), tanto de la matemática como de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

### El análisis exploratorio de datos y el ciclo investigativo PPDAC

El análisis exploratorio de datos (EDA) permite explorar el comportamiento de los datos, esto es, pensar, conjeturar y aprender desde los datos, impulsando un análisis inicial, cuya principal característica es ser exploratorio, lo que supone un tratamiento más flexible y un uso más amplio de distintas representaciones. El EDA promueve la búsqueda de regularidades interesantes a través de la exploración de los datos sin restricciones, cuyo análisis resultante está basado únicamente en lo que se ve en los datos y sólo aplica a los individuos y circunstancias para los cuales fueron recolectados, por lo que las conclusiones son informales, sin todavía hacer inferencias formales sobre alguna población (Cf., Tukey, 1977, 1980). Por su parte, Ben-Zvi (2016) propone tres paradigmas en la disciplina estadística, uno de los cuales es EDA.

El ciclo investigativo PPDAC (i.e., *problema, plan, datos, análisis y conclusiones*) es un proceso estadístico y como metodología de enseñanza permite estructurar una clase estadística (e.g., Estrella, 2017, 2018; Estrella & Vidal-Szabó, 2017; Franklin et al., 2015; Makar & Fielding-Wells, 2011). El PPDAC contempla un *problema* que requiere un *plan* que permita obtener los *datos* reales para ser respondido, dando inicio al EDA, mediante la elaboración de representaciones y/o la obtención de distintas medidas de resumen, lo que permite *analizar* los datos, se consiguen las *conclusiones* dando respuesta al problema inicial, e incluso, pueden generarse nuevas interrogantes (ver Figura 2).

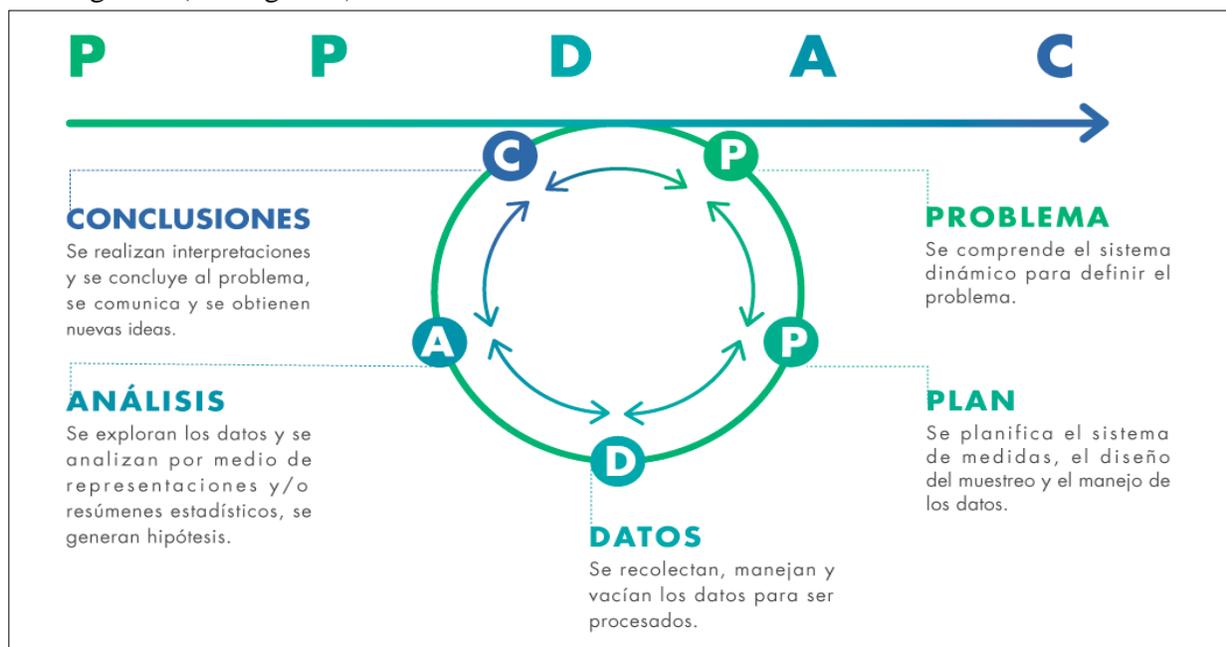


Figura 2. Ciclo PPDAC.

Razonar con datos es complejo y requiere de la imaginación de los sujetos para producir una red de conexiones entre el conocimiento contextual y el estadístico (Pfannkuch & Rubick,

2002). Así, el EDA en diálogo con el ciclo PPDAC permite contrastar las ideas iniciales del estudiante sobre el problema de interés (en un rol de investigador) y el comportamiento real de los datos, lo cual provoca un progreso en la comprensión inicial, e incluso, puede cambiar la forma de cómo se entendían los datos, acentuando algunos atributos y generando nuevas preguntas en concordancia al problema inicial.

### Enfoque metodológico

Mediante una revisión de la literatura referida a la *Didáctica-de-la-Estadística*, hemos recabado información para ajustar el modelo MTSK al dominio de la estadística. A continuación, presentamos la propuesta preliminar levantada.

### Propuesta de extensión del modelo MTSK al dominio estadístico

Desde el modelo MTSK, consideramos los dominios SK (conocimiento estadístico) y PCK (conocimiento didáctico del contenido). El dominio SK contiene los subdominios KoT estadístico (conocimiento de los temas estadísticos), el KSS (conocimiento de la estructura estadística) y el KPS (conocimiento de la práctica de la estadística). En tanto, el dominio PCK abarca los subdominios: KST (conocimiento de la enseñanza de la estadística), KFLS (conocimiento de las características de aprendizaje de la estadística) y KSLS (conocimiento de los estándares de aprendizaje de la estadística). A continuación, caracterizamos cada uno de los subdominios:

**KoT estadístico.** El conocimiento de los temas estadísticos considera aspectos fenomenológicos, significados de conceptos o ejemplos específicos que caracterizan a un tema estadístico en particular. La variabilidad, la incertidumbre y el contexto de los datos han de ser considerados transversales a cualquier tema estadístico. Wild, Utts y Horton (2018) indican que la estadística es esencialmente interdisciplinaria, pues los estadísticos o los usuarios de la estadística requieren pensar de forma estadística, matemática y computacional.

**KSS.** El conocimiento de la estructura estadística abarca la conexión conceptual, en el que han de considerarse las distintas medidas (centro, dispersión, forma, entre otras) y las distintas representaciones de datos con las respectivas conexiones, bajo un cierto contexto específico. Activar este tipo de conocimiento, requiere de un razonamiento estadístico, el cual permite que un sujeto pueda conectar un concepto a otro (e.g., ideas de centro con la dispersión de los datos), o puede combinar ideas acerca de los datos y el azar, también comprender y ser capaz de explicar e interpretar cabalmente los procesos y los resultados estadísticos, según Ben-Zvi y Garfield (2004).

**KPS.** El conocimiento de la práctica de la estadística precisa sobre el quehacer estadístico, el cual puede reflejarse en el ciclo PPDAC para una investigación empírica con datos. Por ejemplo, Pfannkuch y Wild (2000) realizan una investigación en el que reportan sobre el quehacer estadístico de distintos sujetos (profesionales o usuarios de la estadística), y precisan al ciclo PPDAC como una dimensión del modelo 4-dimensional del pensamiento estadístico.

**KST.** El conocimiento de la enseñanza de la estadística ha de tener en cuenta los paradigmas EDA, estadística inferencial informal y modelación con sus relaciones (Cf., Ben-Zvi, 2016), también las sugerencias del informe GAISE (Franklin et al., 2007; Aliaga et al., 2012). Este tipo de conocimiento puede tomar al ciclo PPDAC como un referente de diseño de enseñanza para distintos propósitos formativos, en que el trabajo sea con datos reales.

**KFLS.** El conocimiento de las características de aprendizaje de la estadística refiere al proceso de comprensión de los estudiantes de los distintos contenidos, los errores, dificultades y obstáculos asociados a cada concepto y/o el lenguaje que habitualmente es usado por los estudiantes para expresar ideas estadísticas. Por ejemplo, Ben-Zvi y Garfield (2004) reportan que

los estudiantes vinculan la estadística con la matemática y se enfocan en números, cálculos, fórmulas y una única respuesta correcta (i.e., énfasis en el conocimiento procedimental), por lo que se sienten incómodos con el desorden de los datos, las diferentes interpretaciones posibles en función de diferentes supuestos, y el uso de escritura y habilidades de comunicación.

**KSLS.** El conocimiento de los estándares de aprendizaje de la estadística busca prolongar el conocimiento de los objetivos y estándares de aprendizaje de lo local a lo global, dando acceso a la mejora de la práctica del profesor de matemática que enseña estadística. Así por ejemplo, consultar Franklin et al. (2007, 2015) y Aliaga et al. (2012), entre otros, da la oportunidad de revisar algunas recomendaciones útiles a la hora de crear un diseño de enseñanza estadístico que responda a las necesidades propias de los aprendizajes locales.

### Reflexiones finales

Dar respuesta a la pregunta inicial —¿qué conocimiento especializado podría considerarse para la formación del profesorado de matemática que enseña estadística en el contexto de la educación primaria?— requiere considerar los dominios referidos al conocimiento estadístico y al conocimiento didáctico del contenido estadístico, los cuales desglosados en subdominios permiten operacionalizar y especificar cada dominio, pudiendo permitir, por ejemplo, una interconexión entre tales subdominios al diseñar una propuesta de enseñanza para el profesorado en formación, y realizar una exploración del conocimiento del profesor que enseña estadística.

La propuesta de modelo que extiende el modelo MTSK al dominio estadístico, permite precisar los conocimientos que requiere el profesorado que enseña estadística a nivel escolar en primaria —lo cual podría actuar como un referente para el formador de profesores— y contribuir a la enseñanza de la estadística, diferenciándola de la enseñanza de la matemática, permitiendo mayores oportunidades de aprendizaje estadístico.

Proyectamos que la extensión del modelo MTSK al dominio estadístico podría considerar las concepciones que posee el profesorado, respecto a la estadística, a su enseñanza y su aprendizaje en el ámbito de la educación primaria, pues esto permitiría progresar en el conocimiento especializado del profesorado en el área de la estadística escolar en tanto se aborden ciertas dificultades de índole epistemológica, cognitiva o didáctica.

### Referencias y bibliografía

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Garfield, J., Gould, R., Lock, R., ..., Velleman, P. (2012). *Guidelines for assesment and instruction in statistics education (GAISE) college report*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperado de [http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/2005GaiseCollege\\_Full.pdf#page=4](http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/2005GaiseCollege_Full.pdf#page=4)
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. En Autores (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 3–15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, Springer.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985–2994). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina y I. Segovia (Eds.), *Investigacion*

- en *Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193–200). Granada: Editorial Comares.
- Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801–823.
- English, L. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24–47. doi: 10.1007/BF03217564
- English, L. (2012). Data modeling with first-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 15–30. doi: 10.1007/s10649-011-9377-3
- Estrella S. (2018) Data Representations in Early Statistics: Data Sense, Meta-Representational Competence and Transnumeration. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris & E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in Early Childhood and Primary Education. Early Mathematics Learning and Development* (pp. 239–256). Singapore: Springer. doi: 10.1007/978-981-13-1044-7\_14
- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173–194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.
- Estrella, S., y Vidal-Szabó, P. (2017). Alfabetización estadística a través del Estudio de Clase: representaciones de datos en primaria. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 12–17.
- Estrella, S, Olfos, R., Morales, S., y Vidal-Szabó, P. (2018). ETM en el dominio de la estadística temprana: dos casos de estudiantes de grado 2 y sus representaciones de datos. *MENON: Journal of Educational Research*, 4, 93–109. Recuperada de <http://www.edu.uowm.gr/site/content/menon-journal-educational-research-4th-thematic-issue-november-2018>
- Estrella, S., Zakaryan, D., Olfos, R., & Espinoza, G. (2019). How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Recuperado de <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-018-09423-y>
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assesment and instruction in statistics education (GAISE) report: a preK-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperado de [http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEPreK-12\\_Full.pdf#page=5](http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEPreK-12_Full.pdf#page=5)
- Franklin, C., Bargagliotti, A., Case, C., Kader, G., Scheaffer, R., & Spangler, D. (2015). *The statistical education of teachers*. Alexandria, VA: The American Statistical Association.
- Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content. The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123–165. Recuperado de <https://iase-web.org/documents/intstatreview/97.Moore.pdf>
- Petocz, P., Reid, A., & Gal, I. (2018). Statistics Education Research. En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 71–99). doi:10.1007/978-3-319-66195-7
- Pfannkuch, M., & Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 4–21. Recuperado de [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ1\(2\).pdf#page=6](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ1(2).pdf#page=6)
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2000). Statistical thinking and statistical practice: Themes gleaned from professional statisticians. *Statistical science*, 15(2), 132–152. doi:10.1214/ss/1009212754
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Co.
- Tukey, J. (1980). We Need Both Exploratory and Confirmatory. *The American Statistician*, 34(1), 23–25. doi: 10.2307/2682991
- Wild, C., Utts, J., & Horton, N. (2018). What Is Statistics? En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 5–36). doi:10.1007/978-3-319-66195-7
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–248. Recuperado de <http://www.mty.itesm.mx/dtie/deptos/m/ma00-835/Articulos-otros/Wild-y-Pfannkuch-1999-Statistical-Thinking.pdf#page=2>

Zieffler, A., Garfield, J., & Fry, E. (2018). What Is Statistics Education? En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 37–70). doi:10.1007/978-3-319-66195-7.